

文章编号: 1673- 9469(2011) 01- 0072- 04

基于 Copula 的美元、欧元和日元汇率相关性分析

李占雷¹, 李学师¹, 程洁²

(1. 河北工程大学 经济管理学院, 河北 邯郸 056038; 2. 河北工程大学 建筑学院, 河北 邯郸 056038)

摘要: 根据 2005 年 7 月 25 日至 2010 年 4 月 15 日间, 美元、欧元和日元分别兑人民币 汇率中间价的变化规律, 选取阿基米德 Copula 函数族中的 Gumbel Copula 函数和 Clayton Copula 函数进行 Kendall 相关性分析, 利用尾部相关性指标对美元、欧元和日元兑人民币的日对数回报进行对比。研究结果表明, 美元兑人民币 汇率中间价的变化与欧元、日元兑人民币的中间价的变化均呈负相关关系, 而欧元兑人民币 汇率与日元兑人民币 汇率的中间价的变化呈正相关关系。因此, 在美国政府对人民币 汇率政策施压的背景下, 美元兑人民币 汇率政策若向人民币 升值的方向倾斜, 欧盟与日本的利益将受到负向影响。

关键词: 汇率; Copula 函数; Kendall 相关性; 尾部相关性;

中图分类号: F224

文献标识码: A

Correlation analysis of RMB exchange rate against Yen, Dollar and Euro respectively based on Copula function

LI Zhan-lei¹, LI Xue-shi¹, CHENG Jie²

(1. School of Economics and Management, Hebei University of Engineering, Hebei Handan 056038, China;

2. Architecture School, Hebei University of Engineering, Hebei Handan 056038, China)

Abstract: The Gumbel Copula functions and Clayton Copula function of the Archimedean- Copula Functions were selected for the Kendall correlation analysis based on the data of Central parity rate of RMB exchange rate against yen, dollar and euro respectively from July 25, 2005 to April 15, 2010. And the log-daily returns of the U. S. dollar, the euro and the Japanese yen against the RMB were contrasted by the index of tail dependence. The results show that the U. S. dollar against the RMB exchange rate has a negative correlation with the euro and the yen, while the euro positive correlation with the yen. Therefore, if the exchange rate policy of the U. S. dollar against the RMB turns to the direction of RMB appreciation in the environment that U. S. government puts pressure on the RMB exchange rate, the interests of European Union and Japan will decrease.

Key words: exchange rate; copula functions; Kendall correlation; tail dependence

2008 年国际金融危机爆发以后, 各国政府迫于本国经济的恢复与发展的压力, 以美国为首的一些国家要求人民币升值欲望愈加强烈。然而在世界经济一体化的大背景下, 人民币升值过快, 对世界主要货币的汇率升值过高, 将对世界经济产生综合性的影响。研究人民币与主要国际货币汇率之间的相关关系, 对研究国家的汇率政策及其对经济发展的影响具有现实意义。

Copula 函数对随机变量的严格单调增变换是不变的, 由它导出的相关性指标, 可以进行单调不变的相关性度量, 比常用的相关系数更加符合实际要求。Sklar^[1] 最早于 1959 年对 Copula 函数进行了研究, 但是由于经济学、统计学和计算机等各学科的限制, 直到 1999 年, Copula 函数才开始得到广泛的应用。Nelsen^[2], Bouye^[3] 系统介绍了 Copula 理论在金融中的一些应用, Embrechts 等^[4] 用 Copula

收稿日期: 2010- 11- 26

作者简介: 李占雷(1965-), 男, 河北深州人, 博士, 教授, 从事财务决策与金融理论方面的研究。

进行了风险分析。Beatriz^[5]用 Copula 函数度量了金融风险并比较了几种不同的 Copula。Patton^[6]构造了马克/美元和日元/美元汇率的对数收益的二元 Copula 模型, 并与相应的 BKKK 模型做了比较, 结果表明 Copula 模型能够更好地描述金融市场间的相关关系。张尧庭^[7]将 Copula 函数引入到我国并从理论上探讨了 Copula 在金融上应用的可行性, 吴振翔等^[8]研究了 Copula 相依结构下欧元和日元投资组合的风险, 得到了二者的最小风险投资组合, 但他仅对人民币汇率改革前的数据进行了分析。

本文将 Copula 函数为分析工具, 通过美元、欧元和日元兑人民币汇率日回报数据的尖峰厚尾部特征, 分析人民币兑美元汇率升值对欧日元兑人民币汇率的影响。

1 Copula 函数理论

1.1 定义

1999 年 Nelsen 给出了 Copula 函数的定义, N 元 Copula 函数 C 具有以下性质:

- (1) $C = I^N = [0, 1]^N$;
- (2) C 对它的每一个变量是递增的;
- (3) C 的边缘分布 $C_n(\cdot)$ 满足: $C_n(u_n) = C(1, \dots, u_n, 1, \dots, 1) = u_n, u_n \in [0, 1], n \in [1, n]$;

根据 Copula 函数定义可知, 若存在 N 元随机变量 x_1, x_2, \dots, x_n , 令 u_n 为 x_n 的累积分布函数, 即 $u_n = F(x_n), n = 1, 2, \dots, N$, 则函数 $C(u_1, u_2, \dots, u_N) = C(F(x_1), F(x_2), \dots, F(x_N))$ 为边缘分布的一个多元分布函数。

Copula 函数是一个由边缘分布到联合分布的映射, 而 Sklar 定理提供了一种研究多元随机变量联合分布的方法, 因此建立了 Copula 函数与一维边缘分布的密切关系。

Sklar 定理: 设 H 是具有边际分布为 F_1, F_2, \dots, F_n 的 n 维分布函数, 那么一定存在一个 n 元连接函数 C , 使得对于 R^n 中的任何向量, 都有:

$$H(x_1, x_2, \dots, x_n) = C(F(x_1), F(x_2), \dots, F(x_n))$$

其中: H 是具有边际分布为 F_1, F_2, \dots, F_n 的 n 维分布函数。若 F_1, F_2, \dots, F_n 是连续的, 那么 C 是唯一的; 反之, 若 C 是一个 n 元连接函数, 则 F_1, F_2, \dots, F_n 是分布函数。

1.2 分类

常用的 Copula 函数包括椭圆 Copula 函数族 (Elliptical - Copula)、阿基米德 Copula 函数族 (Archimedean - Copula) 和极值 Copula 函数族 (Extreme value - Copula) 等三类, 其中阿基米德函数可以很好的捕捉到边缘函数之间的尾部关系, 而椭圆函数则不能, 但椭圆函数的使用比其它函数更方便, 以上三类 Copula 函数族中均包含有很多种 Copula 函数。

1.3 相关性分析

Copula 函数可以捕捉到变量间的非线性、非对称性及尾部相关关系。

1.3.1 Kendall's 相关性

Genest 与 Rivest^[9]的非参数方法是估计 Copula 函数的直接有效的方法。

设 $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ 为来自联合分布的二元观测样本, 利用样本的 Kendall's 相关系数的无偏估计量 τ 估计 Kendall's 相关系数 τ , 即

$$\tau = \tau, \tau = \frac{2}{n(n-1)} \sum_{1 \leq i < j \leq n} \text{sign}(x_i - x_j)(y_i - y_j),$$

其中: 上式中 n 为样本容量, $(x_i, y_i), (x_j, y_j)$ 为来自联合分布的二元观测样本值, $\text{sign}(x)$ 为符号函数。

1.3.2 尾部相关性

尾部相关 (Tail Dependence) 是指多维分布中尾部数据的相关, 它是一个与极值理论联系在一起的概念。两个变量间的尾部相关是指在两个随机变量中, 当一个随机变量大幅度地增加或减少时, 另一个随机变量也大幅度地增加或减少的概率。

Copula 函数的尾部相关系数表达式为:

$$\lambda_{\text{up}} = \lim_{t \rightarrow 1^-} \frac{1 - 2t + C(t, t)}{1 - t}, \lambda_{\text{ow}} = \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{C(t, t)}{t}.$$

其中: λ_{up} 一上尾部相关系数; λ_{ow} 一下尾部相关系数。

由以上可知, 当 Copula 模型是一种基于非线性相关的模型时, 它捕捉到的 Kendall's 相关系数和尾部相关系数描述的相关关系比线性相关关系与现实更接近。

2 实证研究

样本选取为 2005 年 7 月 25 日至 2010 年 4 月

15 日的美元(USD)、欧元(EUK)和日元(JPY)兑人民币中间价变化^[10], 每种汇率数据为 1 157 个, 共有三组, 每组 1 156 个日对数回报率数据, 日对数回报率定义为: $r_t = 100 \times (\ln p_t - \ln p_{t-1})$, 其中 p_t 为时刻 t 时的汇率中间价, 日对数回报中乘以 100 是为了更好地体现并观察其统计特征。

2.1 数据的分布特征

利用 MATLAB 软件编程求出美元、欧元和日元三种外币兑人民币中间价的日对数回报率的统计量(表 1):

表 1 中的偏度一正两负, 表明美元兑人民币和欧元兑人民币的汇率存在左偏现象, 而日元兑人民币则存在右偏现象; 峰度都大于 3, 则表明存在尖峰分布, J- B 统计量的数值很大, 说明美欧日分别兑人民币的日对数回报均不服从正态分布。所以, 样本数据中三组数据均具有尖峰厚尾部特征, 根据对数收益率的相关性结构符合阿基米德 Copula 分布(Joe^[11])的结论, 采用能分析尖峰厚尾部且上尾部特征明显的 Gumbel Copula 函数和下尾部特征明显的 Clayton Copula 函数对美元、欧元和日元分别兑人民币的日对数回报数据进行拟合。

表 1 美欧日分别兑人民币的对数日回报率的描述性统计

Tab. 1 Dollar, euro and Japanese yen against the yuan, respectively, the rate of return on the few days the descriptive statistics

	均值	最小值	最大值	方差	偏度	峰度	J- B 统计量
USD/RMB	- 0.014 9	- 0.404 5	0.301 0	0.077 7	- 0.762 5	6.841 3	822.760 9
EUK/RMB	- 0.006 9	- 6.928 8	3.337 0	0.673 2	- 0.703 3	14.546 6	6 517.042 0
JPY/RMB	0.000 5	- 4.732 6	3.442 0	0.722 8	0.074 4	6.403 1	558.874 0

表 2 Gumbel Copula 和 Clayton Copula 中的参数 θ 的表达式

Tab. 2 Gumbel Copula and the Clayton Copula parameters in the expression of θ

阿基米德 Copula	Copula 函数表达式	参数 θ 与 τ 的关系式
Gumbel Copula	$C_G(u, v, \theta) = \exp\{-[-(-\ln u)^\theta + (-\ln v)^\theta]^{1/\theta}\}$, $\theta \in [1, \infty)$	$\theta = \frac{1}{1-\tau}$
Clayton Copula	$C_C(u, v, \theta) = \{u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1\}^{1/\theta}$, $\theta \geq 0$	$\theta = \frac{2\tau}{1-\tau}$

表 3 尾部相关性指标 λ 估计值

Tab. 3 Tail dependence index estimate of λ

Gumbel Copula	$(\hat{\lambda}_{up} = 2 - 2^{1/\theta}, \hat{\lambda}_{low} = 0)$	$\hat{\lambda}_{up} = 0.190 364$	$\hat{\lambda}_{low} = 0$
Clayton copula	$(\hat{\lambda}_{up} = 0, \hat{\lambda}_{low} = 2^{-1/\theta})$	$\hat{\lambda}_{up} = 0$	$\hat{\lambda}_{low} = 0.128 07$

2.2 Kendall 相关系数分析

利用上节中的相关系数计算方法, 结合样本数据得出美元与欧元兑人民币汇率的对数日回报率的 Kendall 相关系数 τ 值为 - 0.334 6, 美元与日元兑人民币汇率的日对数回报率的 Kendall 相关系数 τ 值为 - 0.196 5, 说明美元与欧元和美元与日元兑人民币的汇率变化的相关性均为负相关, 即: 如果人民币兑美元汇率升值, 则人民币兑欧元与日元的汇率就将贬值。因此, 在世界经济一体化的大背景下, 若美国政府对人民币汇率政策施压, 人民币对主要货币的汇率过高将对世界经济产生综合性的影响。而欧元与日元兑人民币日对数回报率的 Kendall 相关系数 τ 值为 0.144 3, 说明欧日兑人民币汇率的变化成正相关。

2.3 Copula 函数的参数估计值计算

根据上节中求出的 Kendall 相关系数 τ , 并运用 τ 值与 Gumbel Copula 和 Clayton Copula 中参数的表达式, 求出 Copula 函数中参数估计量 θ 的估计值。

根据上述表达式及美元与欧元、美元与日元和欧元与日元分别兑人民币汇率变化的 Kendall 相关系数 τ , 求出 Gumbel Copula 与 Clayton Copula 的参数 θ 分别为 0.749 288 与 -0.501 42、0.835 771 与 -0.328 46 和 1.168 634 与 0.337 268。三组参数中, 第一第二组均不在参数的定义域内, 只有第三组数据在定义域内, 所以, 只对第三组参数进行分析。

2.4 尾部相关性指标分析

Copula 函数的参数被确定了后, 根据阿基米德 Copula 函数族的特点, 求出他们的尾部相关系数, 尾部相关性指标 λ 的估计值为(表 3):

由上表求出的数据可得, 欧元和日元兑人民币汇率变化的尾部相关系数均大于 0, 且处于 (0, 1) 之间, 说明无论人民币兑外币汇率升值还是贬值, 欧元与日元兑人民币汇率变化都保持一致。

3 结论

美元兑人民币汇率中间价的变化与欧元和日元兑人民币的中间价的变化均呈负相关关系; 欧元兑人民币汇率中间价与日元兑人民币汇率的中间价的变化呈正相关关系。因此, 若美元兑人民币汇率政策向人民币升值的方向倾斜, 欧盟与日本的利益将受到负向影响。

参考文献:

[1] SKLAR A. Functioned repartition a dimension et leurs merges

- [J]. Publ Inst Stat UNIX, 1959, 8: 229-231.
- [2] NELSEN R B. An introduction to Copulas [M]. New York: Springer-Verlag, 1999.
- [3] BOUYE E, GAUSSEL N, SALMON M. Investigating dynamic dependence using Copula (W P01-14) [R]. London: Financial Econometric Research Centre, City University Business School, 2001.
- [4] EMBRECHTS P. Using Copula to bound the value-at-risk for function of dependent risks [J]. Finance and Stochastics, 2003, 7: 145-167.
- [5] BEATRIZ R. Measuring financial risks with Copulas [J]. International Review of Financial Analysis, 2004, 13: 27-45.
- [6] PATTON A J. Modeling: time-varying exchange rate dependence using the conditional Copula (W P17-28) [R]. London: London School of Economics & Political Science, 2001.
- [7] 张尧庭. 连接函数(Copula)技术与金融风险分析[J]. 统计研究, 2002(4): 48-51.
- [8] 吴振翔, 叶五一, 缪柏其. 基于 Copula 的外汇投资组合风险分析[J]. 中国管理科学, 2004, 12(4): 1-5.
- [9] GENEST C, RIVEST L. Statistical inference procedures for vicariate archimedean Copulas [J]. Journal of the American Statistical Association, 1993, 88: 134-143.
- [10] 国家外汇管理局. 统计数据与报告之人民币汇率中间价[EB/OL]. (2010-04-15). [2010-09-03]. <http://www.safe.gov.cn/model/safe/index.html>.
- [11] JOE H. Multivariate models and dependence concepts [R]. London: Chapman and Hall, 1997.

(责任编辑 马立)