

文章编号:1673-9469(2011)02-0109-04

基于非线性序转换的层次分析模型

庞彦军,刘立民,马丽涛,刘开第

(河北工程大学 理学院,河北 邯郸 056038)

摘要:为了解决复杂层次结构中方案排序问题,将排序度量映射到高维状态空间,挖掘隐藏在指标隶属度中的分类信息,利用区分权滤波算法将一维空间上无法实现的非线性序关系转换转化为高维空间上隶属度向量间的非线性转换,通过计算底层方案对目标的影响度,实现底层指标排序,建立基于非线性序转换的层次分析模型。以某矿出现渗漏的污水坝为例,根据拟采用的4种防渗加固方案以及6种衡量方案优、劣的指标构建三层递阶层次结构,并进行验证分析,结果表明本模型能够实现非线性序转换,可以作为解决复杂层次结构中方案排序的一种实用方法。

关键词:层次结构;隶属度;状态空间;区分权

中图分类号: O141.4

文献标识码: A

The hierarchy analysis model based on non-linear order conversion

PANG Yan-jun, LIU Li-min, MA Li-tao, LIU Kai-di

(School of Science, Hebei University of Engineering, Hebei Handan 056038, China)

Abstract: The ranking metric was mapped into high dimensional state space to discover the classification information hidden in the membership degree and the non-linear order conversion, which could not achieve in the one dimensional space, was transformed into the conversion between membership degree vector in the high dimension space. The influence degree of the bottom plan to object was calculated to rank the bottom index, and then the hierarchy analysis model based on non-linear order conversion was established. The wastewater dam of a mine with foundation seepage was taken as an example to establish the three-layer hierarchical structure for verification, based on the 4 seepage reinforcement plans and 6 measurement indices. The results show that the model can implement the non-linear order conversion and serve as the method of ranking the complex hierarchical structural problem.

Key words: hierarchy; membership degree; state space; divisional right

层次分析法(analytic hierarchy process, AHP)^[1]是Saaty教授在二十世纪七十年代末提出的一种无结构化决策方法,被广泛应用于涉及指标重要性权重的众多应用领域^[2-5]。AHP采用“两两比较”的方法,在准则下对准则支配的相邻下层各项指标通过构造比例标度判断矩阵,并利用基于“一致性”检验的特征向量法(或幂法,或和法)对下层指标排序,很好地解决了相邻两层指标间的排序问题^[6-7]。

然而对于三层及以上层次结构,需要在顶层

目标下对底层指标按重要性大小排序,则必须解决以下两个问题:一是在上层每一项指标下对该指标所支配的相邻下层指标排序;二是通过序关系转换在顶层目标下对底层指标排序。AHP实现序转换的方法为线性序转换,这种方法仅适用于简单递阶层次结构,当递阶层次结构为复杂结构时,线性序转换只能作为真实序转换的一种近似。

本文分析递阶层次结构的复杂性,将排序度量映射到高维状态空间上,提出了复杂层次结构

收稿日期:2011-03-10

基金项目:国家自然科学基金项目(60874116);河北省自然科学基金项目(F2008000857) 特约专稿

作者简介:庞彦军(1964-),男,河北武安人,教授,从事不确定信息数学处理方面的研究。

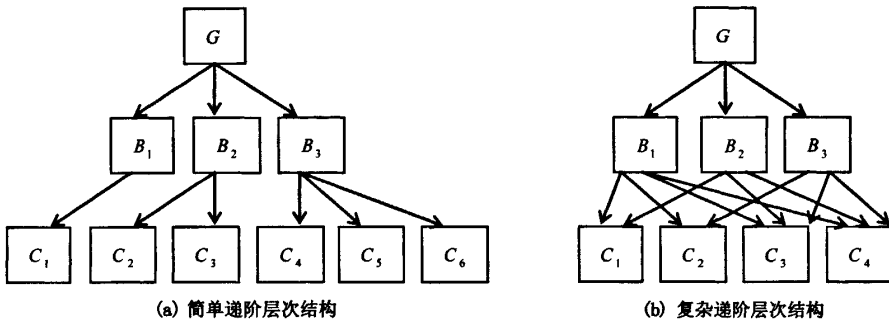


图1递阶层次结构的类型

Fig.1 Types of the hierarchical structure

序关系转换的非线性方法,给出了递阶层次结构指标排序的一般方法。

1 递阶层次结构的类型

递阶层次结构的复杂性由上、下层指标间的不同联接方式决定,分为简单层次结构及复杂层次结构(图1)。

简单层次结构的特点是,每一项底层指标发生时,影响且只影响相邻上层中一项指标。只通过一项指标传递到目标 G 的序关系,是且只能是线性关系,对应线性序转换。

复杂层次结构的特点是,当一项底层指标发生时,会同时影响相邻上层至少两项指标,此时,经中间指标 B₁, B₂, B₃, 传递到 G 的序关系就不再是线性关系,而是非线性序关系,对应序转换是非线性转换。

2 复杂层次结构的非线性序转换算法

以三层复杂结构为例。

设由 AHP 法已求得底层 n 项指标关于中间层指标 j(j=1~m) 的排序向量

$$\mu(j) = (\mu_1(j), \mu_2(j), \dots, \mu_n(j))^T \quad (1)$$

及 m 项中间层指标关于顶层目标 G 的排序向量

$$\lambda(G) = (\lambda_1(G), \lambda_2(G), \dots, \lambda_m(G))^{-1} \quad (2)$$

求在目标 G 下对底层 n 项指标排序。

2.1 难点分析

当底层指标 i 发生时,目标 G 同时接收到中间层 m 项指标 B₁ ~ B_m 发送的关于指标 i 的 m 种信息 μ_i(j)(j=1~m),但是,无法得知每一个 μ_i

(j) 究竟对目标 G 提供了多少关于指标 i 的“有效信息”,也无法得知这 m 种信息按着怎样的“规律”融合。所以,通过某种线性运算得出指标 i 关于目标 G 的排序度量 α_i(G) 仅是真实度量的一种近似。

本文通过把排序度量 μ_i(j) 映射到能描述 μ_i(j) “重要性程度”的高维状态空间上,分析 μ_i(j) 在每个子空间上的映射值究竟对目标 G 提供了多少关于指标 i 的“有效信息”,并通过“信息融合”探索非线性序转换的算法途径。

2.2 排序度量到高维状态空间的映射

步骤 1: 将指标 i 对指标 j 的影响程度 μ_i(j) 划分为 s=5 个等级,设 {F₁, F₂, ..., F₅} 是状态空间 F 的一种划分,满足

$$F_i \cap F_j = \phi (i \neq j) \text{ 且 } \bigcup_{k=1}^5 F_k = F$$

称 F_k(k=1~5) 是第 k 种状态,也称为第 k 类。

步骤 2: 令 a = min{μ_i(j)}, b = max{μ_i(j)}, 将区间 [a, b] 四等分,连同区间端点在内的 5 个分点是 a = a₁ < a₂ < a₃ < a₄ < a₅ = b 在 [a, b] 上,以 a_k(k=1~5) 作为 F_{6-k} 类的标杆值。构造 5 个等级的标准隶属函数 α₁(t) ~ α₅(t), 如图 2 所示。

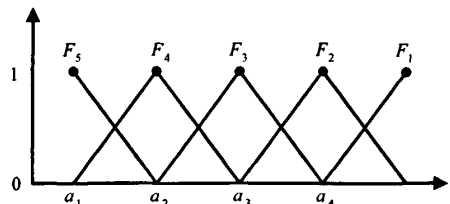


图2 5个标准隶属函数

Fig.2 Five kinds of standard membership functions

图 2 中, F₁ 类的隶属函数 α₁(t) 由折线

$a_1 a_4 F_1$ 表示; F_2 类的隶属函数 $\alpha_2(t)$ 由折线 $a_1 a_3 F_2 a_5$ 表示; F_3 类的隶属函数 $\alpha_3(t)$ 由折线 $a_1 a_2 a_3 F_4 a_5$ 表示; F_4 类的隶属函数 $\alpha_4(t)$ 由折线 $a_1 F_4 a_3 a_5$ 表示; F_5 类的的隶属函数 $\alpha_5(t)$ 由折线 $F_2 a_2 a_5$ 表示。

根据图 2 的 5 个隶属函数,任一排序度量 $\mu_i(j)$ 可表为一个 5 维向量:

$$\mu_i(j) \leftrightarrow (\alpha_{j1}^{(i)}, \dots, \alpha_{j5}^{(i)}) \quad (3)$$

$$0 \leq \alpha_{jk}^{(i)} \leq 1, \sum_{k=1}^5 \alpha_{jk}^{(i)} \quad (4)$$

其中, $\alpha_{jk}^{(i)}$ —指标 j 的 k 类隶属度,表示指标 i 发生时对指标 j 的影响属于 F_k 类的隶属度。

2.3 隶属度非线性转换的算法步骤^[8]

隶属度的非线性转换是在指标隶属度中包含着对目标分类不起作用的冗余值,而清除冗余值的过程是非线性计算过程。

设指标 j 关于目标 G 的重要性权重为 $\lambda_j(G)$, 目标 G 的状态转移矩阵为 $U^{(i)}(G) = (\alpha_{jk}^{(i)})_{m \times 5}$ 。求指标 i 发生时对目标 G 的影响属于 F_k 类的隶属度 $\alpha_k^{(i)}(G) (k=1 \sim 5)$ 。

令

$$H_j^{(i)}(G) = -\sum_{k=1}^5 \alpha_{jk}^{(i)} \cdot \lg \alpha_{jk}^{(i)} (j=1 \sim m) \quad (5)$$

$$v_j^{(i)}(G) = 1 - \frac{1}{\lg 5} H_j^{(i)}(G) (j=1 \sim m) \quad (6)$$

$$w_j^{(i)}(G) = \frac{v_j^{(i)}(G)}{\sum_{i=1}^m v_i^{(i)}(G)} (j=1 \sim m) \quad (7)$$

称 $w_j^{(i)}(G)$ 为指标 j 关于目标 G 的区分权。

区分权 $w_j^{(i)}(G)$ 的直观作用是对指标 j 的各类隶属度把指标 j 所属类别“区分开”的“程度”的度量。

确定 $\alpha_k^{(i)}(G)$ 的计算步骤如下:

步骤 1: 计算指标 j 的 k 类有效值

$$w_j^{(i)}(G) \cdot \alpha_{jk}^{(i)} (j=1 \sim m, k=1 \sim 5) \quad (8)$$

步骤 2: 计算指标 j 的 k 类可比值

$$\lambda_j(G) \cdot w_j^{(i)}(G) \cdot \alpha_{jk}^{(i)} (j=1 \sim m, k=1 \sim 5) \quad (9)$$

步骤 3: 计算目标 G 的 k 类可比和

$$M_k^{(i)}(G) = \sum_{j=1}^m \lambda_j(G) \cdot w_j^{(i)}(G) \cdot \alpha_{jk}^{(i)} (k=1 \sim 5) \quad (10)$$

步骤 4: 计算目标 G 属于 F_k 类的隶属度

$$\alpha_k^{(i)} = \frac{M_k^{(i)}(G)}{\sum_{k=1}^5 M_k^{(i)}(G)} (k=1 \sim 5) \quad (11)$$

2.4 基于隶属度的排序方法

令 $F_1 \sim F_5$ 的量化值依次为 9, 7, 5, 3, 1, 称

$$n^{(i)}(G) = 9\alpha_1^{(i)}(G) + 7\alpha_2^{(i)}(G) + 5\alpha_3^{(i)}(G) + 3\alpha_4^{(i)}(G) + \alpha_5^{(i)}(G) \quad (12)$$

指标 i 对目标 G 的影响度。可按 $n^{(i)}(G)$ 的大小, 在目标 G 下对指标 i 排序。

3 算例分析

某矿 10 号污水坝设计为一粘土斜墙防渗土石坝, 建成蓄水后出现渗漏。根据场区工程地质和水文地质条件, 拟采用 4 种防渗加固方案: P_1 是粘土铺盖 + 静压注浆; P_2 是深层搅拌桩; P_3 是高压摆喷 + 静压注浆; P_4 是深孔注浆。

有 6 种衡量方案优、劣的指标: I_1 是治理可靠性, I_2 是安全性, I_3 是工程投资, I_4 是施工工期, I_5 是施工难易程度, I_6 是环境影响。这样, 方案排序构成一个三层递阶层次结构(图 3), G 为总目标。

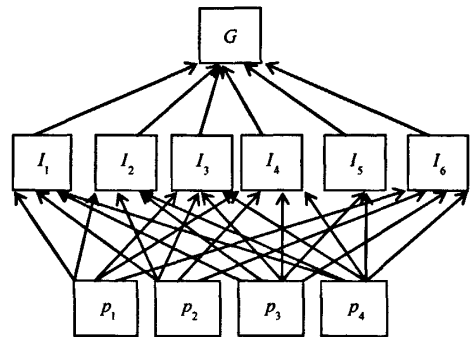


图3 防渗方案排序递阶层次结构
Fig.3 Hierarchical structural of seepage prevention scheme

显然图 3 所示是一个复杂结构, 对应非线性序关系转换。

在给定各方案关于 6 种指标的逻辑评语集后, 文献[9]用层次分析法确定了中间层指标 $I_1 \sim I_6$ 关于目标目标 G 的重要性权重向量

$$\lambda(G) = (0.24, 0.12, 0.24, 0.20, 0.14, 0.06)$$

及 4 种方案关于 6 种指标的排序度量矩阵:

$$U(G)_{4 \times 6} = \begin{pmatrix} 0.284 & 0.283 & 0.182 & 0.284 & 0.317 & 0.145 \\ 0.182 & 0.283 & 0.352 & 0.182 & 0.217 & 0.285 \\ 0.352 & 0.283 & 0.284 & 0.352 & 0.317 & 0.353 \\ 0.182 & 0.152 & 0.182 & 0.182 & 0.149 & 0.217 \end{pmatrix}$$

其中, $U(G)_{4 \times 6}$ 的第 j 列元素为各方案关于中间指标 I_j 的排序度量。

方案排序步骤如下:

步骤 1: 构造排序度量的隶属函数

$$(1) \min \{ \mu_i(j) \} = 0.145, \max \{ \mu_i(j) \} = 0.353,$$

取 $a = 0.15, b = 0.36$; 取 $S = 4$

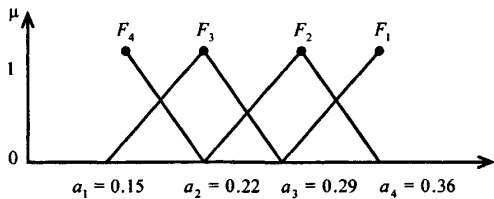


图4 排序指标的4个隶属函数

Fig. 4 Four membership function of the the order index

步骤 2: 构建标准隶属函数

以 P_1 为例, P_1 关于 6 种指标的排序度量, 构成目标 G 关于 P_1 的状态转移矩阵 $U^{(1)}(G)$:

$$U^{(1)}(G) =$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0.9143 & 0.0857 & 0 \\ 0 & 0.9000 & 0.1000 & 0 \\ 0 & 0 & 0.4571 & 0.5429 \\ 0 & 0.9143 & 0.0857 & 0 \\ 0.0386 & 0.9614 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

步骤 3: 计算隶属度向量

根据目标 G 关于 P_1 的状态转移矩阵 $U^{(1)}(G)$, 得 P_1 对 G 影响的隶属度向量为:

$$\mu^{(1)}(G) = (0.0063, 0.6944, 0.1283, 0.1710)$$

同理得方案 P_2, P_3, P_4 对 G 影响的隶属度向量为

$$\mu^{(2)}(G) = (0.2386, 0.2241, 0.3482, 0.1891)$$

$$\mu^{(3)}(G) = (0.4318, 0.5355, 0.0327, 0)$$

$$\mu^{(4)}(G) = (0, 0, 0.3211, 0.6789)$$

步骤 4: 计算影响度

取 $F_1 \sim F_4$ 的量化值依次为 4, 3, 2, 1, 各方案的影响度分别为

$$n^{(1)}(G) = 2.5360, n^{(2)}(G) = 2.5122, n^{(3)}(G) = 3.3991, n^{(4)}(G) = 1.3211。$$

因为 $n^{(3)}(G) > n^{(1)}(G) > n^{(2)}(G) > n^{(4)}(G)$, 所以, 方案 P_3 最优, P_1, P_2 次之, P_4 最差。

4 结语

递阶层次结构中方案排序问题的本质是实现非线性序转换。通过把“排序度量”映射到高维状态空间上, 并利用区分权滤波算法实现了高维空间上隶属度向量间的非线性转换, 可以作为解决复杂层次结构中方案排序的一种实用方法。

参考文献:

- [1] 许树柏. 层次分析法原理[M]. 天津: 天津大学出版社, 1998.
- [2] 郑贤斌, 陈国明. 基于 FTA 油气长输管道失效的模糊综合评价方法研究[J]. 系统工程理论与实践, 2005, 25(2): 139-144.
- [3] 易俊, 伍建林, 史佩, 等. 二级模糊安全评估方法及其在油库安全中的应用[J]. 中国安全科学学报, 2007, 17(6): 135-139.
- [4] SAATTY T L. Decision making with the analytic hierarchy process [J]. International Journal of Services Sciences, 2008, 1(1): 83-98.
- [5] 戴佑斌, 张尚根, 周早生, 等. 模糊一致矩阵理论在地铁深基坑支护方案优选中的应用[J]. 岩土工程学报, 2005, 27(10): 1162-1165
- [6] 周书敬, 朱志, 王飞. 基于灰色层次分析的房地产投资决策[J]. 河北工程大学学报(自然科学版), 2010, 27(2): 83-86.
- [7] 李树文, 李少雄, 刘嘉玮, 等. 水质模糊综合评价模型的改进[J]. 河北工程大学学报(自然科学版), 2009, 26(3): 102-105.
- [8] 庞彦军, 周少玲, 杨珠, 等. 水质模糊综合评价模型的改进[J]. 河北工程大学学报(自然科学版), 2007, 24(3): 89-93.
- [9] 陈永贵, 邹银生, 张可能. 坝基防渗治理的多目标模糊决策方法[J]. 湖南大学学报, 2008, 35(3): 15-18.

(责任编辑 马立)