

文章编号:1673-9469(2008)01-0045-04

矿用离心泵特性曲线拟合方法的比较

李建光

(中煤国际工程集团北京华宇工程有限公司,北京 100011)

摘要:在编制计算程序的过程中,如何精确的拟合出矿用离心泵特性曲线是解决水泵选型问题的关键。本文总结了水泵特性曲线拟合常用的三种方法,并结合某泵站的选型实例,对三种方法进行了计算对比。研究结果显示:最小二乘法计算精度最高,牛顿插值法编程的扩展性最好,而拉格朗日插值法的编程最简单。综合考虑计算精度、扩展性和编程复杂程度后,在编制矿用离心泵选型程序中作者推荐使用牛顿插值法。

关键词:矿用离心泵;特性曲线;最小二乘法;拉格朗日插值法;牛顿插值法

中图分类号: TH311

文献标识码: A

Study on the fit method of characteristics curve of wear resisting mine drainage pump

LI Jian-guang

(Beijing Huayu Engineering Company Limited of SCIEG, Beijing 100011, China)

Abstract: It is very important to select type of mine drainage pump for designer to draw the characteristics curve accurately. The method of the characteristics curve fitting was analyzed basing on Least square method, Lagrange interpolation method and Newton Interpolation method. The results showed that Least square method is much more exactly, Newton Interpolation method is much more convenient, and the simplest method is Lagrange interpolation method.

Key words: wear resisting mine drainage pump; characteristics curve; Least square method; Lagrange interpolation method; Newton interpolation method

离心式水泵由于其结构简单,维修方便,适用范围广,被广泛应用于煤矿排水系统中,由于影响水泵工作参数的因素比较复杂,目前尚难从理论上准确的求出水泵工作参数间的相互关系和变化规律,所以在实际中往往用实验方法测出有关工作参数再绘制其关系曲线,用以反映它们之间的内在联系和变化规律,这些曲线被称为水泵的性能曲线。特性曲线可以全面、直观、准确地表示泵的工作性能,是选择、分析、研究泵体运行的基本资料 and 重要依据。对设计人员来说,水泵选型计算是一项重要而繁琐的工作,在计算机上编制程序计算,不仅减轻了设计人员的工作强度,而且提高了设计精度。而编制程序的关键是选择一个合适的特性曲线拟合方法。考虑到 EXCEL 在工程技术人员中的应用

较普遍,本文使用 EXCEL 编制程序。

曲线拟合的方法很多,一般是根据不同要求而设计的。本文阐述了最小二乘法、拉格朗日插值法和牛顿插值法在矿用离心泵特征曲线拟合中的应用,并对其适用性进行了比较。

1 最小二乘法

1.1 最小二乘法原理

对于给定的数据点 $(x_i, y_i), i = 1, 2, \dots, n$, 选定一个函数 $P(x)$, 使总误差 $r_i = P(x_i) - y_i$ 的平方和最小, 即 $\sum_{i=1}^n r_i^2 = \sum_{i=1}^n [P(x_i) - y_i]^2 = \min$

从几何意义上讲, 就是寻求与给定点 (x_i, y_i)

收稿日期: 2007-12-01

作者简介: 李建光(1981-), 男, 河北临漳人, 助理工程师, 从事机电设计工作。

距离的平方和为最小的曲线 $P(x)$, 称为拟合函数, 求拟合函数 $P(x)$ 的方法称为曲线拟合的最小二乘法。

1.2 多项式拟合

在曲线拟合中, 函数 $P(x)$ 可有不同的选取方法, 一般先根据已知数据画出函数粗略的图形, 即散点图, 从而确定拟合多项式的次数 n 。多数矿用多级离心泵厂家样本只给出性能曲线上的 3 个点, 其中两个端点分别表示水泵工况利用区的两个边界点, 中间点通常表示水泵的最佳工况点, 水泵工况利用区内的特性曲线形状较为简单, 一般采用多项式曲线拟合即可, 以 $H-Q$ 曲线为例, 即

$$H = AQ^2 + BQ + C \quad (1)$$

式中 A 、 B 、 C 为多项式的常数项, 将厂家样本上三组 Q 、 H 数据 (Q_0, H_0) 、 (Q_1, H_1) 、 (Q_2, H_2) 代入式 (1) 列出方程组

$$A \times Q_1^2 + B \times Q_1 + C = H_1$$

$$A \times Q_2^2 + B \times Q_2 + C = H_2$$

$$A \times Q_3^2 + B \times Q_3 + C = H_3$$

对于三元非齐次线性方程组, 我们通常是对它的增广矩阵做初等变化来进行求解。在 EXCEL 中, 我们可以借助工具中的规划求解或使用计算行列式的函数 MDTERM() 计算出上述方程组的解。

2 拉格朗日插值法

2.1 拉格朗日插值法原理

对于给定的数据点 (x_i, y_i) , $i = 1, 2, \dots, n$, 求作 n 次多项式 $P_n(x)$, 使满足条件

$$P_n(x) = y_i, \quad i = 0, 1, \dots, n$$

点 x_i (它们互不相同) 称为插值节点。

从几何意义上讲, 就是通过曲线 $y = f(x)$ 上给定的 $n+1$ 个点 (x_i, y_i) , $i = 0, 1, \dots, n$, 求作一条 n 次代数曲线 $y = P_n(x)$ 作为 $y = f(x)$ 的近似。

拉格朗日插值公式为

$$P_n(x) = \sum_{j=1}^n \left[\prod_{\substack{i=0 \\ i \neq j}}^n \left(\frac{x - x_i}{x_j - x_i} \right) \right] y_j$$

其中 $l_j(x) = \prod_{\substack{i=0 \\ i \neq j}}^n \frac{x - x_i}{x_j - x_i}$ 称为插值基函数。

2.2 抛物插值

以效率-流量曲线 ($\eta-Q$ 曲线) 为例, 通过三

点 (Q_0, η_0) 、 (Q_1, η_1) 、 (Q_2, η_2) 的抛物线 $\eta = f(Q)$ 来近似所考察的曲线 $\eta-Q$ 曲线, 这种插值也称为抛物插值。

$$f(Q) = \frac{(Q - Q_1)(Q - Q_2)}{(Q_0 - Q_1)(Q_0 - Q_2)} \eta_0 + \frac{(Q - Q_0)(Q - Q_2)}{(Q_1 - Q_0)(Q_1 - Q_2)} \eta_1 + \frac{(Q - Q_0)(Q - Q_1)}{(Q_2 - Q_0)(Q_2 - Q_1)} \eta_2$$

插值基函数分别为

$$l_0(Q) = \frac{(Q - Q_1)(Q - Q_2)}{(Q_0 - Q_1)(Q_0 - Q_2)}$$

$$l_1(Q) = \frac{(Q - Q_0)(Q - Q_2)}{(Q_1 - Q_0)(Q_1 - Q_2)}$$

$$l_2(Q) = \frac{(Q - Q_0)(Q - Q_1)}{(Q_2 - Q_0)(Q_2 - Q_1)}$$

可以看出插值基函数的形式对称, 结构紧凑, 只需要在 EXCEL 单元格中输入简单的代数公式便可一一求出, 即可得到计算结果, 容易编写程序。

3 牛顿插值法

3.1 牛顿插值法原理

牛顿插值法是拉格朗日插值法的另一种表现形式, 拉格朗日插值的优点是插值多项式容易建立, 缺点是增加节点时原有多项式不能利用, 必须重新建立, 即所有基函数都要重新计算, 这就造成计算量的浪费; 牛顿插值当增加节点时它具有所谓的“承袭性”, 这要用到差商的概念。

x_i 为给定的函数 $f(x)$ 上的点, $i = 0, 1, \dots, n$, n 阶差商的定义为

$$f(x_0, x_1, \dots, x_n) = \frac{f(x_1, x_2, \dots, x_n) - f(x_0, x_1, \dots, x_{n-1})}{x_n - x_0}$$

$$\text{其中 } f(x_0, x_1, \dots, x_n) = \sum_{k=0}^n \frac{f(x_k)}{\prod_{\substack{j=0, j \neq k}}^n (x_k - x_j)}$$

补充定义函数值 $f(x_0)$ 为零阶差商。过点 (x_i, y_i) , $i = 0, 1, \dots, n$, 次数不超过 n 的多项式, 牛顿插值公式为 $P_n(x) = f(x_0) + (x - x_0)f(x_0, x_1) + \dots + (x - x_0)(x - x_1)\dots(x - x_{n-1})f(x_0, x_1, \dots, x_n)$ 。

3.2 牛顿插值

既然牛顿插值与拉格朗日插值在本质上是相同的, 那为什么还要引进牛顿插值呢? 从实际应用上牛顿插值具备以下三个优点: (1) 在可行性研究、初步设计阶段, 水泵选型利用样本上的 3 个工

况点,到了施工图阶段,厂家在原样本的基础上提供了更多工况点,如果使用拉格朗日插值法计算,原来所有的计算结果都作废,需要重新编制程序,而使用牛顿插值则还可以利用原来的计算结果,只需要补充一部分计算即可,即牛顿插值具备很好的扩展性能,如果在编制程序的初期就留有一定的备用计算位置,则更加快捷、方便。(2)水泵样本给出工况利用区的四个点,一般情况下利用三个点的程序即可完成选型工作,遇到这种情况拉格朗日插值显然灵活性不够,而牛顿插值可以有效的解决上述问题。(3)节点排列顺序的问题,三个点的排序出现变化时,用拉格朗日插值法,表达式发生变化,而采用牛顿插值则不会因为插值点顺序的问题而发生改变,更具有灵活性。

以必需汽蚀余量 - 流量曲线 ($r - Q$ 曲线) 为例,通过三点 $(Q_0, r_0), (Q_1, r_1), (Q_2, r_2)$ 的插值多项式为 $r_3(Q) = r_0 + (Q - Q_0)f(Q_0, Q_1) + (Q - Q_1)f(Q_0, Q_1, Q_2)$

4 计算实例

4.1 概况

我院设计的国投西上庄矿井主排水泵房选用 3 台 PJ150 × 11 型高扬程多级离心泵。该泵的技术参数见 PJ150 型高扬程多级离心泵性能参数表,见表 1。假设工况点流量 330,分别使用三种不同的拟合方法对单级扬程 - 流量对比计算,编写程序。

表 1 PJ150 型高扬程多级离心泵性能参数表

Tab.1 The table of PJ150 series high head multi-stage pump performance

参数	工况点 1	工况点 2	工况点 3
流量	230	300	360
单级扬程	66.48	64.9	62.34
效率	68	77	77
必需汽蚀余量	2.5	3	3.5

4.2 最小二乘法

编制 EXCEL 程序见最小二乘法程序图(图 1)。



图1 最小二乘法程序图

Fig.1 The program of Least square method based on Excel

矿用离心泵特性曲线拟合方法的比较

作者: [李建光](#), [LI Jian-guang](#)
作者单位: [中煤国际工程集团北京华宇工程有限公司, 北京, 100011](#)
刊名: [河北工程大学学报\(自然科学版\)](#) [ISTIC](#)
英文刊名: [JOURNAL OF HEBEI UNIVERSITY OF ENGINEERING \(NATURAL SCIENCE EDITION\)](#)
年, 卷(期): 2008, 25(1)
被引用次数: 4次

参考文献(5条)

1. [王能超](#) [数值分析简明教程\(修订版\)](#) 2002
2. [同济大学数学系](#) [工程数学. 线性代数](#) 2007
3. [峦鸿儒](#) [水泵及水泵站](#) 1993
4. [于励民](#); [仵万生](#) [矿山固定设备选型手册](#) 2007
5. [寿纪麟](#) [数学建模方法与示例](#) 1993

本文读者也读过(10条)

1. [王东](#), [王春霖](#) [物体加热时间的分析计算](#)[会议论文]-2008
2. [朱习军](#), [刘照军](#), [Zhu Xi-jun](#), [Liu Zhao-jun](#) [牛顿插值法在自动确定支持度阈值中的应用](#)[期刊论文]-[青岛理工大学学报](#)2006, 27(1)
3. [罗帆](#) [基于牛顿插值法的Dx粒径简便计算](#)[期刊论文]-[水泥](#)2010(1)
4. [李晓丽](#), [孙以材](#), [何平](#), [钟晓泉](#), [李晓琳](#), [Li Xiaoli](#), [Sun Yicai](#), [He Ping](#), [Zhong Xiaoquan](#), [Li Xiaolin](#) [基于牛顿插值法的智能气体体积分数测量装置](#)[期刊论文]-[半导体技术](#)2008, 33(3)
5. [李艳华](#) [速调管一维大信号计算程序的研究](#)[学位论文]2006
6. [王东](#), [首天成](#), [王春霖](#) [物体加热时间的分析\(解\)计算](#)[会议论文]-2009
7. [王东](#), [王春霖](#), [首天成](#) [物体\(二维及三维\)加热时间的分析计算](#)[期刊论文]-[工业加热](#)2009, 38(4)
8. [朱习军](#), [代月明](#) [关联规则挖掘中支持度阈值一种确定法](#)[会议论文]-2005
9. [林才寿](#) [Newton插值法在自动加药机标定中的应用](#)[会议论文]-2010
10. [汤澍](#), [唐小琦](#) [专用曲轴铣床旋转调速的数控实现](#)[期刊论文]-[组合机床与自动化加工技术](#)2002(4)

引证文献(4条)

1. [纪宇亮](#) [利用MATLAB—cflool绘制离心泵特性曲线](#)[期刊论文]-[中国新技术新产品](#) 2011(21)
2. [吴小平](#), [把多铎](#), [胡沙沙](#), [牛坤](#) [基于MATLAB离心泵特性曲线的拟合与绘制](#)[期刊论文]-[中国农村水利水电](#) 2010(11)
3. [王浩全](#), [董剑龙](#), [李博](#), [王军](#) [基于曲线拟合的轨道磨损度检测模型的建立](#)[期刊论文]-[中北大学学报\(自然科学版\)](#) 2009(6)
4. [李福勤](#), [李建红](#), [何绪文](#) [煤矿矿井井下处理就地复用工艺及关键技术](#)[期刊论文]-[河北工程大学学报\(自然科学版\)](#) 2010(2)

本文链接: http://d.wanfangdata.com.cn/Periodical_hbjzkjxyxb200801013.aspx