文章编号:1673-9469(2008)01-00100-04

一类带有扰动输出时滞广义系统的鲁棒 H_∞ 控制

杨 波[1],马跃超[1,2],赵静敏[1],徐亚楠[1]
(1.燕山大学 理学院,河北 秦皇岛 066004;2.东北大学 系统科学研究所,辽宁 沈阳 110004)

摘要:针对一类状态和输入均带有时滞和扰动且输出带有扰动的不确定广义系统,研究了该系统的鲁棒 H_∞ 控制问题。利用 Riccati 方程的方法通过选择适当的 lyapunov 函数,得到该广义系统渐近稳定的充分条件。并基于 Riccati 方程给出了该控制器的设计方法,使得对于所有允许的不确定性,闭环系统渐近稳定且具有 H_∞ 性能指标。仿真实例表明了该设计方法的有效性。

关键词:不确定广义系统;时滞;鲁棒 H_∞ 控制;Riccati 方程
中图分类号:TP13 **文献标识码**:A

Robustcontrol for a class of singular systems with time - delay and output of disturbance

YANG Bo[1], MA Yue-chao[1,2], ZHAO Jing-min[1], XU Ya-nan[1]
(1. College of Science, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China; 2. Institute of Systems Science, Northeastern University, Shengyang 110004, China)

Abstract: Robust control was studied for a class of uncertainty singular systems with time - delay and disturbance both state in input and disturbance in output. A sufficient condition was obtained for a singular system by using Riccati equation approach and choosing an appropriate Lyapunov function. The design of controller was proposed in terms of the solutions of Riccati equations. For all admissible uncertainties, the closed - loop system was robustly asymptotically stable and satisfies a prescribed performance. The effectiveness of the proposed design method is demonstrated by a numerical example.

Key words: uncertain singular system; time - delay; robustcontrol; Riccati equation

由于广义系统能更自然更一般地描述客观系统,近年来广义系统的研究受到广泛关注,并取得了丰硕的成果。但由于系统本身和外界环境影响且存在信息收集整理滞后、物理器件的不灵敏性等因素,实际系统往往会受到不确定因素和滞后的影响,因而研究不确定时滞广义系统是十分必要的。不确定时滞广义系统与通常广义系统有本质差别,其结构更加复杂。广义系统理论在实际中有着广泛的应用,因而受到人们越来越多的关注[1-3]。对于广义系统的 H_∞ 控制问题有了很大的发展[4-7]。文献[8]研究了在状态带有不确定和时滞的广义系统 H_∞ 的控制,其系统在输出项未带扰动和不确定项;文献[9]研究了状态和输出都带有滞后的广义系统 H_∞ 控制,其系统在状态方程中没有输入项和不确定项。本文在文献[8]和文献[9]的基础上,研究了状态和输入均带有不确定项、时滞和扰动且输出带有不确定项和扰动的广义系统,更具有一般性。本文首先通过 Riccati 方程,得到系统渐近稳定的充分条件,在此基础上,设计了无记忆状态反馈控制律,使得闭环系统渐近稳定且具有 H_∞ 范数约束性能。所得条件简洁,易于计算机实现。比文献[8]和文献[9]更具有理论研究价值和实际意义。

1 问题的描述

考虑如下广义系统

收稿日期:2007-12-13
基金项目:国家自然科学基金资助项目(60574011)
作者简介:杨波(1981-),男,山西长治市人,硕士,从事广义系统、鲁棒控制的研究。

$$\begin{cases}E\dot{x}(t)=(A+\triangle A)x(t)+(A_1+\triangle A_1)x(t-h)+\\(B+\triangle B)u(t)+(B_1+\triangle B_1)u(t-h)+D_1\omega(t)\\z(t)=(C+\triangle C)x(t)+D\omega(t)\\x(t)=\varphi(t),t\in[-h,0],h>0\end{cases} \quad (1)$$

式中 $x(t)\in R^n,u(t)\in R^m,\omega(t)\in R^q,z(t)\in R^p$ 分别是系统的状态向量,控制输入,干扰输入和控制输出;E,A,A_1,B,B_1,C,D,D_1 是已知的适当维数实常矩阵;$\triangle A,\triangle A_1,\triangle B,\triangle B_1,\triangle C$ 表示适维不确定矩阵。

假设系统的不确定项,满足如下条件

$$\begin{aligned}&\triangle A=H_1F_1(t)E_1\\&\triangle A_1=H_2F_2(t)E_2\\&\triangle B=H_3F_3(t)E_3\\&\triangle B_1=H_4F_4(t)E_4\\&\triangle C=H_5F_5(t)E_5\end{aligned} \quad (2)$$

其中 $H_i,E_i(i=1,2,3,4,5)$ 是已知的适维数的常数矩阵,$F(t)$ 是满足下述不等式约束的函数矩阵,$F_i^T(t)F_i(t)\le I$, $F_i(t)$ 的每个元素是 Lebesgue 可测的,$i=1,2,3,4,5$。

考虑时滞广义系统

$$\begin{cases}E\dot{x}(t)=Ax(t)+A_1x(t-h)\\z(t)=Cx(t)\end{cases} \quad (3)$$

本文目的是设计无记忆 H_∞ 状态反馈控制器

$$u=Kx(t),K\in R^{m\times n} \quad (4)$$

使得系统(1)与状态反馈控制器(4)构成的闭环系统对所有允许的不确定性(2)是允许(正则,稳定,无脉冲)的,且具有 H_∞ 性能指标 γ。

由控制器(4)和系统(1)构成的闭环系统为

$$\begin{cases}E\dot{x}(t)=(A+\triangle A+BK+\triangle BK)x(t)+(A_1+\\\triangle A_1+B_1K+\triangle B_1K)x(t-h)+D_1\omega(t)\\z(t)=(C+\triangle C)x(t)+D\omega(t)\\x(t)=\varphi(t),t\in[-h,0],h>0\end{cases} \quad (5)$$

定义 1[10]　时滞广义系统(3)

1)无脉冲是指(E,A)正则,无脉冲。

2)稳定是指若对任意常数 $\varepsilon>0$,存在纯量 $\delta(\varepsilon)>0$,使得对任意允许初值条件 $\varphi(t)$,当 $\sup\|\varphi(t)\|\le\delta(\varepsilon)$, $(-h\le t\le 0)$时,系统式 (3)的解 $x(t)$满足:对 $t\ge0$,有 $\|x(t)\|\le\varepsilon(\omega(t)=0,u(t)=0)$。

引理 1[3]　系统(E,A)是允许的,如果有且仅有一个矩阵 X,当 $X^TE=E^TX\ge0$ 时有

$$X^TA+A^TX<0 \quad (6)$$

引理 2[7]　存在正定实对称矩阵 Y,对于任意有适当维数的实矩阵 X,Z 下式成立。

$$X^TYX+X^TZ+Z^TX+Z^TY^{-1}Z\ge0 \quad (7)$$

定义 2　对于闭环系统(5),当 $\omega(t)=0$ 时,如果存在正定函数 $V(t)$、可逆矩阵 $X\in R^{n\times n}$和标量参数$\alpha>0$,使得 $V(t)$沿系统(5)的导数满足

$$\dot{V}(x(t))\le-\alpha\|x(t)\|^2,\forall x(t)\in R^n \quad (8)$$
$$E^TX=X^TE\ge0$$

则称当 $\omega(t)=0$ 时,闭环系统(5)是二次稳定的。

定义 3　考虑闭环系统 (5),满足以下两个条件:

a) 当 $\omega(t)=0$ 时,系统(5)是二次稳定的。

b) 对于给定的正常数 γ,在零初始条件下 $x(t)=\varphi(t)(\forall t\in[-h,0])$,闭环系统(5)对所有 $\omega(t)\in L_2[0,\infty]$满足 $\|z(t)\|_2\le\gamma\|\omega(t)\|_2$ 即具有范数界 γ。

称控制器(4)为系统(1)的鲁棒 H_∞控制器。

2 结论

定理 1　对闭环系统(5),若存在可逆矩阵 $P\in R^{n\times n}$,对称矩阵 R,反馈增益矩阵 K 及标量参数$\lambda_i>0(i=1,\cdots,6)$, $\alpha>0$,满足 Riccati 不等式

$$\begin{aligned}&P^TE=E^TP\ge0\\&(A+BK)^TP+P^T(A+BK)+P^TMP+N_1<0\end{aligned} \quad (9)$$

其中

$M=\lambda_1^{-1}A_1A_1^T+\lambda_2^{-1}B_1B_1^T+\lambda_3^{-1}H_2H_2^T+\lambda_4^{-1}H_4H_4^T+\lambda_5^{-1}H_1H_1^T+\lambda_6^{-1}H_3H_3^T$

$N_1=\lambda_1I+\lambda_2K^TK+\lambda_3E_2^TE_2+\lambda_4E_4^TE_4+\lambda_5E_1^TE_1+\lambda_6K^TE_3^TE_3K$

则闭环系统(5) 是二次稳定的。

证明

$V(x)=x^T(t)P^TEx(t)+\int_{t-h}^{t}x^T(s)Rx(s)ds$

$\dot{V}(x)=\dot{x}(t)^TP^TEx(t)+x^T(t)P^TE\dot{x}(t)+x^T(t)Rx(t)-x^T(t-h)Rx(t-h)=(E\dot{x}(t))^T\times Px(t)+x^T(t)P^TE\dot{x}(t)+x^T(t)Rx(t)-x^T(t-h)\times Rx(t-h)=x^T(t)(A+\triangle A+BK+\triangle BK)^TPx(t)+x^T(t)P^T(A+\triangle A+BK+\triangle BK)x(t)+x^T(t-h)\times(A_1+\triangle A_1+B_1k+\triangle B_1K)^TPx(t)+x^T(t)P^T(A_1+\triangle A_1+B_1K+\triangle B_1K)x(t-h)+x^T(t)Rx(t)-x^T(t-h)Rx(t-h)\le x^T(t)[A^TP+P^TA+P^TBK+K^TB^TP+\lambda_1^{-1}P^TA_1A_1^TP+\lambda_2^{-1}P^TB_1B_1^TP+\lambda_3^{-1}P^TH_2H_2^TP+\lambda_4^{-1}P^TH_4H_4^TP+\lambda_5^{-1}P^TH_1H_1^TP+$

$\lambda_6^{-1}P^TH_3H_3^TP+\lambda_1I+\lambda_2K^TK+\lambda_3E_2^TE_2+\lambda_4E_4^TE_4+\lambda_5E_1^TE_1+\lambda_6K^TE_3^TE_3K]x(t)$

$$\dot{V}(x(t))\le -\alpha\|x(t)\|^2$$

闭环系统(5)是二次稳定的。

定理 2 考虑广义系统(1)是鲁棒 H_∞ 稳定的，如果存在可逆矩阵 P 和正定矩阵 R，任意给定一个正的标量 γ，以及存在标量参数 $\lambda_i>0,(i=1,\cdots,8)$，$\varepsilon>0$ 满足如下不等式

$$\gamma^2I-D^TD-\lambda_7D^TH_1H_1^TD>0 \quad (10)$$

$$(A+BK)^TP+P^T(A+BK)+P^TMP+N_2+\Xi<0 \quad (11)$$

$$X^TE=E^TX\ge 0 \quad (12)$$

其中

$$\Xi=C^T(I-\lambda_8^{-1}H_5H_5^T)^{-1}C+(C^TD+P^TD_1)\times(\gamma^2I-D^TD-\lambda_1D^TH_5H_5^TD)^{-1}(C^TD+P^TD_1)^T$$

$$M=\lambda_1^{-1}A_1A_1^T+\lambda_2^{-1}B_1B_1^T+\lambda_3^{-1}H_2H_2^T+\lambda_4^{-1}H_4H_4^T+\lambda_5^{-1}H_1H_1^T+\lambda_6^{-1}H_3H_3^T$$

$$N_2=\lambda_1I+\lambda_2K^TK+\lambda_3E_2^TE_2+\lambda_4E_4^TE_4+\lambda_5E_1^TE_1+\lambda_6K^TE_3^TE_3K+(\lambda_7^{-1}+\lambda_8)E_5^TE_5$$

则 $u=Kx(t)=-[\varepsilon I+\lambda_6E_3^TE_3]^{-1}B^TPx(t)$ 是广义系统(1)的 H_∞ 控制器。

证明：根据定义 3，首先证明条件 a)成立。由定理 1 知，闭环系统(5)正则，稳定，无脉冲。再证条件 b) 成立。考虑如下 Lyapunov 函数 $V(x)=x^T(t)P^TEx(t)+\int_{t-h}^{t}x^T(s)Rx(s)ds$。

由于当 $\omega(t)\ne 0$ 时，有

$\dot{V}(x)=\dot{x}(t)^TP^TEx(t)+x^T(t)P^TE\dot{x}(t)+x^T(t)Rx(t)-x^T(t-h)Rx(t-h)\le x^T(t)[A^TP+P^TA+P^TBK+K^TB^TP+\lambda_1^{-1}P^TA_1A_1^TP+\lambda_2^{-1}P^TB_1B_1^TP+\lambda_3^{-1}P^TH_2H_2^TP+\lambda_4^{-1}P^TH_4H_4^TP+\lambda_5^{-1}P^TH_1H_1^TP+\lambda_6^{-1}P^TH_3H_3^TP+\lambda_1I+\lambda_2K^TK+\lambda_3E_2^TE_2+\lambda_4E_4^TE_4+\lambda_5E_1^TE_1+\lambda_6K^TE_3^TE_3K]x(t)+x^T(t)P^TD_1\omega(t)+\omega^T(t)D_1^TPx(t)$

$J=\int_0^\infty z^T(t)z(t)-\gamma^2\omega(t)^T\omega(t)dt=\int_0^\infty z^T(t)z(t)-\gamma^2\omega(t)^T\omega(t)+\dot{V}(t)dt-V(\infty)+V(0)=\int_0^\infty[(C+\triangle C)x(t)+D\omega)]^T[(C+\triangle C)x(t)+D\omega]-\gamma^2\omega^T\omega+x(t)^TP^TD_1\omega+\omega^TD_1^TPx(t)+x^T(t)(A+\triangle A+BK+\triangle BK)^TPx(t)+x^T(t)Rx(t)-x^T(t-h)Rx(t-h)$

$x^T(t)P^T(A_1+\triangle A_1+B_1K+\triangle B_1K)x(t-h)+x^T(t)P^T(A+\triangle A+BK+\triangle BK)x(t)+x^T(t-h)(A_1+\triangle A_1+B_1k+\triangle B_1K)^TPx(t)-x^T(\infty)Px(\infty)+x^T(0)Px(0)\le x^T(t)[A^TP+P^TA+P^TBK+K^TB^TP+\lambda_1^{-1}P^TA_1A_1^TP+\lambda_2^{-1}P^TB_1B_1^TP+\lambda_3^{-1}P^TH_2H_2^TP+\lambda_4^{-1}P^TH_4H_4^TP+\lambda_5^{-1}P^TH_1H_1^TP+\lambda_6^{-1}P^TH_3H_3^TP+\lambda_1I+\lambda_2K^TK+\lambda_3E_2^TE_2+\lambda_4E_4^TE_4+\lambda_5E_1^TE_1+\lambda_6K^TE_3^TE_3K+(\lambda_8+\lambda_7^{-1})E_5E_5^T+C^T(I-\lambda_8^{-1}H_5H_5^T)^{-1}C+(C^TD+P^TD_1)(\gamma^2I-D^TD-\lambda_7D^TH_5H_5^TD)^{-1}(C^TD+P^TD_1)^T]x(t)<0$

所以 $\|T_{z\omega}(s)\|_\infty<\gamma$。证毕。

3 数值例子

考虑不确定时滞广义系统(1)有

$E=\begin{bmatrix}1&0\\0&0\end{bmatrix}$，$A=\begin{bmatrix}0&1\\0.2&0.2\end{bmatrix}$，$A_1=\begin{bmatrix}-0.2&0.1\\-0.3&0\end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix}1.2\\1.5\end{bmatrix}$，$B_1=\begin{bmatrix}0.2\\1\end{bmatrix}$，$D_1=\begin{bmatrix}0.1\\-0.1\end{bmatrix}$，$C=[1\ 0]$，$D=[0.1]$，$H_1=\begin{bmatrix}0.1&0\\0&0.1\end{bmatrix}$，$H_2=\begin{bmatrix}0.1&0\\0&0.2\end{bmatrix}$，$H_3=\begin{bmatrix}0.1\\0\end{bmatrix}$，$H_4=\begin{bmatrix}0.1\\0.1\end{bmatrix}$，$H_5=0.1$，$E_1=\begin{bmatrix}0.1&0\\0&0.1\end{bmatrix}$，$E_2=\begin{bmatrix}0.1&0\\0&0.1\end{bmatrix}$，$E_2=0.1$，$E_4=0.02$，$E_5=[0.1\ 0.1]$，$F_i(t)=\sin(\frac{t}{i})$，$i=(1,\cdots,5)$，$\omega=\frac{1}{2+1.2t}$。

应用 Matlab 解不等式(10)，(11)，参数的选取如下所示

$\lambda_1=1.1,\lambda_2=1.3,\lambda_3=1.0,\lambda_4=1.3,\lambda_5=1.5,\lambda_6=1.2,\lambda_7=1.1,\lambda_8=1.2,\gamma=0.8,\varepsilon=0.1$

解得矩阵 $P=\begin{bmatrix}2.5508&0\\-1.8519&0.1079\end{bmatrix}$

$$R=\begin{bmatrix}218.3939&124.2098\\124.2098&72.1342\end{bmatrix}$$

$$K=[-12.8686\ \ -7.3568]$$

图 1 给出了闭环系统状态响应曲线，从图中可以看出系统(1)在控制器 $u=Kx(t)$ 作用下的状态响应曲线，并验证了本文所叙述方法的有效性。

4 结语

利用 Riccati 方程的方法，得到系统渐近稳定的充分条件，设计了线性无记忆状态反馈鲁棒 H_∞ 控制器，使得闭环系统渐近稳定且具有 H_∞ 范数约束性能。仿真实例证实了本文所提设计方法的可行性，并易于计算机实现。

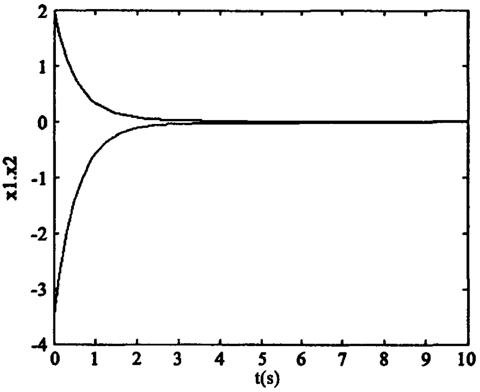

图1 闭环系统的状态曲线
Fig. 1 State trajectories of the closed-loop system

参考文献:

[1] LIN C, WANG J L, YONG G H, et al. Robust stabilization via state feedback for uncertain descriptor systems [J]. Int. J. Control. 2000, 73(5): 407 - 415.

[2] LIN C, LAM J, WANG J L, et al. Analysis on robust Stability of internal descriptor Systems [J]. Systems & Control Letters. 2001, 42(2): 267 - 278.

[3] MASUBUCHI I, KAMITANE Y, OHARA A, et al. Control for descriptor systems: a matrix inequalities approach [J]. Automatica, 1997, 33(4): 669 - 673.

[4] YANG G H, WANG J L, LIN C. Control for linear systems with controller uncertainty[C]. San Diego: American Control Conference, 1997.

[5] XIE X SH, LIU Y Q. Riccati equation approach for linear singular systems with time - delay [J]. Control Theory and Applications, 1998, 15 (6): 887 - 891.

[6] SU W, DE SOUZA CARLOS E, XIE L. Control for asymptotically stable nonlinear systems [J]. IEEE Trans. Automatic Control, 1999, 44 (5): 989 - 993.

[7] XIE L, DE SOUZA, C E. Roubustcontrol for linear systems with norm - bounded time - varying uncertainty [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1992, 37: 1188 - 1191.

[8] 杨帆,张庆灵.基于神经网络的时滞广义系统鲁棒控制[J]. 控制工程, 2006, 13(4): 324 - 326.

[9] 董心壮,张庆灵.滞后广义系统的状态反馈控制[J].控制理论与应用, 2004, 21(6): 941 - 944.

[10] XU S Y, DOOREN P V, STEFAN R, et al. Robust stability and stabilization for singular systems with state delay and parameter uncertainty [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2002, 47(7): 1122 - 1127.

（责任编辑　刘存英）

一类带有扰动输出时滞广义系统的鲁棒H∞控制

作者：杨波， 马跃超， 赵静敏， 徐亚楠， YANG Bo， MA Yue-chao， ZHAO Jing-min， XU Yanan
作者单位：杨波,赵静敏,徐亚楠,YANG Bo,ZHAO Jing-min,XU Yanan(燕山大学,理学院,河北,秦皇岛,066004)， 马跃超,MA Yue-chao(燕山大学,理学院,河北,秦皇岛,066004;东北大学,系统科学研究所,辽宁,沈阳,110004)
刊名：河北工程大学学报（自然科学版）ISTIC
英文刊名：JOURNAL OF HEBEI UNIVERSITY OF ENGINEERING(NATURAL SCIENCE EDITION)
年，卷(期)：2008,25(1)

参考文献(10条)

1. LIN C;WANG JL;YONGG H Robust stabilization via state feedback for uncertain descriptor systems[外文期刊] 2000(05)

2. LIN C;LAM J;WANG J L Analysis on robust Stability of internal descriptor Systems 2001(02)

3. MASUBUCHI I;KAMITANE Y;OHARA A Control for descriptor systems:a matrix inequalities approach[外文期刊] 1997(04)

4. YANGG H;WANG JL;LIN C Control for linear systems with controller uncertainty 1997

5. XIE X SH;LIU Y Q Riccati equation approach for linear sigular systems with time-delay 1998(06)

6. SU W;DE SOUZA CARLOS E;XIE L Control far asymptotically stable nonlinear systems 1999(05)

7. XIE L;DE SOUZA C E Roubustcuntrol for linear systems with norm-bounded time-varying uncertainty[外文期刊] 1992(8)

8. 杨帆;张庆灵 基于神经网络的时滞广义系统鲁棒控制[期刊论文]-控制工程 2006(04)

9. 董心壮;张庆灵 滞后广义系统的状态反馈控制[期刊论文]-控制理论与应用 2004(06)

10. XU S Y;DOOREN P V;STEFAN R Robust stability and stabilization for singular systems with state delay and parameter uncertainty[外文期刊] 2002(07)

引证文献(1条)

1. 阮万清.张鸿艳.冯玉铁 不确定非线性时变时滞广义系统的保性能控制[期刊论文]-黑龙江科技学院学报 2013(2)