

文章编号:1673-9469(2011)04-0101-05

## 直觉模糊层次分析法

高红云<sup>1</sup>,王超<sup>2</sup>,哈明虎<sup>1,3</sup>

(1. 河北大学 管理学院,河北 保定 071002;2. 河北大学 物理科学与技术学院,河北 保定 071002;3. 河北工程大学 经管学院,河北 邯郸 056038)

**摘要:**为了解决传统模糊层次分析法难以处理的直觉模糊环境下的综合评判问题,利用直觉模糊数和模糊层次分析法建立了一种直觉模糊层次分析法。实验分析表明了该方法的有效性。

**关键词:**直觉模糊数;层次分析法;直觉模糊层次分析法;n维直觉模糊加权算术平均算子

**中图分类号:** TG333.17

**文献标识码:** A

## Intuitionistic fuzzy analytic hierarchy process

GAO Hong-yun<sup>1</sup>, WANG Chao<sup>2</sup>, HA Ming-hu<sup>1,3</sup>

(1. College of Management, Hebei University, Hebei Baoding 071002, China; 2. College of Physics Science and Technology, Hebei University, Hebei Baoding 071002, China; 3. College of Economics and Management, Hebei University of Engineering, Hebei Handan 056038, China)

**Abstract:** A kind of intuitionistic fuzzy analytic hierarchy process is established by using the intuitionistic fuzzy numbers and fuzzy analytic hierarchy process to solve the comprehensive evaluation problem of intuitionistic fuzzy environment which is hard to be handled by the traditional fuzzy analytic hierarchy process. The example analysis respects the effectiveness of the method.

**Key words:** intuitionistic fuzzy numbers; the analytic hierarchy process; intuitionistic fuzzy analytic hierarchy process; n-intuitionistic fuzzy weighted arithmetic average operator

层次分析法是 Saaty<sup>[1]</sup>提出的一种定性和定量分析相结合的多准则系统分析决策方法。层次分析法通过明确问题,建立层次结构模型,构造判断矩阵,层次单排序和层次总排序五个步骤计算各层次构成要素对于总目标的组合权重,从而得出不同可行方案的综合评价价值,为选择最优方案提供依据<sup>[2]</sup>。在综合评判各因素权重分配时,层次分析法仅凭经验根据因素的重要性直接给出权重值,或仅考虑专家判断的两种极端情况,而没有考虑专家判断的模糊性,难以做到客观准确<sup>[3]</sup>。基于此,一些学者在 Zadeh<sup>[4]</sup>建立的模糊集理论基础上将模糊思想和方法引入层次分析法中,提出了模糊层次分析法<sup>[2]</sup>,并已成功应用于投资决策等领域<sup>[5]</sup>。然而,模糊层次分析法在一些现实决策问题中存在一定的局限性。例如,模糊层次分析法中的模糊集能在一定程度上表示决策者对研究对象的主观判断,但不能精确表达弃权或犹豫

不决的情况。为了解决此类问题,Atanassov<sup>[6-7]</sup>在 Zadeh 的模糊集的“亦此亦彼”的模糊概念基础上增加了一个新的参数—非隶属函数建立了直觉模糊集,在处理上述不确定性方面更具灵活性和实用性。本文将直觉模糊集思想应用于层次分析法中,建立了直觉模糊层次分析法,扩充和发展了模糊层次分析法。

### 1 直觉模糊集相关知识

定义 1<sup>[6-7]</sup> 假设  $X$  是一个非空经典集合,  $A = \{ \langle x, \mu_A(x), \nu_A(x) \rangle | x \in X \}$ ,  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  的三重组称为直觉模糊集,其中  $\mu_A(x)$ ,  $\nu_A(x)$  分别表示  $X$  中的元素  $x$  属于  $X$  的隶属度和非隶属度。且  $\mu_A: X \rightarrow [0, 1]$ ,  $\nu_A: X \rightarrow [0, 1]$ ,  $0 \leq \mu_A(x) + \nu_A(x) \leq 1$ ,  $x \in X$ 。在  $X$  的每一个直觉模糊集中称  $\pi_A(x) = 1 - \mu_A(x) - \nu_A(x)$  为  $x$  属于  $X$  的犹豫

收稿日期:2011-10-22

基金项目:国家自然科学基金资助项目(60773062, 61073121);

作者简介:高红云(1985-),女,河北省遵化市人,在读研究生,从事不确定信息处理。

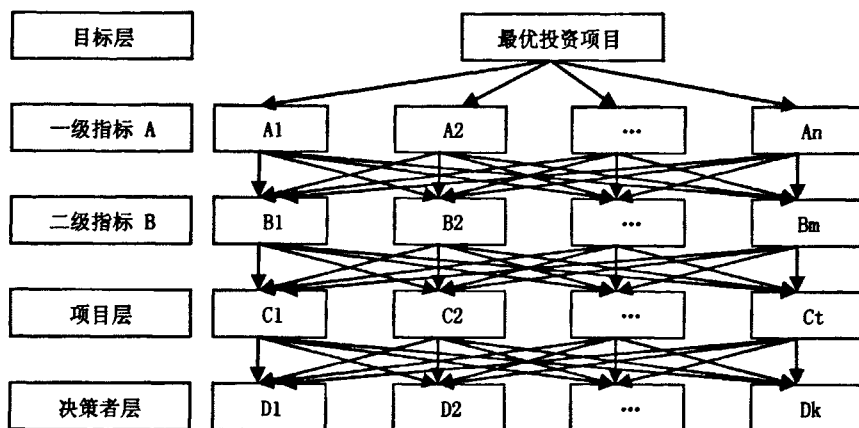


图1 层次结构模型

Fig.1 The hierarchical structure model

度即不确定程度,且  $0 \leq \pi_A(x) \leq 1, x \in X$ 。

定义2<sup>[6-7]</sup> 设  $a_1, a_2$  是一个给定的论域上的两个直觉模糊数,其中  $a_1 = (\mu_1, v_1), \mu_1 \in [0, 1], v_1 \in [0, 1]$  并且  $\mu_1 + v_1 \in [0, 1]$ ;  $a_2 = (\mu_2, v_2), \mu_2 \in [0, 1], v_2 \in [0, 1]$  并且  $\mu_2 + v_2 \in [0, 1]$ , 并设  $\lambda$  为实数且  $\lambda \geq 0$ , 定义直觉模糊数的运算如下:

- (1)  $a_1 + a_2 = (\mu_1 + \mu_2 - \mu_1\mu_2, v_1v_2)$ ;
- (2)  $a_1a_2 = (\mu_1\mu_2, v_1 + v_2 - v_1v_2)$ ;
- (3)  $\lambda a_1 = (1 - (1 - \mu_1)^\lambda, v_1^\lambda)$ ;
- (4)  $a_1^\lambda = (\mu_1^\lambda, 1 - (1 - v_1)^\lambda)$ 。

定义3 为了得到权重大小比较,我们定义了新的得分函数为

$$H(a) = \frac{1-v}{1+\pi}, H(a) \in [0, 1] \quad (1)$$

定义4<sup>[8]</sup> 设直觉模糊数集合为  $a_i = (\mu_i, v_i), (i=1, 2, \dots, n)$ , 则  $IFWAA: Q^n \rightarrow Q$ , 若  $IFWAA_\omega(a_1, a_2, \dots, a_n) = \sum_{i=1}^n \omega_i a_i$ , 其中  $\omega$  为属性的权重值  $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n), \omega_i \in [0, 1], i=1, 2, \dots, n$  且有  $\sum_{i=1}^n \omega_i = 1$ , 则称函数  $IFWAA$  为  $n$  维直觉模糊加权算术平均算子。并根据上述直觉模糊数的运算有如下公式

$$IFWAA_\omega(a_1, a_2, \dots, a_n) = \sum_{i=1}^n \omega_i a_i = (1 - \prod_{i=1}^n (1 - \mu_i)^{\omega_i}, \prod_{i=1}^n v_i^{\omega_i}) \quad (2)$$

## 2 直觉模糊层次法模型

### 2.1 建立层次结构体系

对于项目的决策需要考虑很多因素,将其影

响因素进行分层得到层次结构模型,如图1所示。

### 2.2 建立直觉模糊互补判断矩阵

定义5 直觉模糊层次分析中,对属性之间进行两两比较其重要程度得到直觉模糊判断矩阵  $A = (a_{ij} \times n, a_{ij} = (\mu_{ij}, v_{ij}), (i, j=1, 2, \dots, n))$ , 称为直觉模糊互补判断矩阵,若满足如下性质:

- 1)  $\mu_{ii} = 0.5, i=1, 2, \dots, n$ 。
- 2) 若  $a_{ij} = (\mu_{ij}, v_{ij}), a_{ji} = (\mu_{ji}, v_{ji}), i, j=1, 2, \dots, n$ ; 则必有  $\mu_{ij} + \mu_{ji} = 1$ 。

为了对属性之间的重要程度进行定量的描述,我们可以定义标度,如表1所示。

表1 属性重要程度定义的标度表

Tab.1 Table of scale the importance of the attribute

评价等级	直觉模糊数
因素 $i$ 比因素 $j$ 极端重要	(0.90, 0.10, 0.00)
因素 $i$ 比因素 $j$ 重要得多	(0.80, 0.15, 0.05)
因素 $i$ 比因素 $j$ 明显重要	(0.70, 0.20, 0.10)
因素 $i$ 比因素 $j$ 稍微重要	(0.60, 0.25, 0.15)
因素 $i$ 与因素 $j$ 同等重要	(0.50, 0.30, 0.20)
因素 $j$ 比因素 $i$ 稍微重要	(0.40, 0.45, 0.15)
因素 $j$ 比因素 $i$ 明显重要	(0.30, 0.60, 0.10)
因素 $j$ 比因素 $i$ 重要得多	(0.20, 0.75, 0.05)
因素 $j$ 比因素 $i$ 极端重要	(0.10, 0.90, 0.00)

### 2.3 直觉模糊互补判断矩阵的一致性检验

直觉模糊互补判断矩阵的一致性检验直接根据隶属度构成的判断矩阵的一致性检验得到。根

据徐泽水<sup>[9]</sup>推导出的求解模糊互补判断矩阵权重的公式来求解权重

$$w_i = \frac{\sum_{j=1}^n a_{ij} + \frac{n}{2} - 1}{n(n-1)}, i=1,2,\dots,n \quad (3)$$

并利用文献[10]推导出的相容性来检验权重公式的合理性。

定义6 设矩阵  $A = (a_{ij})_{m \times n}, B = (b_{ij})_{n \times n}$  均为模糊判断矩阵,则称  $A$  和  $B$  的相容性指标为

$$I(A,B) = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |a_{ij} + b_{ij} - 1|}{n^2} \quad (4)$$

定义7 设模糊判断矩阵  $A$  的权重向量为  $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T, \sum_{i=1}^n w_i = 1, w_i \geq 0 (i=1,2,\dots,n)$ , 令  $w_{ij} = \frac{w_i}{w_i + w_j}, (\forall i, j=1,2,\dots,n)$ , 则称  $A^* = (w_{ij})_{n \times n}$  为  $A$  的特征矩阵。

当相容性指标  $I(A, A^*) \leq 0.1$  时,认为判断矩阵  $A$  为满意一致的。进而,我们近似地认为相应的直觉模糊判断矩阵也是一致的。

2.4 直觉模糊判断矩阵权重确定

1)一级属性权重确定。设专家  $l$  对属性  $i$  与  $j$  相比较的重要程度的直觉模糊判断矩阵为  $A^{(l)}, l=1,2,\dots,k$   $A^{(l)} = (a_{ij}^{(l)})_{n \times n}, a_{ij}^{(l)} = (\mu_{ij}^{(l)}, v_{ij}^{(l)}), (i,j=1,2,\dots,n)$  其中  $\mu_{ij}^{(l)}$  和  $v_{ij}^{(l)}$  分别表示决策者  $l$  对属性  $i$  与  $j$  相比较的重要和不重要程度。应用如公式(5)计算相对权重

$$\begin{aligned} (w^l)^T &= [w_1^{(l)} \quad w_2^{(l)} \quad \dots \quad w_n^{(l)}] = \\ &\left[ \frac{\sum_{j=1}^n a_{1j}^{(l)}}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij}^{(l)}}, \frac{\sum_{j=1}^n a_{2j}^{(l)}}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij}^{(l)}}, \dots, \frac{\sum_{j=1}^n a_{nj}^{(l)}}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij}^{(l)}} \right] = \\ &\left[ \left( \frac{\sum_{j=1}^n \mu_{1j}^{(l)}}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \mu_{ij}^{(l)}}, \frac{\sum_{j=1}^n v_{1j}^{(l)}}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n v_{ij}^{(l)}} \right), \left( \frac{\sum_{j=1}^n \mu_{2j}^{(l)}}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \mu_{ij}^{(l)}}, \frac{\sum_{j=1}^n v_{2j}^{(l)}}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n v_{ij}^{(l)}} \right), \dots \right. \\ &\left. \left( \frac{\sum_{j=1}^n \mu_{nj}^{(l)}}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \mu_{ij}^{(l)}}, \frac{\sum_{j=1}^n v_{nj}^{(l)}}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n v_{ij}^{(l)}} \right) \right] \end{aligned} \quad (5)$$

根据式(2)进行直觉模糊加权计算得

$$\begin{aligned} \lambda^T &= (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n) = \\ (w_1 w_2 \dots w_k) &\begin{bmatrix} w_1^{(1)} & w_2^{(1)} & \dots & w_n^{(1)} \\ w_1^{(2)} & w_2^{(2)} & \dots & w_n^{(2)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ w_1^{(k)} & w_2^{(k)} & \dots & w_n^{(k)} \end{bmatrix} = \end{aligned}$$

$$[\sum_{l=1}^k w_l w_1^{(l)} \quad \sum_{l=1}^k w_l w_2^{(l)} \quad \dots \quad \sum_{l=1}^k w_l w_n^{(l)}]$$

式中  $\lambda_i = (\mu_i, v_i) = (1 - \prod_{l=1}^k (1 - \mu_i^{(l)})^{w_l}, \prod_{l=1}^k (v_i^{(l)})^{w_l}), i=1,2,\dots,n$ 。

则计算一级属性的得分权重为  $H(\lambda_i) = \frac{1 - v_i}{1 + \pi_i}, i=1,2,\dots,n$  (6)

$$\text{归一化 } \sigma_i = \frac{H(\lambda_i)}{\sum_{j=1}^n H(\lambda_j)}, i=1,2,\dots,n \quad (7)$$

2)二级属性综合权重确定。设  $k$  个专家对二级指标属性  $i$  与  $j$  对于一级属性指标  $r(r=1,2,\dots,n)$  的重要程度的直觉模糊判断矩阵为  $B_r^{(l)} = (b_{ij}^{(l)})_{m \times m}, b_{ij}^{(l)} = (\mu_{ij}^{(l)}, v_{ij}^{(l)}), i,j=1,2,\dots,m, (l=1,2,\dots,k; r=1,2,\dots,n)$ , 其中  $\mu_{ij}^{(l)}, v_{ij}^{(l)}$  分别表示决策者  $l$  对二级属性  $i$  与  $j$  相比较的重要和不重要程度。

由(4)求出二级属性对一级属性的加权相对权重为  $\sigma = (\sigma_{ij})_{t \times m}, \sigma_{ij} = (\mu_{ij}, v_{ij}, l=1,2,\dots,t; j=1,2,\dots,m)$ 。

根据(5)一级属性权重对二级属性综合加权到二级属性的综合属性值为  $\sigma^{(2)} = (\sigma^{(1)})^T \sigma$ 。

由公式(6)、式(7)求得二级指标的综合权重为  $(\sigma^{(2)})^T = (\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_m)$ 。

2.5 最终评价计算

假设有  $t$  个可供选择的项目方案,有  $k$  个专家根据二级属性对这些方案进行决策得到  $k$  个直觉模糊判断矩阵  $C_l^{(t)} = (c_{ij}^{(t)})_{m \times k}, c_{ij}^{(t)} = (\mu_{ij}^{(t)}, v_{ij}^{(t)}), i=1,2,\dots,m, j=1,2,\dots,k, l=1,2,\dots,t$ 。其中  $\mu_{ij}^{(t)}, v_{ij}^{(t)}$  分别表示第  $l$  个专家认为属性  $i$  对于方案  $j$  的满足程度(可以投资的程度)和不满足程度(不能投资程度)。加权计算求出各方案的综合得分  $H(d_l) (l=1,2,\dots,t)$  并比较大小。

3 算例

假设有3个专家对三个经济开发区的风险投资项目的风险大小进行评价,假设专家的评价权重为(0.5,0.3,0.2)。

第一步:建立风险层次结构图。假设一级属性指标包括三个:技术风险、市场风险、管理风险;二级指标包括四个:资源环境、设计施工、政策风险、管理组织。

第二步:一级属性权重确定。三个专家对一级属性指标两两重要程度评价矩阵如下:

$$D_{11} = \begin{bmatrix} (0.50, 0.30) & (0.40, 0.45) & (0.60, 0.25) \\ (0.60, 0.25) & (0.50, 0.30) & (0.60, 0.25) \\ (0.40, 0.45) & (0.40, 0.45) & (0.50, 0.30) \end{bmatrix}$$

$$D_{12} = \begin{bmatrix} (0.50, 0.30) & (0.50, 0.30) & (0.60, 0.25) \\ (0.50, 0.30) & (0.50, 0.30) & (0.70, 0.20) \\ (0.40, 0.45) & (0.30, 0.60) & (0.50, 0.30) \end{bmatrix}$$

$$D_{13} = \begin{bmatrix} (0.50, 0.30) & (0.40, 0.45) & (0.60, 0.25) \\ (0.60, 0.25) & (0.50, 0.30) & (0.50, 0.30) \\ (0.40, 0.45) & (0.50, 0.30) & (0.50, 0.30) \end{bmatrix}。$$

二级指标相对于一级指标  $A_1$  相互比较的重要程度评价矩阵为

$$D_{21}^{(1)} = \begin{bmatrix} (0.50, 0.30) & (0.40, 0.45) & (0.50, 0.30) & (0.60, 0.25) \\ (0.60, 0.25) & (0.50, 0.30) & (0.60, 0.25) & (0.60, 0.25) \\ (0.50, 0.30) & (0.40, 0.45) & (0.50, 0.30) & (0.40, 0.45) \\ (0.40, 0.45) & (0.40, 0.45) & (0.60, 0.25) & (0.50, 0.30) \end{bmatrix}$$

$$D_{22}^{(1)} = \begin{bmatrix} (0.50, 0.30) & (0.40, 0.45) & (0.60, 0.25) & (0.60, 0.25) \\ (0.60, 0.25) & (0.50, 0.30) & (0.60, 0.25) & (0.50, 0.30) \\ (0.40, 0.45) & (0.40, 0.45) & (0.50, 0.30) & (0.40, 0.45) \\ (0.40, 0.45) & (0.50, 0.30) & (0.60, 0.25) & (0.50, 0.30) \end{bmatrix}$$

$$D_{23}^{(1)} = \begin{bmatrix} (0.50, 0.30) & (0.40, 0.45) & (0.40, 0.45) & (0.50, 0.30) \\ (0.60, 0.25) & (0.50, 0.30) & (0.60, 0.25) & (0.60, 0.25) \\ (0.60, 0.25) & (0.40, 0.45) & (0.50, 0.30) & (0.60, 0.25) \\ (0.50, 0.30) & (0.40, 0.45) & (0.40, 0.45) & (0.50, 0.30) \end{bmatrix}$$

二级属性相对于一级属性  $A_2$  两两比较评价矩阵为

$$D_{21}^{(2)} = \begin{bmatrix} (0.50, 0.30) & (0.40, 0.45) & (0.50, 0.30) & (0.50, 0.30) \\ (0.60, 0.25) & (0.50, 0.30) & (0.50, 0.30) & (0.60, 0.25) \\ (0.50, 0.30) & (0.50, 0.30) & (0.50, 0.30) & (0.60, 0.25) \\ (0.40, 0.45) & (0.40, 0.45) & (0.40, 0.45) & (0.50, 0.30) \end{bmatrix}$$

$$D_{22}^{(2)} = \begin{bmatrix} (0.50, 0.30) & (0.50, 0.30) & (0.60, 0.25) & (0.60, 0.25) \\ (0.50, 0.30) & (0.50, 0.30) & (0.40, 0.45) & (0.50, 0.30) \\ (0.40, 0.45) & (0.60, 0.25) & (0.50, 0.30) & (0.40, 0.45) \\ (0.40, 0.45) & (0.50, 0.30) & (0.60, 0.25) & (0.50, 0.30) \end{bmatrix}$$

$$D_{23}^{(2)} = \begin{bmatrix} (0.50, 0.30) & (0.60, 0.25) & (0.60, 0.25) & (0.50, 0.30) \\ (0.40, 0.45) & (0.50, 0.30) & (0.60, 0.25) & (0.40, 0.45) \\ (0.40, 0.45) & (0.40, 0.45) & (0.50, 0.30) & (0.50, 0.30) \\ (0.50, 0.30) & (0.60, 0.25) & (0.50, 0.30) & (0.50, 0.30) \end{bmatrix}$$

二级属性相对于一级属性  $A_3$  两两比较评价矩阵为

$$D_{21}^{(3)} = \begin{bmatrix} (0.50, 0.30) & (0.60, 0.25) & (0.50, 0.30) & (0.40, 0.45) \\ (0.40, 0.45) & (0.50, 0.30) & (0.40, 0.45) & (0.50, 0.30) \\ (0.50, 0.30) & (0.60, 0.25) & (0.50, 0.30) & (0.40, 0.45) \\ (0.60, 0.25) & (0.50, 0.30) & (0.60, 0.25) & (0.50, 0.30) \end{bmatrix}$$

$$D_{22}^{(3)} = \begin{bmatrix} (0.50, 0.30) & (0.40, 0.45) & (0.40, 0.45) & (0.50, 0.30) \\ (0.60, 0.25) & (0.50, 0.30) & (0.40, 0.45) & (0.50, 0.30) \\ (0.60, 0.25) & (0.60, 0.25) & (0.50, 0.30) & (0.40, 0.45) \\ (0.50, 0.30) & (0.50, 0.30) & (0.60, 0.25) & (0.50, 0.30) \end{bmatrix}$$

$$D_{23}^{(3)} = \begin{bmatrix} (0.50, 0.30) & (0.50, 0.30) & (0.60, 0.25) & (0.40, 0.45) \\ (0.50, 0.30) & (0.50, 0.30) & (0.60, 0.25) & (0.40, 0.45) \\ (0.40, 0.45) & (0.40, 0.45) & (0.50, 0.30) & (0.40, 0.45) \\ (0.60, 0.25) & (0.60, 0.25) & (0.60, 0.25) & (0.50, 0.30) \end{bmatrix}$$

各决策者对项目关于二级属性满足程度评价矩阵为

$$D_1 = \begin{bmatrix} (0.80, 0.15) & (0.60, 0.25) & (0.50, 0.30) & (0.60, 0.25) \\ (0.60, 0.25) & (0.50, 0.30) & (0.80, 0.15) & (0.40, 0.45) \\ (0.50, 0.30) & (0.70, 0.20) & (0.60, 0.25) & (0.50, 0.30) \\ (0.70, 0.20) & (0.50, 0.30) & (0.40, 0.45) & (0.60, 0.25) \\ (0.60, 0.25) & (0.80, 0.15) & (0.80, 0.15) & (0.50, 0.30) \\ (0.60, 0.25) & (0.70, 0.20) & (0.50, 0.30) & (0.60, 0.25) \end{bmatrix}$$

$$D_2 = \begin{bmatrix} (0.60, 0.25) & (0.50, 0.30) & (0.40, 0.45) & (0.70, 0.20) \\ (0.40, 0.45) & (0.60, 0.25) & (0.60, 0.25) & (0.50, 0.30) \\ (0.50, 0.30) & (0.60, 0.25) & (0.60, 0.25) & (0.40, 0.45) \\ (0.80, 0.15) & (0.70, 0.20) & (0.60, 0.25) & (0.50, 0.30) \\ (0.70, 0.20) & (0.60, 0.25) & (0.70, 0.20) & (0.60, 0.25) \\ (0.60, 0.25) & (0.60, 0.25) & (0.40, 0.45) & (0.70, 0.20) \end{bmatrix}$$

$$D_3 = \begin{bmatrix} (0.50, 0.30) & (0.60, 0.25) & (0.40, 0.45) & (0.80, 0.15) \\ (0.60, 0.25) & (0.50, 0.30) & (0.50, 0.30) & (0.60, 0.25) \\ (0.40, 0.45) & (0.80, 0.15) & (0.60, 0.25) & (0.50, 0.30) \\ (0.60, 0.25) & (0.80, 0.15) & (0.60, 0.25) & (0.70, 0.20) \\ (0.80, 0.15) & (0.70, 0.20) & (0.80, 0.15) & (0.40, 0.45) \\ (0.50, 0.30) & (0.70, 0.20) & (0.60, 0.25) & (0.50, 0.30) \end{bmatrix}$$

属性加权计算得

$$D'_1 = [(0.644\ 7, 0.230\ 1) \ (0.605\ 4, 0.267\ 2) \ (0.584\ 2, 0.258\ 8) \ (0.564\ 7, 0.286\ 2) \ (0.701\ 0, 0.202\ 6) \ (0.607\ 0, 0.247\ 1)]$$

$$D'_2 = [(0.564\ 6, 0.286\ 3) \ (0.531\ 9, 0.303\ 1) \ (0.532\ 0, 0.303\ 0) \ (0.669\ 5, 0.217\ 6) \ (0.653\ 3, 0.223\ 7) \ (0.588\ 5, 0.273\ 4)]$$

$$D'_3 = [(0.606\ 7, 0.266\ 4) \ (0.552\ 8, 0.273\ 9) \ (0.607\ 2, 0.266\ 4) \ (0.687\ 6, 0.207\ 8) \ (0.708\ 5, 0.212\ 2) \ (0.584\ 2, 0.258\ 8)]$$

第三步:利用上述直觉模糊层次分析步骤进行决策。

首先,一级指标的重要程度的语言变量转化为直觉模糊数并计算得到一级属性单因素直觉模糊权重为  $(\sigma^{(1)})^T = [(0.340\ 1, 0.319\ 6) \ (0.373\ 5, 0.271\ 8) \ (0.286\ 8, 0.406\ 2)]$ , 计算得分并归一化得到以及属性权重为  $(\sigma^{(1)})^T = (0.338\ 5, 0.358\ 5, 0.303\ 0)$ 。

然后根据上述评价判断矩阵通过计算得到二级属性的单因素决策加权后权重向量矩阵:

$$(\sigma^{(2)})^T = \begin{bmatrix} (0.248\ 9, 0.249\ 4) & (0.283\ 8, 0.200\ 9) & (0.229\ 0, 0.280\ 8) & (0.238\ 8, 0.266\ 6) \\ (0.262\ 6, 0.229\ 9) & (0.245\ 7, 0.237\ 7) & (0.240\ 3, 0.250\ 0) & (0.222\ 8, 0.274\ 8) \\ (0.242\ 6, 0.260\ 0) & (0.237\ 6, 0.267\ 5) & (0.246\ 5, 0.258\ 2) & (0.273\ 8, 0.211\ 6) \end{bmatrix},$$

一级属性权重加权并归一化后得二级属性综合权重为  $\sigma^T = (0.250\ 5, 0.253\ 2, 0.246\ 9, 0.249\ 4)$ 。

最后计算得项目最终得分为  $H(d_1) = 0.776\ 6, H(d_2) = 0.756\ 8, H(d_3) = 0.763\ 3, H(d_4) = 0.780\ 7, H(d_5) = 0.808\ 5, H(d_6) = 0.775\ 6$ 。

综上可知  $H(d_5) > H(d_4) > H(d_1) > H(d_6) > H(d_3) > H(d_2)$ , 故应选择项目 5。

4 结论

本文将直觉模糊集和模糊层次分析法相结合,建立了直觉模糊层次分析法的数学模型。直觉模糊层次分析法是模糊层次分析法的一种重要推广,它在处理不确定性方面更具灵活性和实用性。

参考文献:

[1] SAATY T L. The analytic hierarchy process [M]. New York: McGraw Hill, 1980.  
[2] 张吉军. 模糊层次分析法[J]. 模糊系统与数学,

2000, 14(2): 80-88.  
[3] 李成华, 李慧民, 云小红. 基于模糊层次分析法的建筑安全管理绩效评价研究[J]. 西安建筑科技大学学报:自然科学版, 2009, 41(2): 207-212.  
[4] ZADEH L A. Fuzzy sets [J]. Information and Control, 1965, 8(3): 338-353.  
[5] 陈均明. 模糊层次分析法在投资决策中的应用[J]. 重庆工商大学学报:自然科学版, 2008, 25(1): 29-32.  
[6] ATANASSOV K. Intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1986, 20(1): 87-96.  
[7] ATANASSOV K. More on intuitionistic fuzzy sets [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1989, 33(1): 37-46.  
[8] XU Z S. Intuitionistic preference relations and their application in group decision making[J]. Information Sciences, 2007, 177(11): 2363-2379.  
[9] 徐泽水. 模糊互补判断矩阵排序的一种算法[J]. 系统工程学报, 2001, 16(4): 311-314.  
[10] 陈华友, 赵佳宝. 模糊判断矩阵的相容性研究[J]. 运筹与管理, 2004, 13(1): 44-47.  
(责任编辑 刘存英)