

文章编号:1673-9469(2009)02-0074-04

## 基于可靠性平均安全系数的设计方法研究

吴海森<sup>1</sup>,姚志辉<sup>2</sup>,王凯<sup>1</sup>,王海英<sup>3</sup>,苏立坡<sup>4</sup>

(1.河北工程大学 机电工程学院,河北 邯郸 056038;2.西北机电工程研究所,陕西 咸阳 712099;  
3.河北省机械设备成套局,河北 石家庄 050000;4.河北化工医药职业技术学院,河北 石家庄 050000)

**摘要:**以应力-强度干涉模型为基础,分析了当应力和强度服从不同分布时,机械零件的可靠性与平均安全系数的关系,提出了一种基于平均安全系数的可靠性设计方法,设计实例验证了该方法的可行性,为提高零件设计水平,减小零件尺寸和节省制造成本提供了理论基础。

**关键词:**可靠性;平均安全系数;强度;应力

**中图分类号:**TH122

**文献标识码:**A

## Research of reliability design based on average safety factor

WU Hai-miao<sup>1</sup>, YAO Zhi-hui<sup>2</sup>, WANG Kai<sup>1</sup>, WANG Hai-ying<sup>3</sup>, SU Li-po<sup>4</sup>

(1. College of Mechanical and Electrical Engineering, Hebei University of Engineering, Handan 056038, China;  
2. Northwest Institute of Mechanical and Electrical Engineering, Xianyang 712099, China; 3. Hebei Mechanical Equipment Completion Bureau, Shijiazhuang 050051, China; 4. Hebei Chemical and Pharmaceutical Vocational Technology College, Shijiazhuang 056026, China)

**Abstract:** Based on stress-strength interference model, the relationship of average safety factor and reliability are derived when the distribution of stress and strength are subordinated to normal distribution or others, and the reliability design method based on average safety factor were introduced. It is shown that the reliability design method is feasible and useful to improve the design standard for mechanical parts and reduce the cost of them.

**Key words:** reliability; average safety factor; strength; stress

在传统设计中,安全系数法直观、易懂、使用方便,所以至今仍被广泛采用。但它有较大的盲目性,因为它不能反映设计变量的随机性<sup>[1]</sup>。有时候取的安全系数虽然大于1,但是由于强度和应力的数值是离散的,有出现应力大于强度的可能性,因此并不能保证在任何情况下都安全<sup>[2,3]</sup>。为了安全,设计中有时盲目取用优质材料或加大零件尺寸,从而造成不必要的浪费。而机械零件可靠性设计中把影响零件工作状态的设计变量都处理成随机变量,它们都有一定的分布规律,应用概率论与数理统计理论及强度理论,求出在给定设计条件下零件产生失效的概率公式,并应用这些公式,求出在给定可靠度要求下零件的尺寸参数,能得到恰如其分的设计,但是该方法计算比较复杂<sup>[4]</sup>。我们将传统设计的安全系数引入到可靠性

设计中去,得出了可靠性意义下的平均安全系数,提出了一种基于平均安全系数的可靠性设计方法。

### 1 安全系数法

安全系数法把影响零件工作状态的强度和应力等设计变量都处理成确定的单值变量。一个零件是否安全,可用安全系数大于或等于许用安全系数来判断,即:

$$n = \frac{r}{s} \geq [n] \quad (1)$$

式中  $r$  为零件的强度,  $s$  为零件最危险截面上的应力,它们都是单值变量。许用安全系数  $[n]$  是设计经验的总结,它是一个确定值。

安全系数法把影响零件工作状态的设计变量,如应力、强度、安全系数、载荷、环境因素、材料性能、零件尺寸和结构因素等,都处理成确定的单值变量。描述零件状态的数学模型,即变量与变量的关系,可以通过确定性的函数进行单值变换获得。可见安全系数法只是停留在确定性的概念上,没有考虑事物的不确定性,因而不能真正反映客观实际情况。而且计算中只要安全系数大于某一经验规定的数值就认为是安全的,这种计算有较大的经验性和盲目性<sup>[5]</sup>。

## 2 机械可靠性设计方法

机械可靠性设计方法是将可靠性设计理论引入到机械设计当中,按照零件的重要程度选取合适的可靠度设计零件。所谓机械零件的可靠度,实质上是零件在给定的设计和运行条件下对抗失效的能力,是零件的强度  $r$  大于应力  $s$  的概率。机械零件的可靠度  $R(t)$  可表示为

$$R(t) = P(r > s) \quad (2)$$

由于影响零件强度的参数(材料的性能、尺寸、表面质量等)和影响应力的参数(载荷工况、应力集中、工作温度、润滑状态等)都是随机变量,式(2)中强度  $r$  和应力  $s$  都是随机变量,且有一定的分布规律<sup>[6]</sup>。图1为强度  $r$  和应力  $s$  均服从正态分布时的应力-强度干涉模型。

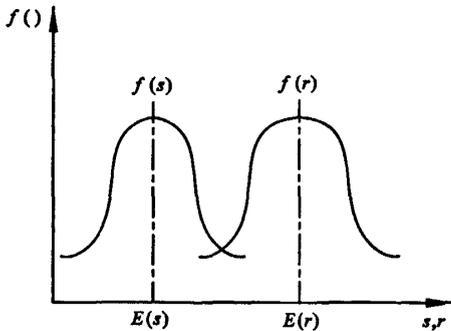


图1 应力-强度干涉模型

Fig.1 Stress-strength interference model

强度  $r$  和应力  $s$  是随机变量,其差值  $Y$  也应是随机变量。

$$Y = r - s = g(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (3)$$

式中随机变量  $x_1, x_2, \dots, x_n$  表示影响零件功能的各项因素,如载荷、环境、材料强度、零件尺寸、表面光洁度、应力集中等。这种多元函数,称为

功能函数或状态函数<sup>[7,8]</sup>。它表示了机械零件所处的状态,即

$Y > 0$ :零件处于安全状态;

$Y < 0$ :零件处于失效状态;

$Y = 0$ :零件处于极限状态。

设强度  $r$  和应力  $s$  的概率密度函数分别为  $f(r)$  和  $f(s)$ ,根据式(2)和式(3)可以得到零件可靠度  $R(t)$  计算的一般公式:

$$R(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(s) \left[ \int_s^{\infty} f(r) dr \right] ds \quad (4)$$

$$R(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(r) \left[ \int_{-\infty}^r f(s) ds \right] dr \quad (5)$$

$$R(t) = P(Y > 0) = \int_0^{\infty} f(Y) dY \quad (6)$$

## 3 不同分布下平均安全系数的确定

一般来讲,机械零件的强度和应力均能较好地服从指数分布、正态分布、对数正态分布、威布尔分布。当强度  $r$  和应力  $s$  服从不同分布时,零件的可靠度与平均安全系数之间的关系也不同。

### 3.1 平均安全系数

平均安全系数  $n$  定义为强度均值与应力均值之比,即

$$n = \frac{\mu_r}{\mu_s} = \frac{E(r)}{E(s)} \quad (7)$$

式中,  $\mu_r (E(r))$  和  $\mu_s (E(s))$  分别为强度  $r$  和应力  $s$  的平均值。

### 3.2 可靠度和平均安全系数的关系

1) 当  $r$  和  $s$  均服从正态分布时:若  $r$  和  $s$  均服从正态分布,可靠度为

$$R(t) = \Phi(Z_R) \quad (8)$$

$$Z_R = \frac{\mu_r - \mu_s}{\sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_s^2}} \quad (9)$$

式中  $\sigma_s^2$  和  $\sigma_r^2$  分别为  $s$  和  $r$  的方差;  $Z_R$  称为可靠度系数,它和  $R(t)$  值是一一对应的关系,知道  $R(t)$  值就可以通过标准正态分布表查得  $Z_R$  值。联立式(7)和式(9),可以得到平均安全系数  $n$ :

$$n = \frac{1 + Z_R \sqrt{C_r^2 + C_s^2} - Z_R^2 C_r^2 C_s^2}{1 - Z_R^2 C_r^2} \quad (10)$$

式中  $C_s$  为应力变差系数,  $C_r$  为强度变差系数。

2) 当  $r$  和  $s$  均服从指数分布时:若  $s$  和  $r$  均服

从指数分布,可靠度为

$$R(t) = \frac{\mu_r}{\mu_r + \mu_s} \quad (11)$$

平均安全系数  $n$ :

$$n = \frac{R}{1-R} \quad (12)$$

3) 当  $r$  和  $s$  均服从对数正态分布:若  $s$  和  $r$  均服从对数正态分布,则可靠度为

$$R(t) = \Phi(Z_R) \quad (13)$$

$$Z_R = \frac{\ln \mu_r - \ln \mu_s}{\sqrt{C_r^2 + C_s^2}} \quad (14)$$

平均安全系数  $n$ :

$$n = \exp(Z_R \sqrt{C_r^2 + C_s^2}) \quad (15)$$

4) 当  $r$  服从对数正态分布,  $s$  服从正态分布时:  $r$  服从对数正态分布  $s$  服从正态分布时,可靠度为

$$Z_R = \frac{\mu_r - 0.5\mu_r \ln(C_r^2 + 1) - \mu_s}{\sqrt{[\mu_r^2 \ln(C_r^2 + 1)]^2 + \sigma_s^2}} \quad (16)$$

联立式(7)和式(16),可以得到

$$Z_R = \frac{n - 1 - 0.5n[\ln(C_r^2 + 1)]^2}{\sqrt{[n \ln(C_r^2 + 1)]^2 + C_s^2}} \quad (17)$$

当已知  $Z_R$ 、 $C_r$  和  $C_s$  后,可以通过式(17)解得平均安全系数  $n$ 。

5) 当  $r$  服从正态分布,  $s$  服从对数正态分布时:同理,当  $s$  服从对数正态分布  $r$  服从正态分布时,可靠度为

$$Z_R = \frac{\mu_s + 0.5\mu_s \ln(C_r^2 + 1) - \mu_r}{\sqrt{[\mu_s^2 \ln(C_r^2 + 1)]^2 + \sigma_r^2}} \quad (18)$$

联立式(7)和式(18),可以得到

$$Z_R = \frac{1 + 0.5n[\ln(C_r^2 + 1)]^2 - n}{\sqrt{[n \ln(C_r^2 + 1)]^2 + C_r^2}} \quad (19)$$

当已知  $Z_R$ 、 $C_r$  和  $C_s$  后,可以通过式(19)解得平均安全系数  $n$ 。

6) 当  $r$  和  $s$  服从威布尔分布时:选用应用较为方便的双参数威布尔分布,则

$$f(s) = \frac{\beta_s}{\eta_s} \left(\frac{s}{\eta_s}\right)^{\beta_s-1} \cdot \exp\left[-\left(\frac{s}{\eta_s}\right)^{\beta_s}\right] \quad (20)$$

$$f(r) = \frac{\beta_r}{\eta_r} \left(\frac{r}{\eta_r}\right)^{\beta_r-1} \cdot \exp\left[-\left(\frac{r}{\eta_r}\right)^{\beta_r}\right] \quad (21)$$

式中,  $\beta_s$ 、 $\beta_r$ 、 $\eta_s$ 、 $\eta_r$  为威布尔分布参数。

可靠度为

$$R(t) = \int_0^1 f(x) dx \quad (22)$$

$$f(x) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{r}{\eta_r}\right)^{\beta_r} \left(\ln \frac{1}{1-x}\right)^{\frac{\beta_r}{\beta_s}}\right] \quad (23)$$

平均安全系数  $n$ :

$$n = \frac{\eta_r \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta_r}\right)}{\eta_r \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta_s}\right)} \quad (24)$$

## 4 设计实例

KZ300 高刚度型钢轧机由于刚度高、轧制稳定、轧制精度高,被大量用作精轧机组轧机,忽略辊缝调节的扭转应力后拉杆可看作二力杆。拉杆上承受轧制力的最细处轴的半径为 50mm。

对其中的一根拉杆进行可靠性设计,轧制力可以按服从正态分布来计算<sup>[10]</sup>,则力  $P$  服从正态分布,  $\mu_P = 1\,000\,000\text{N}$ , 选定  $C_P = 0.3$ , 则  $\sigma_P = 300\,000\text{N}$ ; 拉杆材料为 40C, 查表得到该材料强度服从正态分布, 变差系数为 0.050<sup>[11]</sup>,  $\mu_r = 939.6\text{MPa}$ , 则  $\sigma_r = 46.98\text{MPa}$ 。

选定拉杆设计的可靠度为  $R = 0.999\,9$ , 查表得  $Z_R = 3.09$ 。

$$\text{拉杆圆截面所受应力: } s = \frac{P}{A} = \frac{P}{\pi R'^2}$$

根据其加工方法, 拉杆圆截面半径  $R'$  的加工误差为  $\mu_R$  的 0.015 倍, 可得  $C_R = 0.005$ 。应力变差系数为

$$C_s = \sqrt{C_P^2 + 2^2 C_R^2} = \sqrt{(0.3)^2 + 2^2 (0.005)^2} \approx 0.3$$

平均安全系数  $n$ :

$$n = \frac{1 + Z_R \sqrt{C_r^2 + C_s^2} - Z_R^2 C_r^2 C_s^2}{1 - Z_R^2 C_r^2} \approx 2$$

$$\text{又 } n = \frac{\mu_r}{\mu_s}, \mu_s = \frac{\mu_P}{\pi \mu_R^2}, \text{ 则 } \mu_R = \sqrt{\frac{n \mu_P}{\pi \mu_r}} = 26.$$

于是可得到  $R' = 26 \pm 0.4\text{mm}$

用基于平均安全系数的可靠性设计方法进行设计时, 当拉杆的可靠度取到 0.999 9, 平均安全系数为 2, 得到拉杆半径为 26mm。由于轧钢生产中事故停机会带来巨大经济损失, 所以在轧机传统设计方法中都留有很大的强度条件余量, 其安全系数选取值高达 10~20 左右。另外, 考虑到高刚度型钢轧机的高刚度要求和结构设计要求, 按照传统设计方法设计的拉杆半径值为 50mm。由此可见, 传统设计结果比可靠性设计结果大了许多, 拉杆设计在减小尺寸和重量、节省制造材料和

制造成本方面还有一定的空间。

## 5 结论

可靠性设计以达到预定可靠度为设计目标,可以使所设计的零件具有可预测的寿命和失效概率,得到较小的零件尺寸,从而节省制造材料和制造成本。从应力-强度干涉模型出发,得出当强度和应力服从不同分布时平均安全系数的表达式,提出一种基于平均安全系数的可靠性设计方法。设计实例说明了该设计方法是可行的,采用该设计方法可以避免传统设计方法的盲目性。

### 参考文献:

- [1] 刘惟信. 机械可靠性设计[M]. 北京:清华大学出版社, 1993.
- [2] 张源. 传统安全系数法与可靠性安全系数法比较[J]. 机械, 2003, 30(增): 62-63.
- [3] 李静. 可靠度与安全系数的比较及可靠性设计中的  $6\sigma$  [J]. 机电产品开发与创新, 2007, 20(3): 31-33.
- [4] 喻全余, 杨明, 高洪. 基于可靠性安全系数下的轴的设计[J]. 机械传动, 2005, 29(2): 40-42.
- [5] 都军民, 蔡民, 戴宗妙. 基于可靠性安全系数的结构设计方法研究[J]. 舰船科学技术, 2007, 29(3): 134-136.
- [6] 李艳敏, 吴立言, 贺朝霞, 等. 机械可靠性分析方法评述[J]. 机械设计, 2004, 21(10): 1-3.
- [7] 贾星兰. 构件可靠度与平均安全系数的研究[J]. 北京航空航天大学学报, 2002, 28(2): 205-207.
- [8] 朱文予. 机械可靠性设计[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 1992.
- [9] 黄洪钟. 机械传动可靠性理论与应用[M]. 北京: 中国科学技术出版社, 1995.
- [10] 王文博, 阎敏. 机械零件可靠度的等效正态分布[J]. 北京服装学院学报, 1998, 2(18): 61-66.

(责任编辑 闫纯有)

# 基于可靠性平均安全系数的设计方法研究

作者: [吴海淼](#), [姚志辉](#), [王凯](#), [王海英](#), [苏立坡](#), [WU Hai-miao](#), [YAO Zhi-hui](#), [WANG Kai](#),  
[WANG Hai-ying](#), [SU Li-po](#)

作者单位: [吴海淼, 王凯, WU Hai-miao, WANG Kai \(河北工程大学机电工程学院, 河北, 邯郸, 056038\)](#), [姚志辉, YAO Zhi-hui \(西北机电工程研究所, 陕西, 咸阳, 712099\)](#), [王海英, WANG Hai-ying \(河北省机械设备成套局, 河北, 石家庄, 050000\)](#), [苏立坡, SU Li-po \(河北化工医药职业技术学院, 河北, 石家庄, 050000\)](#)

刊名: [河北工程大学学报 \(自然科学版\)](#) ISTIC

英文刊名: [JOURNAL OF HEBEI UNIVERSITY OF ENGINEERING \(NATURAL SCIENCE EDITION\)](#)

年, 卷(期): 2009, 26 (2)

被引用次数: 1次

## 参考文献(10条)

1. [刘惟信](#) [机械可靠性设计](#) 1993
2. [张源](#) [传统安全系数法与可靠性安全系数法比较](#) 2003(增)
3. [李静](#) [可靠度与安全系数的比较及可靠性设计中的 \$6\sigma\$](#)  [期刊论文]-[机电产品开发与创新](#) 2007(03)
4. [喻全余](#); [杨明](#); [高洪](#) [基于可靠性安全系数下的轴的设计](#) [期刊论文]-[机械传动](#) 2005(02)
5. [都军民](#); [蔡民](#); [戴宗妙](#) [基于可靠性安全系数的结构设计方法研究](#) [期刊论文]-[舰船科学技术](#) 2007(03)
6. [李艳敏](#); [吴立言](#); [贺朝霞](#) [机械可靠性分析方法评述](#) [期刊论文]-[机械设计](#) 2004(10)
7. [贾星兰](#) [构件可靠度与平均安全系数的研究](#) [期刊论文]-[北京航空航天大学学报](#) 2002(02)
8. [朱文予](#) [机械可靠性设计](#) 1992
9. [黄洪钟](#) [机械传动可靠性理论与应用](#) 1995
10. [王文博](#); [阎敏](#) [机械零件可靠度的等效正态分布](#) 1998(18)

## 引证文献(1条)

1. [曾军财](#); [杨江涛](#) [论可靠度与安全系数的关系](#) [期刊论文]-[机电工程技术](#) 2013(7)

本文链接: [http://d.wanfangdata.com.cn/Periodical\\_hbjzkjxyxb200902021.aspx](http://d.wanfangdata.com.cn/Periodical_hbjzkjxyxb200902021.aspx)