

文章编号:1673-9469(2009)04-0004-04

## 刚性基础下柔性桩复合地基的沉降计算

吴雄志,李红艳

(河北工程大学 土木工程学院,河北 邯郸 056038)

**摘要:**以刚性基础下柔性桩复合地基为研究对象,根据现有的关于桩土应力比的计算方法,对刚性基础下柔性桩复合地基中的桩侧摩阻力的分布形式和规律做了简化处理,并利用 Mindlin 位移解推导出复合地基沉降的理论解公式。通过工程实例验表明 Mindlin 位移解沉降计算方法是有效、合理的,为复合地基沉降的计算提供了一种新的方法。

**关键词:**复合地基;摩阻力;沉降;Mindlin 位移解

**中图分类号:** TU473

**文献标识码:** A

### Settlement calculation of flexible piles for composite foundation with rigid foundation

WU Xiong-zhi, LI Hong-yan

(College of Civil Engineering, Hebei University of Engineering, Hebei Handan 056038, China)

**Abstract:** Based on the available computational method of the pile - soil stress ratio, the research simplified the distribution rules and patterns of the pile skin friction for composite foundation with rigid foundation, and derived the calculation formula for settlement of the composite ground from the mindlin displacement solution. The applied case shows that the settlement calculation formula is rational and effective, and provides a new way to calculate the settlement of composite foundation.

**Key words:** composite foundation; frictional resistance; settlement; mindlin displacement solution

随着经济的发展,多高层建筑越来越多,桩土复合地基得到了广泛的应用。特别在软土区,复合地基基本是按沉降控制设计的,因此复合地基的沉降计算对于复合地基的设计是很重要的。

复合地基的沉降计算方法,除了龚晓南在《复合地基理论及工程应用》<sup>[1]</sup>一书中推荐使用单向压缩分层总和法、《桩基工程手册》<sup>[2]</sup>中附加应力采用 Ceddes 法以外,施建勇,邹坚<sup>[3]</sup>利用 Mindlin 位移解,计算了深层搅拌桩在路堤荷载作用下的理论计算公式,并简化成实用计算公式,更利于工程应用;麻玉鹏等<sup>[4]</sup>采用线性变形层分层地基沉降的分层总和法计算沉降,此法是基于 Mindlin 位移解,计算出每一层地基的沉降量,然后求出各层沉降量的和。

然而文献[3]提出的公式,没有考虑柔性桩的有效长度,摩阻力的形式也仅使用于路堤荷载

下的柔性桩复合地基,对刚性基础下复合地基中的桩并不适用;文献[4]中也没有提出在具体情况下 Mindlin 位移解的公式。因此有必要对 Mindlin 位移解进行进一步的研究,使之应用于更广泛的工程。

本文利用 Mindlin 位移解推导刚性基础下柔性桩复合地基沉降的计算过程。

#### 1 Mindlin 位移解的推导

二元桩复合地基受上部荷载作用,桩长为  $L$ ,桩半径为  $R_0$ ,取一个单元研究(图1)。

桩端、桩侧、桩间土分担的荷载分别为  $P_b$ 、 $P_L$ 、 $P_s$ 。

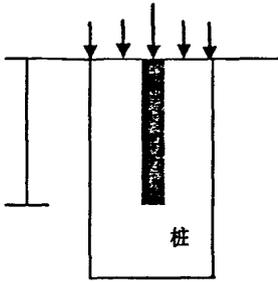


图1 单位元受力分析图

Fig.1 Analysis of unite cell force

1.1 点荷载引起的位移场

竖向集中力 P 作用于半空间体内一点 (0, 0, h), 任一点 M(x, y, z) 处的 Mindlin 位移解。

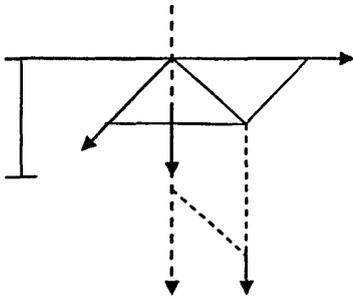


图2 点荷载的位移场

Fig.2 Displacement caused by point

$$s_1(r, z, h) = \frac{(1 + \mu)P}{8\pi(1 - \mu)E'} f_1(r, z, h) \quad (1)$$

其中

$$f_1(r, z, h) = \frac{(z - h)^2}{Q_1^3} + \frac{3 - 4\mu}{Q_1} + \frac{8(1 - \mu)^2 - (3 - 4\mu)}{Q_2} + \frac{(3 - 4\mu)(z + h)^2 - 2hz}{Q_2^3} + \frac{6hz(z + h)^2}{Q_2^5}$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, Q_1 = \sqrt{r^2 + (z - h)^2}, Q_2 = \sqrt{r^2 + (z + h)^2}$$

1.2 桩端荷载  $P_b$  引起的位移

长度为 L, 半径为  $R_0$  的桩, 桩端荷载  $P_b$  近似的均布于桩与土接触面上。辛金珉<sup>[5]</sup>从 Mindlin 经典解答出发, 对圆形受荷区域作等积变换, 得到竖向分布荷载作用于半空间时的位移封闭的积分结果。

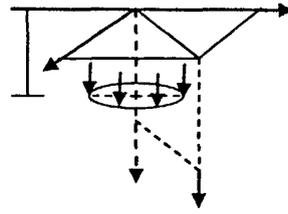


图3 竖向均布荷载作用于圆形区域的位移

Fig.3 Displacement of circular region bearing vertical uniform load

对文献[5]的公式进行变换, 可以得出桩端荷载  $P_b$  引起的位移, 见式 2。

$$s_2(r, z, L) = \frac{(1 + \mu)P_b}{8(1 - \mu)E\pi^{1.5}rR_0} f_2(r, z, L) \quad (2)$$

其中

$$f_2(r, z, L) = (3 - 4\mu)(R_{12} - R_{11}) + [8(1 - \mu)^2 - (3 - 4\mu)] \times (R_{22} - R_{21}) + (z - L)^2 \left( \frac{1}{R_{11}} - \frac{1}{R_{12}} \right) + [(3 - 4\mu)(z + L)^2 - 2zL] \times \left( \frac{1}{R_{21}} - \frac{1}{R_{22}} \right) + 2zL(z + L) \left( \frac{1}{R_{21}^3} - \frac{1}{R_{22}^3} \right)$$

$$r_1 = r - \frac{\sqrt{\pi}}{2} R_0, r_2 = r + \frac{\sqrt{\pi}}{2} R_0$$

$$R_{11} = \sqrt{r_1^2 + (z - L)^2}, R_{12} = \sqrt{r_2^2 + (z - L)^2},$$

$$R_{21} = \sqrt{r_1^2 + (z + L)^2}, R_{22} = \sqrt{r_2^2 + (z + L)^2}$$

本公式仅适用于  $r \geq R_0$  的情况。

1.3 桩侧总摩阻力引起的位移

1.3.1 桩侧摩阻力的分布

孙林娜<sup>[6]</sup>根据水泥搅拌桩带台的荷载传递规律试验结果, 可以得出, 在有效桩长范围内, 桩侧摩阻力在桩顶几乎为 0, 沿有效桩长向下, 大约在距桩顶 1/3 处达到极大值, 而后沿桩侧向下线性减小直至为 0。吴雄志<sup>[7]</sup>将克拉夫和邓肯用于描述土-结构材料接触面的摩阻力模型作为传递函数, 用荷载传递法对水泥土桩的荷载传递及临界桩长问题进行了研究。元乐<sup>[8]</sup>推导得到了桩侧摩阻力的分布形式。史三元<sup>[9]</sup>推导了柔性桩的有效桩长的计算公式。

我们可以采用文献[7]和文献[8]的方法, 绘制出柔性桩的桩侧摩阻力曲线, 为了便于计算, 将它简化成三角形。三角形摩阻力分布深度取有效桩长  $L_e$  而不是桩长 L。在计算桩体压缩量的时

候,若  $L > L_c$ ,取  $L_c$  作为计算长度;若  $L < L_c$ ,也取  $L_c$  作为计算长度,然后从桩顶往下截取  $L$  段,将  $L_c - L$  段的摩阻力换算成桩端阻力。

为了避免计算过程中出现超积分,将沿桩侧面分布的侧摩阻力面荷载近似简化成沿桩身分布的线荷载(只要桩的半径不是很大,两种方法的结果相同)。

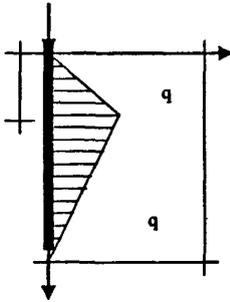


图4 桩侧摩阻力的线荷载分布图

Fig. 4 Distribution of skin friction on pile

$$\begin{cases} dq_1 = \frac{2\alpha P_L}{L_c^2} h dh & (0 \leq h \leq L_K) \\ dq_2 = \frac{2\beta P_L}{(L_c - L_K)^2} (L_c - h) dh & (L_K \leq h \leq L_c) \end{cases}$$

$\alpha$  为桩顶到桩身侧摩阻力最大处的桩长与有效桩长的比例系数,  $\beta$  为桩身侧摩阻力最大处到桩底的桩长与有效桩长的比例系数,  $L_K = \alpha L_c$ ,  $L_c - L_K = \beta L_c$ ,  $\alpha + \beta = 1$ 。

### 1.3.2 在 $P_L$ 作用下, M 点的位移计算

$$\begin{aligned} s_3(r, z, h) &= \frac{1 + \mu}{8\pi E(1 - \mu)} \int_0^{L_c} f_1(r, z, h) dq = \\ &= \frac{1 + \mu}{8\pi E(1 - \mu)} \left[ \int_0^{L_K} f_1(r, z, h) dq_1 + \int_{L_K}^{L_c} f_1(r, z, h) dq_2 \right] = \\ &= \frac{(1 + \mu) P_L}{4\pi E(1 + \mu) L_c^2} \cdot \left( \frac{1}{\alpha} \cdot A + \frac{1}{\beta} \cdot B \right) \\ A &= 4(1 - \mu) z \cdot \ln \frac{z + R_1}{z - L_k + R_2} + \\ &= (5 - 4\mu)(R_2 - R_1) + \\ &= 4z[1 - 2z(1 - \mu)^2] \cdot \ln \frac{z + R_1}{z - L_k + R_2} + \\ &= 8(1 - \mu)^2 (R_3 - R_1) + \\ &= \frac{L_k}{R_2} (z - L_k) + [8z^2 + (3 - 4\mu)r^2] \left( \frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_1} \right) - \\ &= (3 + 4\mu) \left( \frac{z + L_k}{R_3} - \frac{z}{R_1} \right) - 4z^2 r^2 \left( \frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_1} \right) - \end{aligned}$$

$$2z(z^2 - r^2) \left( \frac{z + L_k}{R_3^3} - \frac{z}{R_1^3} \right)$$

$$B = 4(1 - \mu)(L_c - z) \cdot \ln \frac{z + R_1}{z - L_k + R_2} +$$

$$(5 - 4\mu)(R_2 - R_4) +$$

$$4z[1 - 2z(1 - \mu)^2] \cdot \ln \frac{z - L_k + R_2}{z - L_c + R_4} +$$

$$8(1 - \mu)^2 (R_3 - R_5) + \frac{1}{R_2} (z - L_k)(L_c - L_k) +$$

$$[8z^2 + 4zL_c + (3 - 4\mu)r^2] \times \left( \frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_5} \right) -$$

$$[(3 + 4\mu)(L_c + z) + 6z] \left( \frac{z + L_c}{R_5} - \frac{z + L_k}{R_3} \right) -$$

$$2z(r^2 - z^2 - zL_c) \left( \frac{z + L_c}{R_5^3} - \frac{z + L_k}{R_3^3} \right) -$$

$$2zr^2(L_c + 2z) \left( \frac{1}{R_5^3} - \frac{1}{R_3^3} \right)$$

其中:

$$R_1 = \sqrt{z^2 + r^2}, R_2 = \sqrt{(z - L_k)^2 + r^2}, R_3 =$$

$$\sqrt{(z + L_k)^2 + r^2}, R_4 = \sqrt{(z - L_c)^2 + r^2}, R_5 =$$

$$\sqrt{(z + L_c)^2 + r^2}$$

### 1.3.3 在 $P_L$ 作用下, 桩顶的位移计算

$$s_3(R_0, 0, h) = \int_0^L \frac{1 + \mu}{8\pi E(1 - \mu)} f_1(R_0, 0, h) dq =$$

$$\frac{1 + \mu}{8\pi E(1 - \mu)} \left[ \int_0^{L_K} f_1(R_0, 0, h) dq_1 + \int_{L_K}^{L_c} f_1(R_0, 0, h) dq_2 \right] =$$

$$\frac{1 + \mu P_L}{2\pi E L_c} \left[ \frac{1}{\alpha L} (2\mu - 4) - 2(3 - 2\mu) \frac{1}{\beta} \ln \alpha \right]$$

### 1.3.4 在 $P_L$ 作用下, 桩底的位移计算

$$s_3(R_0, L_c, h) = \frac{1 + \mu}{8\pi E(1 - \mu)} \times$$

$$\left[ \int_0^{L_K} f_1(R_0, L_c, h) dq_1 + \int_{L_K}^{L_c} f_1(R_0, L_c, h) dq_2 \right] =$$

$$\frac{1 + \mu P_L}{2\pi E L_c} \left\{ \frac{2}{\alpha} \ln \frac{1}{\beta} - \frac{1}{\lambda \beta} + 4(1 - \mu) \times \right.$$

$$\left. \left[ \frac{2}{\beta} \ln 2 - \frac{1 + \alpha}{\alpha \beta} \ln(1 + \alpha) \right] + \right.$$

$$\left. \frac{1}{(1 - \mu)} \left[ \frac{2}{\alpha \beta} \ln(1 + \alpha) - \frac{2}{\beta} \ln 2 - \frac{1}{2(1 + \alpha)} - \right. \right.$$

$$\left. \frac{1}{4\lambda \beta} \right\}$$

$\lambda = L_c/D_0$ ;  $D_0 = 2R_0$  为桩直径, 计算中略去  $(R_0/L_c)^2$  及以上高阶小量。

1.4 桩间土分担的荷载  $P_s$  引起的位移

$P_s$  为均布竖向作用于半空间表面的荷载,它引起的位移参照文献[3]的公式(21)、(22)进行计算。

1.5 桩身压缩量

根据桩身侧摩阻力的分布规律,可得到桩身轴力的分布规律

$$\begin{cases} P(h) = P_b + P_L \left(1 - \frac{h^2}{\alpha L_c^2}\right) & (0 \leq h \leq L_k) \\ P(h) = P_b + \frac{P_L}{\beta} \left(1 - \frac{h^2}{L_c^2}\right) & (L_k \leq h \leq L_c) \end{cases}$$

桩身压缩量公式如下。

$$\begin{aligned} \Delta L &= \int_0^{L_c} \frac{P(h)}{E_p A_p} dh = \\ & \frac{1}{E_p A_p} \left\{ \int_0^{L_k} \left[ P_b + P_L \left(1 - \frac{h^2}{\alpha L_c^2}\right) \right] dh + \right. \\ & \left. \int_{L_k}^{L_c} \left[ P_b + \frac{P_L}{\beta} \left(1 - \frac{h^2}{L_c^2}\right) \right] dh \right\} + \\ & \frac{L_c}{E_p \pi R_0^2} \left[ P_b + \frac{1}{3}(5\alpha - 1)P_L \right] \end{aligned}$$

2 工程实例

某工程地基土层是由长江冲积及滨河湖泊相沉积的软弱土。该土层层理交错多变,缺层现象比较严重;土质分布很不均匀,淤泥大量沉积其中,属于典型的软弱地基。

工程采用水泥搅拌桩进行地基加固,桩径为 0.7m,有效桩长为 12.0m,单桩设计容许承载力为 270kN,桩面积置换率  $m = 11.9\%$ 。要求地基加固以后,复合地基容许承载力为 130kPa。

表 1 土的物理力学性质指标汇总表

Tab.1 Value of physics mechanical properties of soil

层号	类型	H / m	E / Mpa	$f_i$ / kPa
1	杂填土	2.7-4.9		60-55
2	淤泥质粘土	3.8-4.5	2.4	65
3	粉砂	3.8-4.5	11.4	75
4	淤泥质粘土	2.9-3.8	2.8	70
5	粘土	0-6.3	11	260
6	粉质粘土	6.2-6.5	4.3	120
7	粉细沙	2.4-4.3	14.5	230

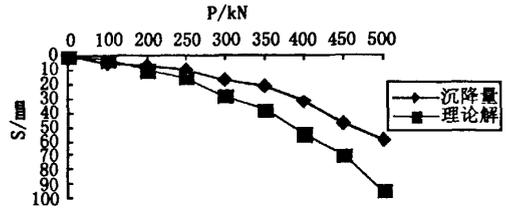


图5 荷载沉降关系曲线图

Fig.5 Curve of load-settlement

从复合地基整个加载过程来看,现场实测与理论计算总体比较吻合。理论解大于与实测值,从工程应用的角度看理论解是偏于安全的。

3 结论

1)假定地基土弹性半无限体,桩顶位置的桩土相对位移为零。在已知桩土应力比情况下,计算出桩土荷载分担的情况后,运用叠加原理,通过假定刚性桩侧摩阻力分布形式,再用 Mindlin 位移解推导了可以考虑桩、土、垫层相互作用的复合地基沉降计算方法。

2)通过工程实例验表明 Mindlin 位移解沉降计算方法是有效、合理的。为工程中刚性基础下柔性桩复合地基沉降提供了一种新的有效方法。

参考文献:

- [1] 龚晓南. 复合地基理论与工程应用[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2002.
- [2] 桩基工程手册编写委员会. 桩基工程手册[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1995.
- [3] 施建勇, 邹坚. 深层搅拌桩复合地基沉降计算理论研究[J]. 岩土力学, 2002, 23(3): 309-320.
- [4] 麻玉鹏, 丁继辉, 王维玉等. 基于 Mindlin 应力解和位移解的地基沉降量的数值分析[J]. 工程力学, 2002 (增刊), 63-69.
- [5] 宰金珉. 复合桩基理论及应用[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2004.
- [6] 孙林娜. 复合地基沉降及按沉降控制的优化设计研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2006.
- [7] 吴雄志. 水泥土单桩荷载传递及临界桩长的研究[J]. 岩土力学, 2004, 25(9): 101-104.
- [8] 亓乐, 施建勇. 刚性基础下柔性桩桩侧摩阻力及有效桩长的研究[J]. 工业建筑, 2007, 37(11): 68-70.
- [9] 史三元, 王浩然. 柔性桩复合地基有效桩长的简化计算方法[J]. 河北工程大学学报(自然科学版), 2007, 24(3): 1-3.

(责任编辑 马立)