

文章编号: 1673- 9469(2010) 04- 0065- 04

# 石料磨铣机轴系动态可靠性设计

石怀荣<sup>1</sup>, 芮延年<sup>2</sup>, 霍亮<sup>1</sup>

(1. 蚌埠学院, 安徽 蚌埠 233000; 2. 苏州大学, 江苏 苏州 215021)

**摘要:** 本文运用概率分析方法, 把轴系中各构件的固有频率和激振力频率视为随机变量, 基于轴系的特定结构与受力条件, 分析机械结构中各构件的固有频率分布函数和激振力频率的分布函数, 建立起轴系设计的动态可靠性模型, 计算出轴系设计的动态可靠度, 为轴系的结构设计提供理论依据。

**关键词:** 动态可靠性; 分布函数; 机械振动; 轴系

**中图分类号:** TH122

**文献标识码:** A

## The design research of axis of the milling cutter grinder based on the dynamic reliability

SHI Hua-rong<sup>1</sup>, RUI Yan-nian<sup>2</sup>, HUO Liang<sup>1</sup>

(1. Bengbu College, An' hui Bengbu 233000, China; 2. Suzhou University, Jiangsu Suzhou 215021, China)

**Abstract:** The probability analysis was used in this paper. Natural frequency and of excitation force frequency of every component in shafting system were considered to be the random variable. The distillation functions of natural frequency and of excitation force frequency were analyzed on the basis of special structure and stress conditions. The dynamic reliability model of the axis was set up and dynamic reliability of the designed axis was worked out to provide the reference for structure designing of axis.

**Key words:** dynamic reliability; distribution function; machine vibration; the axis

目前石料磨铣机主轴系的设计多是在一些假设和修改设计要求的基础上把问题简化进行的, 在设计磨铣机主轴时是把轴工作时的固有频率和激振力频率取为定值, 设计中没有给出其振动可靠性指标。由此不易获得各项指标都较满意的设计方案, 同时现有的振动设计方法没有考虑主轴振动的固有频率和激振力频率的离散性的影响, 所以主轴静态设计是安全可靠的, 但运转中却出现损坏的现象。本文在对磨铣机主轴的设计要求进行分析后, 基于动态可靠性理论研究探讨磨铣机主轴的动态可靠性设计方法, 该方法以概率计算为基础, 以降低振动为设计目标, 考虑了轴振动的固有频率和激振力频率离散性的影响, 以设计时将石料磨铣机空心轴系固有频率和激振力频率避开的设计方式, 给出了主轴受力状态下的动态可靠性设计方法, 设计结果更为合理可靠。

### 1 系统动态可靠性

机械在工作中零部件所承受的外载荷, 不管是静载荷还是动载荷, 零件的强度不论是静强度还是动强度, 由于受到各种随机因素的影响它们都不是某个固定不变的常量, 而是呈某种分布的随机变量。如将引起零件强度失效因素的概率函数和提高强度因素的概率函数找出来, 由两者叠加后的强度概率分布, 计算出零件强度的动态可靠度。

#### 1.1 固有频率的分布函数

由于制造和装配的离散性, 机械及构件在同一振型下的固有频率并不完全相同, 同时机械及构件的固有频率也不是定值而是随机变量。由实验统计分析结果表明, 机械及构件的固有频率服

收稿日期: 2010- 09- 08

基金项目: 安徽省科技厅 2010 长三角合作科技攻关项目

作者简介: 石怀荣(1956), 女, 安徽蚌埠人, 副教授, 从事现代机械设计方法、人工智能算法教学与研究工作的。

从正态分布。确定其固有频率的分布参数为

$$f = F(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

式中  $f$  — 构件在某一振型下实测频率;  $x_i$  — 强度影响随机量(部件尺寸、材料特性、表面质量、工作转速、温度、支承刚度、载荷情况、应力分布、应力集中及润滑状态等独立的随机变量, 它们的均值分别为  $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n$ , 标准差分别为  $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$ )。

上式中各随机变量取均值时, 固有频率的均值为

$$\bar{f} = F(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) \quad (1)$$

对第  $i$  个随机变量  $x_i$  分别取  $x_{i1} = \bar{X}_i - 0.1\sigma_i$  和  $x_{i2} = \bar{X}_i + 0.1\sigma_i$ , 其他随机变量取均值时, 两次使用该法可以算出分别与  $x_{i1}$  和  $x_{i2}$  相应的频率  $f_1$  和  $f_2$ ,  $X_i$  的数值变化对频率影响的偏导数为

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{(f_1 - f_2)}{x_{i1} - x_{i2}}$$

第  $i$  个随机变量  $x_i$  产生的频率方差为

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 \sigma_i^2 = \left(\frac{\Delta f}{\Delta x_i}\right)^2 \sigma_i^2$$

进行了  $2n$  次计算分别确定  $n$  个随机变量产生的频率方差后, 固有频率的标准差为

$$\sigma_f = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 \sigma_i^2} \quad (2)$$

## 1.2 激振力频率的分布函数

统计分析结果表明, 机械及构件正常工作时其转速  $n$  服从正态分布, 其均值为  $\bar{n}$ 、标准差为  $\sigma_n$ 。机械及构件的激振力频率  $\omega$  与其转速  $n$  的关系为  $\omega = cn$ , 其中  $c$  为正整数。由  $n$  服从正态分布得知  $\omega$  也服从正态分布。  $\omega$  的均值  $\bar{\omega}$  和标准差  $\sigma_\omega$  分别为

$$\bar{\omega} = c\bar{n}, \sigma_\omega = c\sigma_n \quad (3)$$

## 1.3 动态可靠性

机械及构件的动态可靠性设计考虑了固有频率和激振力频率的分布特性, 取机械及构件的调频可靠度为  $R$ , 调频可靠度定义为在规定条件下和规定时间内, 固有频率避开激振力频率的概率。由实验可得机械及构件的动态性能与固有频率和激振力频率的同频率比  $f/\omega$  有关。当  $f/\omega < (1 - \delta_1)$  或  $f/\omega > (1 + \delta_2)$  时, 动态设计是安全的。这里  $\delta_1$  和  $\delta_2$  根据经验选取, 一般说  $0 < \delta_1 < 0.3, 0 < \delta_2 < 0.35$ ,  $\delta_1$  和  $\delta_2$  不为零的原因在于固有频率的计算或测试都有一定的误差,  $f/\omega$  接近 1 时发生共振。因此在动态可靠性设计中, 激振力频率的计

算公式为

$$\omega_1 = (1 - \delta_1) kn$$

$$\omega_2 = (1 + \delta_2) kn_0$$

当  $\bar{f} < \bar{\omega}_1$  时, 根据固有频率分布和激振力频率分布, 干涉模型计算的动态可靠性为

$$R = P(f < \omega_1) = \int_{-\infty}^{\infty} g(f) \left[ \int_{f\bar{f}}^{\infty} f(\omega_1) d(\omega_1) \right] df \quad (4)$$

式中  $k$  — 正整数;  $g(f)$  — 固有频率分布的概率密度函数;  $f(\omega_1), f(\omega_2)$  — 激振力频率分布的概率密度函数。

当  $f$  和  $\omega_1$  独立地服从正态分布时利用标准正态分布积分表可得

$$R = \Phi(\beta_1) \quad (5)$$

式中  $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp(-\frac{t^2}{2}) dt$ ,  $\beta_1 = \frac{\bar{\omega}_1 - \bar{f}}{\sqrt{\sigma_f^2 + \sigma_{\omega_1}^2}}$ 。

同理当  $\bar{f} > \bar{\omega}_2$  时

$$R = P(f > \omega_2) = \Phi(\beta_2) \quad (6)$$

式中  $\beta_2 = \frac{\bar{f} - \bar{\omega}_2}{\sqrt{\sigma_f^2 + \sigma_{\omega}^2}}$ 。

## 2 机械中轴系的动态可靠性

与轴系的动态可靠性有关的因素诸如临界转速  $n_c$ 、扭转振动频率  $f_i$  和失稳转速  $n_s$  的实测数据还不多, 不能直接用式(1)和式(2)来确定它们的分布参数。采用经过试验室验证确定轴系的  $n_c, f_i$  和  $n_s$  的分布参数(均值  $\bar{n}_c, \bar{f}_i, \bar{n}_s$  标准差  $\sigma_{n_c}, \sigma_{f_i}, \sigma_{n_s}$  等), 通过试验统计确定影响轴系固有频率和失稳转速各因素的分布参数以后, 轴系的动态可靠性的分析可以由以下几个方面入手。

### 2.1 轴在弯曲受力时的动态可靠度

为了保证轴在弯曲受力条件下正常工作, 设计时必须使轴的工作转速与其临界转速尽可能的分开。由此

当  $n_{c1} < n < n_{c2}$  时, 轴不发生弯曲共振的可靠度为

$$R_f = \Phi(\beta_1) \Phi(\beta_2)$$

式中  $\beta_1 = \frac{\bar{\omega}_1 - \bar{n}_{c1}}{\sqrt{\sigma_{\omega_1}^2 + \sigma_{n_{c1}}^2}}$ ,  $\beta_2 = \frac{\bar{n}_{c2} - \bar{\omega}_2}{\sqrt{\sigma_{\omega_2}^2 + \sigma_{n_{c2}}^2}}$ 。

这里  $\omega_1$  和  $\omega_2$  为激振力频率,其分布参数为

$$\bar{\omega}_1 = (1 - \delta_1) \bar{n}_0, \sigma_{\omega_1} = (1 - \delta_1) \sigma_n$$

$$\bar{\omega}_2 = (1 + \delta_1) \bar{n}_0, \sigma_{\omega_2} = (1 + \delta_2) \sigma_n$$

当  $n < n_{c1}$  时,轴不发生弯曲共振的可靠度为

$$R_f = \Phi(\beta_3)$$

$$\text{式中 } \beta_3 = \frac{\bar{n}_{c1} - \bar{\omega}_3}{\sqrt{\sigma_{\omega_3}^2 + \sigma_{n_{c1}}^2}}$$

这里  $\omega_3$  为激振力频率,其分布参数为

$$\bar{\omega}_3 = (1 + \delta_3) \bar{n}_0, \sigma_{\omega_3} = (1 + \delta_3) \sigma_n$$

## 2.2 轴在扭转受力时的动态可靠性

轴在扭转受力工作状态下的动态可靠性设计常用方法是使轴工作时扭转振动频率避开其工频和倍频。在轴扭转受力工作时,扭转振动频率小于工频的计算中,用  $f_{i1}$  表示最接近工频的扭转振动频率。在大于工频并且小于倍频时用  $f_{i2}$  表示最接近工频的扭转振动频率,用  $f_{i3}$  表示最接近倍频的扭转振动频率,大于倍频的扭转振动频率中,用  $f_{i4}$  表示最接近倍频的扭转振动频率,于是轴工作时避开扭转共振的动态可靠度为

$$R_t = \Phi(\beta_1) \Phi(\beta_2) \Phi(\beta_3) \Phi(\beta_4)$$

$$\text{式中 } \beta_1 = \frac{\bar{\omega}_1 - \bar{f}_{i1}}{\sqrt{\sigma_{f_{i1}}^2 + \sigma_{\omega_1}^2}}, \beta_2 = \frac{\bar{f}_{i2} - \bar{\omega}_2}{\sqrt{\sigma_{f_{i2}}^2 + \sigma_{\omega_2}^2}}, \beta_3 =$$

$$\frac{\bar{\omega}_3 - \bar{f}_{i3}}{\sqrt{\sigma_{f_{i3}}^2 + \sigma_{\omega_3}^2}}, \beta_4 = \frac{\bar{f}_{i4} - \bar{\omega}_4}{\sqrt{\sigma_{f_{i4}}^2 + \sigma_{\omega_4}^2}}$$

这里,激振力频率的分布参数为

$$\bar{\omega}_1 = (1 - \delta_1) \bar{n}_0, \sigma_{\omega_1} = (1 - \delta_1) \sigma_n$$

$$\bar{\omega}_2 = (1 + \delta_3) \bar{n}_0, \sigma_{\omega_2} = (1 + \delta_2) \sigma_n$$

$$\bar{\omega}_3 = 2(1 - \delta_3) \bar{n}_0, \sigma_{\omega_3} = 2(1 - \delta_3) \sigma_n$$

$$\bar{\omega}_4 = 2(1 + \delta_4) \bar{n}_0, \sigma_{\omega_4} = 2(1 + \delta_4) \sigma_n$$

## 2.3 轴系中顶杆稳定性的动态可靠度

轴系中顶杆为受压杆,为保证在轴系转动时处于稳定状态不会发生同频共振的条件为  $n_0 < n_s$  时,压杆稳定状态的可靠度为

$$R_s = \Phi(\beta)$$

$$\text{式中 } \beta = \frac{\bar{n}_s - \bar{\omega}_s}{\sqrt{\sigma_{\omega_s}^2 + \sigma_{n_s}^2}}, \bar{\omega}_s = (1 + \delta) \sigma_s, \sigma_{\omega_s} = (1 + \delta) \delta_1 \sigma_n$$

## 2.4 轴系中弹簧的动态可靠度

根据上述分析计算弹簧振动频率为  $f_d$  的均值

$\bar{f}_d$  和标准差  $\sigma_{f_d}$ , 激振力频率的分布参数和弹簧的调频可靠度计算为

$$\text{当 } \bar{f}_d < z n_0, \bar{\omega}_1 = (1 - \delta_1) z \bar{n}_0, \sigma_{\omega_1} = (1 - \delta_1)$$

$z \sigma_n$  时有

$$R_d = \Phi(\beta_1)$$

$$\text{式中 } z \text{—弹簧的个数; } \beta_1 = \frac{\bar{\omega}_1 - \bar{f}_d}{\sqrt{\sigma_{f_d}^2 + \sigma_{\omega_1}^2}}$$

$$\text{当 } \bar{f}_d > z n_0, \bar{\omega}_2 = (1 + \delta_2) z \bar{n}_0, \sigma_{\omega_2} = (1 + \delta_1)$$

$z \sigma_n$  时有

$$R_d = \Phi(\beta_2)$$

$$\text{式中 } \beta_2 = \frac{\bar{f}_d - \bar{\omega}_2}{\sqrt{\sigma_{f_d}^2 + \sigma_{\omega_2}^2}}$$

## 2.5 工作状态影响的动态可靠度

通常,轴系的断裂破坏与工作时发生弯曲共振、扭转共振、压杆失稳及弹簧共振均有相关性,根据多种失效模式的可靠性模型分析,轴系受力工作状态影响的动态设计可靠度为

$$R_r = P_f R_f + P_t R_t + P_s R_s + P_d R_d$$

式中  $P_f + P_t + P_s + P_d = 1$ ;  $P_f$ 、 $P_t$ 、 $P_s$  与  $P_d$ —弯曲状态,扭转状态、压杆失稳与弹簧共振造成的轴系损坏的比率,设计时可取经由试验得到的轴系损坏的统计值。

## 3 设计实例

BYD-3 石料磨铣机目前用于石料精加工,磨铣机主轴为空心长轴,空心轴中装有用于更换刀具的顶杆和压紧弹簧,外伸式梁,主轴转速变动范围大且频繁换向,极限转速要求高达  $5 \times 10^4 \text{ r/min}$  以上,同时由于石料加工过程中的许多不确定因素如毛坯质量、硬度不均匀性等使得主轴质量可靠性变得十分复杂,轴系破坏的分析表明其主要是由于振动所致。采用常规设计理论很难处理这种问题。而主轴结构、性能对整机的工作尺寸、性能参数、电机功率及使用寿命等都有显著影响,因此它的设计在整机设计中占有十分重要的地位。

BYD-3 型石料磨铣机原设计中轴长为 768mm,空心轴采用 45 号钢调质处理,内径  $d = 54\text{mm}$ ,外径  $D = 86\text{mm}$ ,工作转速在  $0 \sim 5 \times 10^4 \text{ r/min}$  之间。经计算轴的临界转速为  $\bar{n}_{c1} = 1856 \text{ r/min}$ ,  $\sigma_{n_{c1}} = 63.44 \text{ r/min}$ ,使用数值计算求得轴在弯曲受

力条件下的  $\beta_1 = 9.91$ , 由此该石料磨铣机空心长轴避开弯曲共振的可靠度为  $R_f > 0.9999$ , 该空心轴避开弯曲共振的可靠度是高的。同理轴在扭转受力条件下的计算得  $\beta_1 = 4.89$ 、 $\beta_2 = 4.89$ 、 $\beta_3 = 4.12$ 、 $\beta_4 = 4.89$ , 由此计算得该石料磨铣机空心长轴避开扭转共振的可靠度为  $R_t = 0.948$ , 石料磨铣机主轴工作时频繁改变转向, 并受冲击载荷作用, 而且避开扭转共振的可靠度不高, 由此使轴系产生疲劳破坏。顶杆采用 45 号钢, 直径为 28mm 长度为 550mm, 使用数值计算求得  $\beta = 9.917$ , 计算得  $R_s = 0.98295$ 。轴系中采用两股丝的压缩弹簧, 长度  $L = 687\text{mm}$ , 中径  $D = 21.5\text{mm}$ , 碳素钢钢丝直径  $d = 2.4\text{mm}$ , 弹簧有效工作圈数  $n = 53$ , 计算得弹簧的  $\sigma_{jd} = 3.7095\text{Hz}$ 、 $\bar{f}_d = 176.2708\text{Hz}$ 、 $\bar{f}_d = 344.32\text{Hz}$ 、 $\sigma_{jd} = 18.45\text{Hz}$ , 计算得  $\beta_1 = 1.58$ ,  $R_d = 0.94295$ , 说明了弹簧的可靠度不够高。在机械工作中由于弹簧内产生的冲击运动和振动波的叠加, 使弹簧的簧圈形成较大的塑性变形, 并产生并圈现象, 影响了轴系的工作可靠性。基于以上轴系可靠度的计算可以得出 BYD-3 型石料磨铣机主轴系的设计缺陷所在, 为我们对后续的机械改进设计提供了理论依据。

## 4 结论

1) 基于机械振动的动态可靠性设计方法, 考

虑了机械工作中各零部件的固有频率和激振力频率的分布特性, 可以在设计阶段确定机械零部件的动态设计可靠性。

2) 设计时要限制有害的振动发生, 考虑机械本身的振动与激振力产生的振动, 避免机械零部件在接近共振状态下工作。

## 参考文献:

- [1] 闻邦春, 韩清凯, 姚红良. 产品的结构性能及动态优化设计[M]. 北京: 机械工业出版社, 2008.
- [2] 闻邦春, 刘树英, 何勍. 振动机械的理论与动态设计方法[M]. 北京: 机械工业出版社, 2001.
- [3] 闵建军. 多股螺旋螺旋弹簧动态特性动态计算分析[J]. 机械工程学报, 2007(3): 199-203.
- [4] 魏宗平. 基于可靠性约束的变载荷圆柱螺旋多股弹簧的优化设计[J]. 机械设计与制造, 2006(5): 28-30.
- [5] 王时龙. 多股螺旋弹簧绕制过程中的动态张力[J]. 机械工程学报, 2008(6): 36-42.
- [6] 刘惟信. 机械最优化设计[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.
- [7] 闻邦春, 赵春雨, 任朝晖. 产品的使用性能及智能优化设计[M]. 北京: 机械工业出版社, 2009.
- [8] FU CHAOXING, WANG XINLUN. Wave theory modeling of vehicle vibration and its frequency response analysis of helical spring suspension[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2005, 40(5): 54-59.

(责任编辑 刘存英)