

文章编号:1673-9469(2010)02-0060-03

# 东北黑土区非饱和土壤水分运动数值模拟研究

武海霞<sup>1</sup>, 张铮<sup>1</sup>, 王洪义<sup>2</sup>

(1.河北工程大学水电学院,河北邯郸056021;2.海河水利委员会漳河上游管理局,河北邯郸056000)

**摘要:**根据非饱和土壤水分运动基本理论,建立一维运动数学模型,采用有限差分法计算,对东北黑土区非饱和土壤水分一维运动进行数值模拟研究。经 Warrick 试验验证,模拟结果和实际测量值的相对误差小于0.001,该模型可以模拟东北黑土区非饱和土壤水分在垂直剖面上的分布情况。

**关键词:**东北黑土区;非饱和;土壤水分运动;数值模拟;有限差分  
**中图分类号:**S127 **文献标识码:**A

## Numerical simulation of unsaturated soil water movement in black soil area of the Northeast China

WU Hai-xia, ZHANG Zheng, WANG Hong-yi

(1. College of Water Conservancy and Hydroelectric Power, Hebei Engineering University, Hebei Handan 056021, China; 2. The Upper Reaches of Zhang River Conservancy, The Haihe River Conservancy Commission, Tianjin 300170, China)

**Abstract:** According to the theory of the unsaturated soil water movement, we set up the one-dimensional motion mathematical model, and adopt the finite difference method. Then we make the numerical simulation of unsaturated soil water movement in black soil area in Northeast and conduct the experimental verification Warrick. Finally through the comparison simulation results with measured data, it shows that this model can simulate the distribution of the unsaturated soil water in black soil area in Northeast in the vertical profiles.

**Key words:** black soil area in the Northeast China; unsaturated; soil water movement; numerical simulation; finite difference

非饱和土壤水流动过程决定着土壤剖面在不同深度和不同时间所保留的水分数量,直接影响着作物的水分收支<sup>[1]</sup>。对非饱和土壤水分运动进行数值模拟,仅有二十多年的历史,我国也取得了相关的研究成果,但较多针对黄土区<sup>[2-6]</sup>。结合东北黑土区特点,对一维非饱和均质土壤水分运动进行模拟,并和实测值进行对比分析,为生产实践提供参考。

### 1 数学模型

假定土壤为同性、均质的多孔介质;土壤中不

存在对水分流动的空气阻力;不计温度变化的影响;土壤扩散率和导水率都是土壤含水率的单值函数;不考虑化学作用对土壤水的影响;达西定律适用于饱和流及非饱和流。蒸发条件下土壤水分运动的数学模型为

$$\begin{cases} \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} [D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z}] - \frac{\partial K(\theta)}{\partial z} \\ \theta = \theta(z) & 0 \leq z \leq \infty, t = 0 \\ -D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} + K(\theta) = -E(t) & z = 0, t > 0 \\ \theta = \theta_0 & z = \infty, t > 0 \end{cases} \quad (1)$$

式中  $\theta$ —体积含水率;  $z$ —以地表为原点向下为正的垂直坐标 (cm);  $t$ —时间 (min);  $\theta_0$ —土壤初始含水率;  $D(\theta)$ —非饱和土壤水分扩散率 ( $\text{cm}^2/\text{min}$ );  $K(\theta)$ —非饱和土壤导水率 ( $\text{cm}/\text{min}$ );  $\theta(z)$ —随土层深度变化的土壤剖面含水率;  $E(t)$ — $t$  时刻表土蒸发强度 ( $\text{mm}/\text{d}$ )。

表土蒸发强度与含水率的关系在试验地选择扰动土样进行表土蒸发试验,实测表土蒸发量和含水率,求出表土蒸发强度与水面蒸发强度之比 ( $E/E_0$ )与表土含水率的经验公式:

$$\frac{E}{E_0} = \begin{cases} 0 & \theta < 0.1432 \\ 3.1751\theta - 0.2857 & 0.1432 < \theta < 0.3986 \end{cases}$$

## 2 数学模型的求解

### 2.1 数学模型及定解条件的差分离散化

对上述模型采用隐式差分格式离散控制方程

$$\frac{\theta_i^{j+1} - \theta_i^j}{\Delta t} = \frac{D_{i+\frac{1}{2}}^{j+1}(\theta_{i+\frac{1}{2}}^{j+1} - \theta_i^{j+1}) - D_{i-\frac{1}{2}}^{j+1}(\theta_i^{j+1} - \theta_{i-\frac{1}{2}}^{j+1})}{\Delta z^2} - \frac{K_{i+1}^{j+1} - K_{i-1}^{j+1}}{2\Delta z} \quad (2)$$

式中  $D_{i+\frac{1}{2}}^{j+1} = \frac{1}{2}(D_i^j + D_{i+1}^j)$ ,  $D_{i-\frac{1}{2}}^{j+1} = \frac{1}{2}(D_i^j + D_{i-1}^j)$ ;  $K_{i+1}^{j+1}$  和  $K_{i-1}^{j+1}$  分别采用  $K_{i+1}^j$  和  $K_{i-1}^j$  作为预报值;  $i$ —空间节点序号 ( $i = 0, 1, 2, \dots, n$ );  $\Delta z$ —步长;  $j$ —时间结点编号 ( $j = 0, 1, 2, \dots, n$ )。

将  $\gamma_1 = \frac{\Delta t}{\Delta z^2}$ ,  $\gamma_2 = \frac{\Delta t}{2\Delta z}$  代入(2)式得

$$-\gamma_1 D_{i-\frac{1}{2}}^{j+1} \theta_{i-1}^{j+1} + [1 + \gamma_1(D_{i-\frac{1}{2}}^{j+1} + D_{i+\frac{1}{2}}^{j+1})] \theta_i^{j+1} - \gamma_1 D_{i+\frac{1}{2}}^{j+1} \theta_{i+1}^{j+1} = \theta_i^j - \gamma_2(K_{i+1}^{j+1} - K_{i-1}^{j+1}) \quad (3)$$

$$\text{或 } a_i \theta_{i-1}^{j+1} + b_i \theta_i^{j+1} + c_i \theta_{i+1}^{j+1} = h_i \quad i = 2, 3, \dots, n-2 \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} a_i &= -\gamma_1 D_{i-\frac{1}{2}}^{j+1} \\ b_i &= 1 + \gamma_1(D_{i-\frac{1}{2}}^{j+1} + D_{i+\frac{1}{2}}^{j+1}) \\ c_i &= -\gamma_1 D_{i+\frac{1}{2}}^{j+1} \\ h_i &= \theta_i^j - \gamma_2(K_{i+1}^{j+1} - K_{i-1}^{j+1}), \quad i = 2, 3, \dots, n-2 \end{aligned} \right\} i = 1, 2, \dots, n-1$$

当  $i = 1$  和  $n - 1$  时,式(4)可写为

$$b_1 \theta_1^{j+1} + c_1 \theta_2^{j+1} = h_1, a_{n-1} \theta_{n-2}^{j+1} + b_{n-1} \theta_{n-1}^{j+1} = h_{n-1} \quad (5)$$

式中  $h_{n-1} = [\theta_{n-1}^j - \gamma_2(K_{n-1}^{j+1} - K_{n-2}^{j+1})] - c_{n-1} \theta_n^j$ ,

$$K_n^{j+1} = K(\theta_0).$$

在边界结点  $i = 0$  处列差分方程,  $\frac{\partial \theta}{\partial z}$  取向前差分,由式(2)可得

$$-D_0^{j+1} \frac{\theta_1^{j+1} - \theta_0^{j+1}}{\Delta z} + K_0^{j+1} = -E_s^{j+\frac{1}{2}} \quad (6)$$

式中  $E_s^{j+\frac{1}{2}}$  表示时段平均土壤表面蒸发强度。

$$\text{式中 } b_0 = \frac{D_0^{j+1}}{\Delta z}, c_0 = -b_0, h_0 = -E_s^{j+\frac{1}{2}} - K_0^{j+1}.$$

对每一内节点均可写出下列三对角型方程组

$$\left[ \begin{array}{ccc} b_0 & c_0 & \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ & a_2 & b_2 & c_2 \\ & & \ddots & \ddots & \ddots \\ & & & a_{n-2} & b_{n-2} & c_{n-2} \\ & & & & a_{n-1} & b_{n-1} \end{array} \right] \theta = \left[ \begin{array}{c} h_0 \\ h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_{n-2} \\ h_{n-1} \end{array} \right] \quad (7)$$

用追赶法求解三对角型方程组(7),可得到土壤剖面上诸点的  $\theta$  值,从而求得该时刻土壤含水量在剖面上的分布情况,按时间层推进,则土壤水分在剖面上的动态即被模拟出来。

## 3 模型检验

采用 Warrick 等<sup>[7]</sup>所做的水盐动态试验来验证模型及程序的正确性和可靠性。

初始条件:Warrick 试验在灌水前 200cm 深的 Panock 粘壤土剖面上测得的初始含水率变化关系为

$$\theta(z) = \begin{cases} 0.15 + 8.333333 \times 10^{-4} z & z \leq 60 \\ 0.2 & z > 60 \end{cases}$$

上、下边界条件:  $\theta(0, t) = 0.38$ ;  $\theta(200, t) = 0.2$ 。

参数的选取:  $K(\theta) = 3.24 \times 10^{-8} e^{35.8\theta}$

$$D(\theta) = \begin{cases} 4.4226 \times 10^{-4} e^{25.3\theta} & \theta \leq 0.35 \\ 18.854856 e^{-0.8\theta} & \theta > 0.35 \end{cases}$$

数学模型:

$$\begin{cases} \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \right] - \frac{\partial K(\theta)}{\partial z} \\ \theta(z, 0) = \theta_0(z) & t = 0, z \geq 0 \\ \theta(0, t) = 0.38 & t > 0, z = 0 \\ \theta(200, t) = 0.2 & t > 0, z = 200 \end{cases}$$

检验:取  $t = 120\text{min}, 420\text{min}, 660\text{min}$  和  $1020\text{min}$  计算土壤水分运动的含水率分布,如图 1 所示。由图看出,模拟结果与试验结果非常接近,其相对误差小于 0.001,这说明本文给出的数学模型是正确的,可以初步反映土壤水分运动状况。

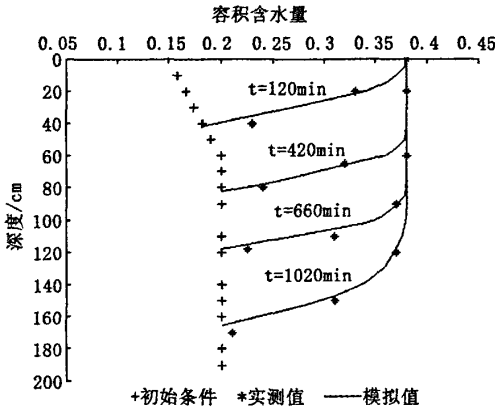


图1 Warrick试验算例  
Fig.1 The example of Warrick

#### 4 模型的应用

试验地点位于齐齐哈尔市,地下水埋藏很深,故可不考虑地下水的影响。土壤类型为黑钙土。采用德国生产的 Trime - T3 管式土壤水分仪(TDR)对土壤水分动态进行定时定点分层观测,小区的上、中和下部均埋有一根 TDR 测管,用以观测土壤水分动态。观测深度为 100cm,除表层为 10cm 外,其余测层厚度均为 20cm,每天测定 1 次,不同时刻土壤含水量沿土层深度的分布情况。

数值模拟时段初的水面蒸发强度为 4.8mm/d,由表土含水率的经验公式可求出表土蒸发强度。土壤剖面含水率为  $\theta(z) = -2.8 \times 10^{-7} z^3 + 6.5 \times 10^{-5} z^2 - 0.0078z + 0.8294$ ,边界条件为  $\theta_{1z=0} = 0.358, \theta_{1z=100} = 0.275$ ;土壤水分运动参数为  $D(\theta) = 0.0212e^{11.45\theta}, K(\theta) = 2.7621 \times 10^{-7} e^{23.745\theta}$ 。

距离步长  $\Delta z = 1.0\text{cm}$ ,时间步长  $\Delta t = 1.0\text{min}$ ,  $\theta$  的允许误差控制在 0.005 以内。计算得到  $t = 1\text{d}, t = 2\text{d}$  和  $t = 3\text{d}$  的土壤剖面含水率,拟合结果与实测结果的比较见图 2。从图中可看出拟合值与实测值吻合较好,说明所确定的土壤水分运动数

学模型是可靠的。

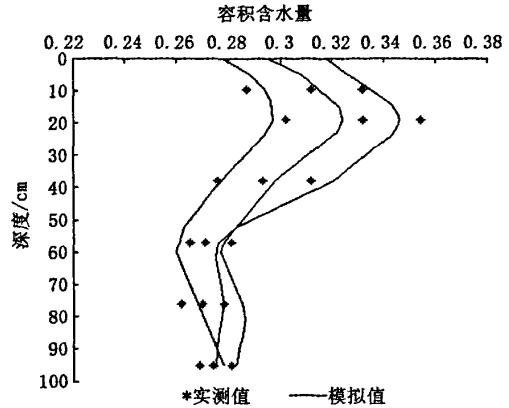


图2 实测值与模拟值比较

Fig.2 The difference between measured value and simulated value

#### 5 结论

经 Warrick 试验验证,模拟结果和实测值非常接近,其相对误差小于 0.001。结果显示,该模型形式简单,计算简便,符合应用要求。通过模拟结果和实测资料的比较表明,该模型可以模拟东北黑土区非饱和土壤水分在蒸发条件下垂直剖面上的分布情况。

#### 参考文献:

- [1] 雷志栋,杨诗秀,谢传森.土壤水动力学[M].北京:清华大学出版社,1988.
- [2] 张耀峰,张德生,武新乾.一维非饱和土壤水分运动的数值模拟[J].纺织高校基础科学学报,2004,17(2):123-127.
- [3] 杨诗秀,雷志栋,谢传森.均质土壤一维非饱和流通用程序[J].土壤学报,1985,22(1):24-34.
- [4] 高新科,康绍忠,张富仓.入渗条件下非饱和土壤水分运动的数值分析[J].西北水资源与水工程,1995,6(4):11-17.
- [5] 李渊,张德生.入渗、蒸发条件下土壤水分运动的数值模拟[J].延安大学学报,2005,24(3):27-30.
- [6] 李毅,王全九,王文焰,等.入渗、再分布和蒸发条件下—维土壤水运动的数值模拟[J].灌溉排水学报,2007,26(1):5-8.
- [7] ARRICK A W, BIGGAR J W, NIELSEN D R. Simultaneous solute and water transfer for an unsaturated soil[J]. Water Resource Research, 1970, 7(5): 1216-1225.

(责任编辑 马立)