

文章编号: 1673- 9469(2011) 01- 0001- 04

# 框剪结构动力时程分析的精细积分法

胡启平, 王颖

(河北工程大学 土木工程学院, 河北 邯郸 056038)

**摘要:** 从框剪结构的总势能出发, 根据结构的并联铁摩辛柯梁模型求得框剪结构协同分析的哈密顿对偶体系, 由两端边值问题精细积分法中的区段混合能矩阵推导出结构的层单元刚度矩阵, 然后利用有限元刚度集成法形成总刚矩阵, 利用初值问题的精细积分法对框剪结构进行动力时程分析, 并以 Matlab 编制相应程序。以某 19 层框剪结构为例, 进行多遇地震作用下的动力时程分析, 结果表明该结构的最大层间位移角为  $1/1\ 329$ , 且结构没有出现明显的薄弱层, 说明整个结构是处在弹性工作的状态, 从而验证了该方法的可行性与可靠性。

**关键词:** 框剪结构; 动力时程分析; 精细积分法; 哈密顿对偶体系

中图分类号: TU973+ . 16

文献标识码: A

## Precise integration method of dynamic time history analysis of frame- shear wall structures

HU Qi-ping, WANG Ying

(College of Civil Engineering, Hebei University of Engineering, Hebei Handan 056038, China)

**Abstract:** Proceeding from the total potential energy of frame- shear wall structure, the Hamiltonian dual system of coordination analysis is established according to the parallel Timoshenko beam beam model. The layer element stiffness matrix is deduced according to interval mixed energy matrix which is based on the precise integration method of the double end boundary value problems, and then the global stiffness matrix of structure can be set up by according to the finite element stiffness integration method. The dynamic time history analysis is eventually processed on the frame- shear wall structures based on the precise integration method of initial value problems, and the relevant program is programmed with the Matlab software. The reliability and feasibility of this method is tested by a 19- floor frame- shear building, and the result shows that the most story drift angle of the building is  $1/1\ 329$  under frequent earthquake action, which indicates the whole building is in the elastic working state.

**Key words:** frame- shear wall structure; dynamic time history analysis; precise integration method; Hamiltonian dual system

近年来, 随着建筑的高度不断增加, 建筑结构在地震作用下的变形越来越大。目前, 国内外许多学者普遍采用动力时程分析法对高层建筑结构的地震响应进行研究<sup>[1-3]</sup>, 然而在求解过程中, 一方面采用有限单元法计算单元刚度矩阵时, 通常会产生较大的累计误差; 另外在求解结构的动力方程时, 采用只具有一阶或二阶精度的传统 Newmark- $\beta$  和 Wilson- $\theta$  法, 往往导致计算结果精度较

低, 尤其是在高频阶段。对此, 钟万勰等<sup>[4-6]</sup>提出了哈密顿对偶体系及求解动力方程的精细积分法, 并得到地震反应下的高精度数值解。在此基础上, 本文采用哈密顿体系中的区段混合能矩阵推导结构的层单元刚度矩阵, 利用有限元刚度集成法形成总刚矩阵, 并采用初值问题的精细积分法求解结构地震作用下的动力方程, 以进一步提高得到的地震响应数值解的计算精度。

收稿日期: 2010- 11- 06

基金项目: 河北省自然科学基金资助项目(E2006000630); 河北省教育厅自然科学基金资助项目(2002147)

特约专稿

作者简介: 胡启平(1963-), 男, 安徽霍邱人, 教授, 从事力学和结构工程方面的教学和研究。

### 1 基本假定

框剪结构是以框架和剪力墙两种类型的抗侧力单元组成的结构体系, 在高层建筑结构中应用非常广泛。框剪结构一般看作是平面结构, 将同一方向布置的所有框架合并成综合框架, 所有剪力墙合并成综合剪力墙。框剪结构中的综合框架和综合剪力墙通过楼板协同工作, 共同抵抗水平力。假定框剪结构由综合框架和综合剪力墙两个抗侧力单元构成, 每个抗侧力单元都具有弯曲和剪切变形, 可看成竖放的铁摩辛柯梁, 楼板是刚性的, 楼板的作用沿高度连续化<sup>[7-8]</sup>。

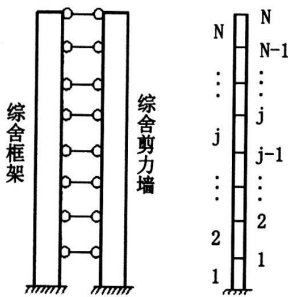


图1 框剪结构计算模型

Fig.1 Computation model of frame-shear wall structure

计算模型如图 1 所示, 共有综合框架和综合剪力墙 2 个抗侧力单元, 其抗弯刚度分别为  $D_1 = E_1 I_1$  和  $D_2 = E_2 I_2$ , 抗推刚度为  $C_1$  和  $C_2$ , 综合框架和综合剪力墙的截面转角为  $\theta_1$  和  $\theta_2$ , 侧移为  $v_1$  和  $v_2$ , 由于刚性楼板的作用, 综合框架和综合剪力墙协同工作,  $v_1 = v_2 = v$ 。抗侧力结构上作用的总的水平外载集度为  $q = q_1 + q_2$ 。

### 2 框剪结构协同分析的哈密顿体系

框剪结构协同分析<sup>[6]</sup>时的拉格朗日函数为

$$L(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} \dot{q}^T K_{22} \dot{q} + \dot{q}^T K_{21} q^T + \frac{1}{2} q^T K_{11} q - g^T q \quad (1)$$

式中,  $q = \begin{Bmatrix} v \\ \theta_1 \\ \theta_2 \end{Bmatrix}$ ,  $g = \begin{Bmatrix} q \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$ ,  $K_{22} = \begin{bmatrix} C & & \\ & D_1 & \\ & & D_2 \end{bmatrix}$ ,  $K_{21} = \begin{bmatrix} 0 & -C_1 & -C_2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $K_{11} = \begin{bmatrix} 0 & & \\ & C_1 & \\ & & C_2 \end{bmatrix}$ ,  $K_{21} = K_{12}^T$ , 且  $C = C_1 + C_2$ 。

通过引入  $q$  的对偶变量  $p = K_{22} \dot{q} + K_{21} q$ , 可导出哈密顿函数<sup>[9-10]</sup>:

$$H(q, p) = p^T A q - \frac{1}{2} q^T B q + \frac{1}{2} p^T D p + h_p^T p - h_q^T q \quad (2)$$

其中,  $A = -K_{22}^{-1} K_{21}$ ,  $B = K_{11} - K_{12} K_{22}^{-1} K_{21}$ ,  $D = -K_{22}^{-1}$ ,  $h_q = 0$ ,  $h_p = -g$ 。

### 3 框剪结构的刚度矩阵

框剪结构被看作顶部自由, 底部固定的并联悬臂铁摩辛柯梁模型<sup>[8]</sup>, 结构的单元刚度矩阵利用两端边值问题精细积分法中区段混合能矩阵  $F, G, Q$  来表示<sup>[6]</sup>。

将结构沿高度按楼层分为若干单元(区段), 通过精细积分法中区段混合能矩阵与哈密顿常数矩阵  $A, B, D$  的关系, 得到第  $j$  个单元(区段)的混合能矩阵  $F_j, G_j, Q_j$ 。

$$\begin{cases} q_i = F_j q_{i-1} + G_j p_j \\ p_{j-1} = Q_j q_{i-1} - F_j^T p_j \end{cases} \quad (i = 1, 2, 3, \dots, N) \quad (3)$$

式中,  $q = [v_j, \theta_{1j}, \theta_{2j}]^T$ ,  $p_j = [V_j, M_{1j}, M_{2j}]^T$ 。

通过混合能矩阵与节点位移和力的关系, 可得到每层楼(结构单元)的刚度矩阵

$$K_j = \begin{bmatrix} Q_j + F_j^T G_j^{-1} F_j & -F_j^T G_j^{-1} \\ -G_j^{-1} F_j & G_j^{-1} \end{bmatrix}_{6 \times 6} \quad (4)$$

利用有限元刚度集成法形成总刚矩阵, 并引入顶部自由, 底部固定的边界条件, 则结构整体刚度矩阵为  $K =$

$$\begin{bmatrix} G_1^{-1} + Q_2 + F_2^T G_2^{-1} F_2 & -F_2^T G_2^{-1} & & \dots & & 0 & 0 & 0 \\ -G_2^{-1} F_2 & G_2^{-1} + Q_3 + F_3^T G_3^{-1} F_3 & -F_3^T G_3^{-1} & & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -G_3^{-1} F_3 & G_3^{-1} + Q_4 + F_4^T G_4^{-1} F_4 & \dots & & 0 & 0 & 0 \\ & & \dots & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & & -G_{N-1}^{-1} F_{N-1} & G_{N-1}^{-1} + Q_N + F_N^T G_N^{-1} F_N & -F_N^T G_N^{-1} & \\ 0 & 0 & 0 & & 0 & -G_N^{-1} F_N & G_N^{-1} & \end{bmatrix}_{3N \times 3N} \quad (5)$$

## 4 质量及阻尼矩阵

建立结构的动力方程, 必须考虑结构的质量分布及阻尼。

### 4.1 质量矩阵

本文采用多质点体系模型, 将结构的质量集中于楼层处, 其特点是质量矩阵与位移向量相对应且是对角矩阵, 每一层有 3 个自由度。则

$$M = \text{diag}(M_1, M_2, \dots, M_N) \quad (j = 1, 2, 3, \dots, N) \quad (6)$$

其中,  $M_j = \text{diag}(\rho_{1j}h_j, \rho_{2j}h_j, \rho_{3j}h_j)$ ;  $\rho$  — 结构材料密度;  $N$  — 结构总层数。

### 4.2 阻尼矩阵

计算中采用瑞雷 (Rayleigh) 阻尼, 结构阻尼矩阵的计算公式为

$$C = a_0M + a_1K \quad (7)$$

$$\text{式中, } a_0 = \frac{2(\omega_j^2\omega_i\zeta_i - \omega_i^2\omega_j\zeta_j)}{(\omega_j^2 - \omega_i^2)}, \quad a_1 = \frac{2(\omega_j\zeta_j - \omega_i\zeta_i)}{(\omega_j^2 - \omega_i^2)},$$

$\omega_i, \omega_j$  分别为第  $i, j$  振型自振频率, 高层建筑通常取  $i = 1, j = 3$ ;  $\zeta_i, \zeta_j$  为振型的阻尼比, 可由试验得出, 一般均取 0.05;  $\omega_i$  和  $\omega_j$  可由  $([K] - \omega^2[M])\{X\} = 0$  求得, 具体算法可参见文献[11]。

## 5 数值计算

利用初值问题的精细积分法进行框剪结构的地震反应分析, 由以上分析可得框剪结构的动力方程

$$M\dot{q} + Cq + Kq = -M\ddot{X}_g = F(t) \quad (8)$$

$$q(0) = q_0; \dot{q}(0) = \dot{q}_0$$

式中,  $q$  — 体系广义的位移向量;  $\dot{q}$  — 速度向量;  $\ddot{q}$  — 加速度向量;  $I$  — 单位列向量;  $\ddot{X}_g$  — 地震时地面运动水平加速度向量。

将上式进行降阶处理, 转化为

$$\begin{cases} \dot{v} = Hv + h \\ v(t_0) = v_0 \end{cases} \quad (9)$$

$$\text{其中, } v = \begin{Bmatrix} q \\ \dot{q} \end{Bmatrix}, \quad p = M\dot{q} + Cq/2, \quad H =$$

$$\begin{bmatrix} -M^{-1}C/2 & M^{-1} \\ -(K - CM^{-1}C/4) & -CM^{-1}/2 \end{bmatrix}, \quad h = \begin{Bmatrix} 0 \\ F \end{Bmatrix}。$$

若将荷载作用时间分成时间步长为地震波时

间步长  $\tau$  的若干时间间隔, 则式 (9) 的解可表示为

$$v(t_k) = e^{H\tau} v(t_{k-1}) + \int_{t_{k-1}}^{t_k} e^{H(t_k - \tau)} h(\tau) d\tau \quad (10)$$

上面具体的降阶转化及式 (10) 中指数矩阵和特解的计算参见文献[12-14], 将初值  $v(t_0)$  代入, 采用迭代法可依次求出每时刻  $t_k$  对应的未知量。

## 6 算例验证

某一框剪结构平面图如图 2 所示: 层高均为 3m, 共 19 层, 总高度为 57m, 1~5 层柱取 700mm × 700mm, 剪力墙厚度 300mm, 混凝土强度等级为 C35; 6~12 层柱取 600mm × 600mm, 剪力墙厚取 250mm, 混凝土强度等级为 C30; 13~19 层柱取 500mm × 500mm, 剪力墙厚 200mm, 混凝土强度等级为 C25; 梁截面分别为 250mm × 500mm, 300mm × 600mm, 混凝土强度等级为 C25; 楼层板厚为 120mm, 混凝土强度等级为 C20; 结构的材料密度取为  $2.5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ 。

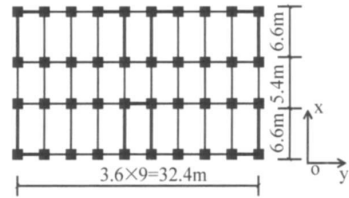


图2 框剪结构平面图

Fig.2 Plan view of the frame-shear wall structure

对上述框剪结构进行动力时程分析。地震波采用美国加利福尼亚州 EI-Centro 地震记录, 峰值为  $341.7 \text{ cm/s}^2$ , 在本例中, 地震波沿  $x$  方向作用于结构上, 持续时间 0~8s, 时间步长为  $\Delta t = 0.02 \text{ s}$ , 在常遇烈度 7 度下, 选定加速度峰值为  $35 \text{ cm/s}^2$ 。

利用本文编制的 MATLAB 语言程序对上述框剪结构进行动力时程分析。在多遇地震作用下, 顶层时程位移最大值为 35.47mm, 发生在 2.26s, 结构位移在平衡位置附近上下变化(图 3); 图 4 是任意选择的两个时刻各楼层的位移时程曲线, 结构位移变化符合结构的地震动时刻反应情况; 图 5 中 a 图表明结构的整体位移曲线呈现弯剪型, 符合框剪结构的变形特点; 而从 b 图可得出结构的层间最大位移角为 1/1329, 满足现行规范中规定的高度不大于 150m 的框架-剪力墙高层建筑结

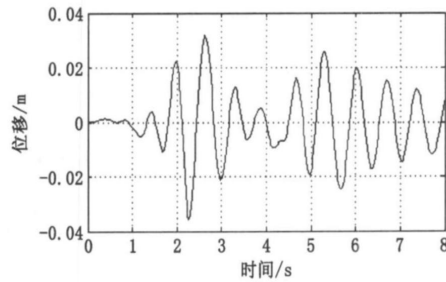


图3 x方向顶层水平位移时程曲线

Fig.3 Top floor displacement curve in x direction

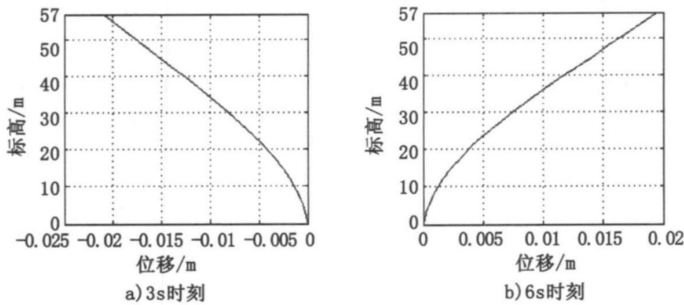


图4 不同时刻各楼层位移时程曲线

Fig.4 Displacement of every floor at different time

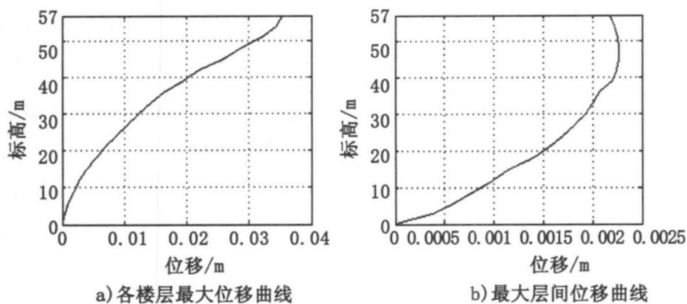


图5 x方向的最大位移曲线

Fig.5 Maximum displacement in x direction

构弹性层间位移角限值(1/800)的要求,且结构没有出现明显的薄弱层,表明整个结构是处在弹性工作的状态。

## 7 结论

1) 运用两端边值问题精细积分法中的区段混合能概念推导结构的单元刚度矩阵,避免了传统有限单元法中误差积累的现象,得到的结果更符合实际。

2) 初值问题的精细积分法,比传统的 Newmark- $\beta$ , Wilson- $\theta$  离散积分法得到的结果精度更高。

## 参考文献:

- [1] CLOUGH R W, BENUSKA K L, WILLSON E L. Inelastic earthquake response of tall building[C]. Proceedings of the Third World Conference on Earthquake Engineering, New Zealand: [s.n.], 1965.
- [2] 汪梦浦, 沈蒲生. 钢筋混凝土高层结构非线性地震反应分析现状[J]. 世界地震工程, 1998, 14(2): 1-8.
- [3] 沈小璞, 肖卓. 高层建筑结构动力时程响应的状态空间迭代法[J]. 建筑结构学报, 1998, 26(2): 67-69.
- [4] 钟万勰. 结构动力方程的精细时程积分法[J]. 大连理工大学学报, 1994, 34(2): 131-136.

- [C]/ Proceedings of the International Symposium on Sustainable Construction: use of Recycled Concrete aggregate, London, UK: 1998, 239– 253.
- [3] SALEM R M, BURDETTE E G, JACKSON N M. Resistance to freezing and thawing of recycled aggregate concrete [J]. ACI Materials Journal, 2003, 100(3): 216.
- [4] OLORUNSOG F T, PADAYACHEE N. Performance of recycled aggregate concrete monitored by durability indexes [J]. Cement and Concrete Research, 2002, 32: 179– 185.
- [5] DHIR R K, LIMBACHIYA M C. Suitability of recycled concrete aggregate for use in BS 5328 designated mixes [J]. Proceedings of the Institution of Civil Engineers, 1999, 134(3): 257– 274.
- [6] SALOMON L M, HELENE P. Durability of recycled aggregates concrete: a safe way to sustainable developments [J]. Cement and Concrete Research, 2004, 34(11): 1975– 1980.
- [7] MANDAL S, CHAKRABORTY S, GUPTA A. Some studies on durability of recycled aggregate concrete [J]. Indian Concrete Journal, 2002, 76(6): 385– 388.
- [8] 安新正, 易成, 刘燕, 等. 硫酸盐环境下再生混凝土性能试验研究[J]. 混凝土, 2010, (7): 31– 33.
- [9] 戴薇原, 孙伟民, 缪汉良. 再生混凝土的抗冻融性试验研究[J]. 混凝土, 2007, (8): 69– 72.
- [10] 王军强, 陈年和, 蒲琪. 再生混凝土强度和耐久性性能试验[J]. 混凝土, 2007, (5): 53– 56.
- [11] 陈爱玖, 章青, 王静, 等. 再生混凝土冻融循环试验与损伤模型研究[J]. 工程力学, 2007, (5): 53– 56.
- [12] 安新正, 易成, 刘燕, 等. 再生混凝土与钢筋的粘结性能试验研究[J]. 河北工程大学学报(自然科学版), 2010, 27(3): 1– 4.
- [13] 李树枕, 张峰, 祝金鹏. 海水侵蚀环境下混凝土力学性能劣化试验[J]. 公路交通科技, 2009, 26(12): 35– 38.
- [14] 张玉敏, 王铁成. 人工海水对混凝土侵蚀性的研究[J]. 混凝土, 2001, (11): 48– 50.
- [15] 安新正, 易成, 王晓虹. 钢筋与混凝土耦合腐蚀 RC 梁性能研究[J]. 河北工程大学学报(自然科学版), 2009, 26(3): 15– 18.

(责任编辑 马立)

(上接第 4 页)

- [5] 汪梦浦, 周锡元. 结构动力方程的更新精细积分法 [J]. 力学学报, 2004, 36(2): 191– 195.
- [6] 钟万勰. 应用力学对偶体系[M]. 北京: 科学出版社, 2002.
- [7] 侯瑞珀. 基于并联剪弯梁模型的高层建筑结构协同分析[D]. 邯郸: 河北工程大学, 2006.
- [8] 高洪俊, 王美农, 闫亚光. 框剪结构协同分析的状态空间法[J]. 西安科技大学学报, 2007, 27(4): 573– 574.
- [9] 钟万勰. 应用力学的辛数学方法[M]. 北京: 高等教育出版社, 2006.
- [10] 胡启平, 李张苗, 侯瑞珀. 铁摩辛柯梁弯曲问题的对偶求解体系[J]. 河北工程大学学报(自然科学版), 2006, 23(3): 1– 4.
- [11] 包世华. 高层建筑结构计算[M]. 北京: 高等教育出版社, 1991.
- [12] 汪梦浦, 周锡元. 结构动力方程的高斯精细时程积分法[J]. 工程力学, 2004, 21(4): 13– 16.
- [13] 胡启平, 刘鹏, 吕铭. 考虑部分楼板变形时框-剪结构的协同分析[J]. 河北工程大学学报(自然科学版), 2009, 26(3): 4– 7.
- [14] 胡启平, 孙良鑫, 高洪俊. 铁摩辛柯梁弯曲问题的精细积分法[J]. 工业建筑, 2007, 37(s1): 268– 270.

(责任编辑 马立)