

文章编号: 1673- 9469(2010) 03- 0110- 03

# 模糊集与清晰集的异同

吴和琴, 吴华英, 叶洪东, 高志强  
(河北工程大学, 河北 邯郸 056038)

**摘要:**以简单实例,比较模糊集与清晰集的异同,进而指出模糊集理论的两大漏洞:其一为用映射定义模糊子集,其二为将并、交运算定义为取大、取小。

**关键词:**模糊集;清晰集;排中律

**中图分类号:** O189

**文献标识码:** A

## Similarities and differences between fuzzy sets and clear sets

WU He-qin, WU Hua-ying, YE Hong-dong, GAO Zhi-qiang  
(Hebei University of Engineering, Hebei Handan 056038, China)

**Abstract:** By a simple example, this paper illustrates the difference and similarities between fuzzy sets and clear sets, and points out the two failings in fuzzy congregation theory: (1) definiting the fuzzy subset by mapping; (2) equating the intersection calculation with the adoptation of the larger value, and the union calculation with the adoptation of the smaller value.

**Key words:** fuzzy sets; clear sets; the law of excluded middle

为了易说明问题,这里摘录文[1]和文[2]的有关内容:

定义 1<sup>[1]</sup> 设  $X$  是论域,称映射  $\mu_A: X \rightarrow [0, 1]$   
 $x \mapsto \mu_A(x)$

确定了  $X$  的一个模糊子集,简称模糊集(这里采用映射来定义模糊子集,后面将证明  $\mu_A$  与  $A$  是互相唯一确定的),记为  $A$ 。 $\mu_A$  为模糊集  $A$  的隶属函数; $\mu_A(x)$  为元素  $x$  隶属于  $A$  的程度,简称隶属度。

定义 2<sup>[2]</sup> 设  $U$  是论域,称映射  
 $\mu_A: U \rightarrow [0, 1]$

$x \mapsto \mu_A(x) \in [0, 1]$

确定了一个  $U$  上的模糊子集  $A$ ,映射  $\mu_A$  称为  $A$  的隶属函数, $\mu_A(x)$  称为  $x$  对  $A$  的隶属程度,使  $\mu_A(x) = 0.5$  的点  $x$  称为  $A$  的过度点,此时该点最具模糊性。

### 1 实例分析

经典集合中元素和子集的关系是绝对属于或

绝对不属于;而模糊数学中元素和子集的关系是部分属于或部分不属于。由此举例如下:

设一园  $O$ , 线段  $NK$  为过圆心  $O$  的水平直径, 其上半圆为红色, 记做  $O_{\text{红}}$ , 下半圆为黑色, 记做  $O_{\text{黑}}$ 。将园  $O$  的直径  $NK$  挖掉, 此余下部分称之为黑红园, 记做  $O_{\text{黑红}}$ 。因为  $O_{\text{黑红}}$  由  $O_{\text{红}}$  和  $O_{\text{黑}}$  两部分组成, 所以可得  $O_{\text{黑红}} = \{O_{\text{黑}}, O_{\text{红}}\}$ , 即把  $O_{\text{黑红}}$  看做一个集合, 包含的元素为  $O_{\text{黑}}, O_{\text{红}}$ 。在论域  $X = \{O_{\text{黑红}} = \{O_{\text{黑}}, O_{\text{红}}\}\}$  上分别讨论模糊集和清晰集。

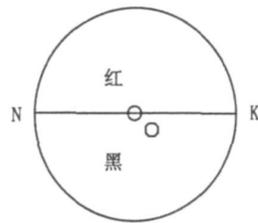


图1 模糊集于清晰的比较图例

Fig.1 Illustration of the comparison between fuzzy sets and clear sets

首先讨论模糊子集问题。

若问  $O_{\text{黑红}}$  是否属于红园, 回答应是上半园部

分属于红园, 下半圆部分不属于红园。即得

$$\mu_{\text{红}}: X \rightarrow [0, 1]$$

$$x \mapsto \mu_{\text{红}}(x) = \frac{1}{2} \quad (x = O_{\text{黑红}})$$

同样若问  $O_{\text{黑红}}$  是否属于黑园, 回答应是下半圆部分属于黑园。上半圆部分不属于黑园, 即得

$$\mu_{\text{黑}}: X \rightarrow [0, 1]$$

$$x \mapsto \mu_{\text{黑}}(x) = \frac{1}{2} \quad (x = O_{\text{黑红}})$$

$\mu_{\text{红}}$  和  $\mu_{\text{黑}}$  它们的定义域  $X$  相同, 且函数值也相同。

$$\text{故 } \mu_{\text{黑}}(x) \equiv \mu_{\text{红}}(x) \quad (x = O_{\text{黑红}})$$

$$\text{而且 } \mu_{\text{黑}}^c = 1 - \frac{1}{2} = \mu_{\text{红}}, \quad \mu_{\text{红}}^c = 1 - \frac{1}{2} = \mu_{\text{黑}}$$

即  $\mu_{\text{黑}}$  与  $\mu_{\text{红}}$  互为补集。

按照模糊集的理论

$$\mu_{\text{红}} \cup \mu_{\text{红}}^c = \frac{1}{2} \vee \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \neq 1$$

$$\mu_{\text{黑}} \cup \mu_{\text{黑}}^c = \frac{1}{2} \vee \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \neq 1$$

$$\mu_{\text{红}} \cap \mu_{\text{红}}^c = \frac{1}{2} \wedge \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \neq 0$$

$$\mu_{\text{黑}} \cap \mu_{\text{黑}}^c = \frac{1}{2} \wedge \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \neq 0$$

即排中律不成立。

这里虽然  $\mu_{\text{红}} = \mu_{\text{黑}}$  是一个, 但从它们的背景看, 表示的含意绝不能相同。从而用来表达和处理部分属于部分不属于的模糊性的模糊集  $\underline{A}$  和他的隶属函数并非是互相唯一确定的。 $\mu_{\underline{A}}$  可以是若干个模糊集  $\underline{A}$  的共同的隶属函数。实际上模糊集的定义中仅有  $\mu_{\underline{A}}$ 。即仅有一个称做隶属函数的函数。因此根本无所谓证明  $\mu_{\underline{A}}$  与  $\underline{A}$  是互相唯一确定的。从文[1]的证明过程显示是就错证错, 毫无意义。

关于清晰集, 从论域  $X = \{O_{\text{黑红}} = \{O_{\text{黑}}, O_{\text{红}}\}\}$  中,  $X$  中的唯一元素  $O_{\text{黑红}} = \{O_{\text{黑}}, O_{\text{红}}\}$ 。 $O_{\text{黑}}$  是  $O_{\text{黑红}}$  的一部分, 是黑半圆;  $O_{\text{红}}$  是  $O_{\text{黑红}}$  的一部分, 红半圆。由这两部分得两个  $X$  的清晰子集  $\underline{A} = \{\Delta O_{\text{黑红}} = \{\mu_{\text{红}}\}\}$  和  $\underline{B} = \{\Delta' O_{\text{黑红}} = \{\mu_{\text{黑}}\}\}$ 。

若问  $O_{\text{黑红}}$  属于  $\underline{A}$  和  $\underline{B}$  吗? 显然是部分属于部分不属于, 即有模糊子集的基本特性。

根据清晰集理论

$$\underline{A} \cup \underline{B} = \{\Delta O_{\text{黑红}} \cup \Delta' O_{\text{黑红}}\} = \{O_{\text{黑红}} = \{\mu_{\text{黑}}, \mu_{\text{红}}\} = X$$

$$\underline{A} \cap \underline{B} = \{\Delta O_{\text{黑红}} \cap \Delta' O_{\text{黑红}}\} = \phi$$

且  $\underline{A}^c = \underline{B}$ ,  $\underline{B}^c = \underline{A}$ , 于是排中律成立。从而知作为经典子集推广, 而得的清晰集, 保留经典子集的排中律成立这个性质。

清晰集子集  $\underline{A}$  和  $\underline{B}$ , 它们的隶属函数也是定义域为  $X$ 。取值在  $[0, 1]$  中的  $1/2$ 。这里清楚看出, 在清晰集中两个清晰集有共同的一个隶属函数。

## 2 模糊集与清晰集的异同

从清晰集理论角度来看扎德在建立用来表达和处理模糊性问题时, 虽是受 1904 年, 谓词逻辑的创始人 Frege 的含糊(德文 Vague)一词的影响, 但提出模糊集时由于受经典集理论中的子集和其隶属函数之间的关系是互相唯一确定的影响他不适当地将模糊集定义为映射, 他又按经典集合中并集和交集的隶属函数等于其取大, 取小就错误地照搬。

真是差之毫厘, 错至千里。模糊集用  $\mu_{\text{红}}$  和  $\mu_{\text{黑}}$  定义, 清晰集用  $\underline{A}$ ,  $\underline{B}$  定义, 产生了两大学术界的对立。清晰集理论的研究从 2004 年开始至今不足 6 年, 但得到国内外数十家有关机构媒体的支持和向国内外传播。支持者称, 清晰集理论具有很高的学术理论价值。最新的学术观点, 最先进的学术思想, 解决了世界性的学术难题, 填补了本学术领域的相关空白。而实质是 L. A. Zadeh 不当地把模糊集定义为映射, 且将其并交运算定义为取大取小。其实模糊界也早知取大取小有问题, 所以给出了很多种算子, 特别是又给出  $t$ -范数和  $S$ -范数的概念。在文[3]中的第五章和第七章是专门论述  $t$ -范数和  $S$ -范数都不可以作为模糊集的并交运算。从而得出至今模糊集没有解决并交运算的合理定义的结论。

关于这部份高庆狮院士指出<sup>[4]</sup>: 由于 LAZadeh 等人没有认真承认缺点, 而是采用没有统一理论指导的算子拼盘来掩盖缺点, 使得缺乏科学性更严重, 结果不仅缺点没有克服, 反而增加了一个缺点。系统混乱, 缺乏统一科学基础, 不清楚什么时候用什么算子。把错误缺点说成为对传统的挑战, 摆脱传统的约束的先进成果。结果误导人们以为模糊集合理论必然与常规思维、逻辑和概念相悖<sup>[5-6]</sup>。

### 3 结论

1) 模糊界在用来表达和处理部分属于且部分不属于的模糊信息时,用映射  $\mu_{\text{黑}}$  和  $\mu_{\text{红}}$  确定的模糊集,而且他们认为映射和模糊集之间是互相唯一确定的,同时有人给出其证明。但所给出的证明本人细读多次,实觉毫无意义。同时由于  $\mu_{\text{红}} = \mu_{\text{黑}}$ ,即按模糊集理论将得出黑的等于红的,红的等于黑的,成了黑不黑、红不红。

2) 清晰集界用  $A$  和  $B$ 。虽然按清晰集理论  $A$  和  $B$  隶属的函数相同,但  $A \neq B$  即黑不等于红,红也不等于黑,所谓黑白分明。

#### 参考文献:

[1] 邹开其,徐扬.模糊系统与专家系统[M].成都:西

南交通大学出版社,1989.

[2] 刘承平,谢季坚.模糊数学方法及其应用[M].武汉:华中理工大学出版社,2000.

[3] 吴华英,吴和琴.清晰集及其应用[M].香港:香港新闻出版社,2007.

[4] 高庆狮.新模糊集合论基础[M].北京:机械工业出版社,2006.

[5] 吴和琴,张曙光.模糊教学危机产生原因初探[J].河北工程大学学报(自然科学版),2009,26(2):111-112.

[6] 吴和琴,姬红艳.Fuzzy 拓朴学错了[J].河北工程大学学报(自然科学版),2008,25(1),111-112.

(责任编辑 马立)

(上接第 109 页)

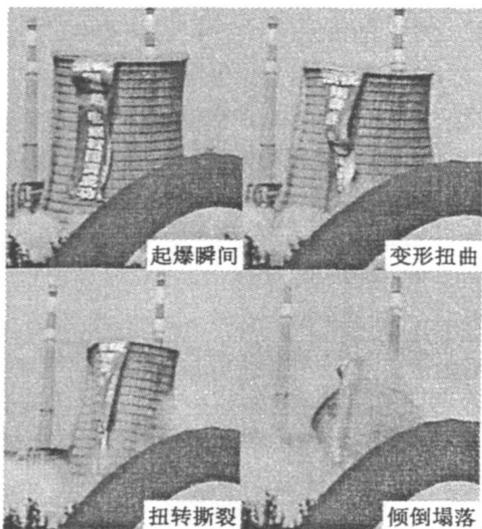


图5 冷却塔爆破全过程

Fig.5 The whole process of cooling tower demolition

### 5 结论

1) 双曲线冷却塔的圆筒直径下大上小,重心偏低,在倒塌过程中重心很难移出底部直径以外,

爆破切口要适当加大切口高度,应与冷却塔底部半径相近;

2) 塔身内的淋水装置需要进行预处理,否则会影响冷却塔的倒塌,对圈梁进行预处理时,其开口部位钢筋一定要割断,以防止其阻止冷却塔的扭曲变形。

#### 参考文献:

[1] 于亚伦.工程爆破理论与技术[M].北京:冶金工业出版社,2004.

[2] 刘宏刚,白立刚,李俊.薄壁双曲线型冷却塔定向爆破切口问题的探讨[J].铁道建筑,2005(增1):68-70.

[3] 杨朴,白立刚.高大薄壁双曲钢筋混凝土冷却塔定向爆破拆除技术[J].铁道工程学报,2006,93(3):66-69.

[4] 范磊,龙源.80 m高钢筋混凝土烟囱定向爆破倾覆可靠性校核[J].工程爆破,2004,10(4):31-34.

[5] 罗伟涛,郑建礼.90 m高冷却塔爆破机械联合拆除实践[J].爆破,2009,26(2):46-47.

[6] 张学东,沈古成,李军.80m高的钢筋混凝土烟囱定向爆破拆除[J].河北工程大学学报(自然科学版):2009,26(4):96-98.

(责任编辑 马立)