

文章编号:1673-9469(2012)02-0024-05

滞变结构随机地震反应的等价线性化方法研究

赵晓宇¹,李军²,李张苗¹

(1.上海交通大学 船舶海洋与建筑工程学院,上海 200240; 2.河北工程大学 土木学院,河北 邯郸 056038)

摘要:归纳了目前常用的随机地震荷载和结构滞变恢复力模型,对扩散理论方法、随机平均法、摄动法、矩截断法、数字模拟方法和等价线性化法等非线性系统随机振动的常用分析方法进行了讨论。总结了等价线性化方法的理论、发展及其在滞变结构随机地震反应分析中的应用,认为等价线性化方法特别是近些年提出的局部和无参数等价线性化方法,是研究滞变结构随机地震反应的一种非常简明实用的分析方法。通过探讨随机等价线性化方法的误差和修正,认为等价线性化方法能够产生高精度的分析结果。对钢筋混凝土结构的地震可靠度分析方法研究,具有一定的参考价值。

关键词:随机地震荷载;滞变恢复力;等价线性化;随机反应

中图分类号:TU311.3

文献标识码:A

Equivalent linearization for hysteretic systems of stochastic seismic response

ZHAO Xiao-yu¹, LI Jun², LI Zhang-miao¹

(1. College of Naval Architecture, Ocean and Civil Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China; 2. College of Civil Engineering, Hebei University of Engineering, Hebei Handan 056038, China)

Abstract: The random seismic loading and structural hysteretic restoring force model commonly used were summarized in this paper. The analysis method commonly used for random vibration of nonlinear systems, including the diffusion theory method, the stochastic averaging method, perturbation method, the moment truncation method, digital simulation method and the equivalent linearization method were discussed. The theory, development and the application of the method of equivalent linearization in hysteretic structures with random seismic response analysis were summarized. The results showed that the equivalent linearization method, especially in recent years, the local equivalent linearization method and no parameters equivalent linearization method, random seismic response of a hysteretic structure can be analyzed in a very simple and practical way. By exploring random equivalent linearization method of error analysis and correction, we can get the conclusion that the use of equivalent linearization method can lead to highly accurate results. This paper is of a certain reference value for the seismic reliability of reinforced concrete structure analysis method.

Key words: random seismic loading; hysteretic restoring force; equivalent linearization; random response

结构随机地震反应分析的目的在于计算结构的随机地震反应和可靠度。由于地震活动的不确定性和地震波在地壳中传播的随机性,地面地震动

参数都是随机的,一般由随机过程来描述。结构随机地震反应分析则给出随机地震荷载下结构反应的统计参数、谱特性、边缘或联合概率分布等,

收稿日期:2012-02-19

基金项目:上海市自然科学基金资助项目(09ZR1414300)

作者简介:赵晓宇(1985-),女,辽宁抚顺人,硕士研究生,从事结构可靠度和结构抗震设计方面的研究。

为结构的可靠度评估或抗震设计提供基本数据。

在地震作用下,结构往往会进入非线性状态,因此,在结构随机地震反应分析中,应该考虑结构的非线性行为,尤其是结构恢复力的滞变特性^[1]。然而,滞变结构的随机地震反应分析在目前来说仍然是一个困扰地震工程界的技术难题,尽管人们提出和发展了一些方法,但精确并有效的方法仍然在研究和开发过程中。本文回顾了目前存在的滞变结构随机地震反应分析的基本方法,探讨了目前应用最为广泛的等价线性化方法及其误差问题,为钢筋混凝土结构的地震可靠度分析方法研究提供参考。

1 随机地震荷载和结构滞变恢复力

精细的随机地震荷载模型需用随机场来描述^[1]。但由于随机场模型往往给结构分析带来非常大的复杂性,且随机场模型通常由一维随机过程和相关函数或相干函数来合成,因此在结构的随机地震反应分析中经常采用的是一维随机过程模型。目前常用的一维随机地震动荷载模型有平稳随机过程模型(如白噪声过程模型、金井清和田治见模型以及 Clough - Penzien 模型等)、调制非平稳随机过程模型(如调制金井清和田治见模型以及 Clough - Penzien 模型^[2])和基于渐进功率谱的完全非平稳随机过程模型等^[3-4]。一般来说,上述模型能比较好地满足不同层次的结构随机地震反应分析的要求。

在地震荷载的往复作用下,构件的恢复力与变形的关系曲线在加载和卸载过程中不沿着同一个路径变化,表现出显著的滞变特性。常用的结构恢复力的滞变模型有双线性模型、Clough 三线性模型和能量模型^[1],但由于上述模型是不光滑的,给求解随机偏微分振动方程带来了非常大的困难,因此,在结构的随机地震反应分析中经常采用光滑的滞变恢复力模型,其中最常用的是 Bouc - Wen 模型^[1]。

若将结构恢复力表示为

$$g(x, \dot{x}) = \alpha kx + (1 - \alpha)kz \quad (1)$$

式中: $g(x, \dot{x})$ - 滞变恢复力; x - 变形; αkx - 弹性力部分; $(1 - \alpha)kz$ - 滞变力部分; k - 初始刚度; αk - 第二刚度; α - 第二刚度系数。

那么,光滑的 Bouc - Wen 滞变变形模型为

$$\dot{z} = A\dot{x} - \beta|\dot{x}||z|^{n-1}z - \gamma\dot{x}|z|^n \quad (2)$$

式中: A 、 B 、 γ - 控制滞变变形初始刚度、幅值和滞变形状参数。

2 滞变结构随机地震反应分析的主要方法

目前的滞变结构随机地震反应分析方法主要有扩散理论方法、随机平均法、摄动法、矩截断法、数字模拟方法和等价线性化法等^[5-6]。

扩散理论方法是在相应的边界条件与初始条件下求解福克 - 普朗克 - 科尔莫哥洛夫方程 (FPK 方程)。对极少数问题,如白噪声激励下的 Duffing 振子,可以得到解析解^[5-6]。但对一般的滞变结构,尤其是常用随机地震模型作用下的复杂滞变结构,目前没有解析解,只能通过近似方法(如随机平均法^[7-8])和数值方法进行近似计算,而且计算量大且精度也很难保证^[6]。因此,扩散理论方法目前还未在工程中广泛使用。

随机摄动法是非线性确定性振动的摄动方法对随机问题的直接推广^[9]。它可以用来确定弱非线性体系受随机干扰的近似反应的统计矩,但不适用于强非线性的滞变结构。

矩函数截断法是一类求解非线性系统反应矩的方法。较常用的是高斯截断法和累积量截断法,适用于单个或多个自由度非线性系统受平稳或非平稳随机激励的情况^[6,10]。矩函数截断法已被用于滞变结构随机地震反应统计矩的初步估计之中,但该方法的精度尚有待进一步提高。

数字模拟方法 (Monte Carlo 模拟方法和重要抽样方法)与等价线性化法是目前应用最为广泛的滞变结构随机地震反应分析方法^[11]。该方法利用随机地震动的样本和确定性滞变结构的振动分析技术,获得结构反应的样本,然后统计样本得到结构反应的统计参数、概率分布或其它概率特征。只要计算量允许,数字模拟技术适用于任何可以进行确定性分析的结构振动问题。然而, Monte Carlo 模拟方法的确定性有限元分析数量往往数以十万计,对大型结构问题难以在可容忍的时间内完成模拟过程,而重要抽样方法的稳定性问题也一直没有得到很好地解决^[12]。

随机等价线性化方法是利用某个等价原则将所研究非线性系统等价变换为一个线性系统,通过分析等价线性系统的随机反应来预测原系统的随机反应。等价线性化方法是被认为是目前最有效的滞变结构随机地震反应分析方法^[13]。

3 滞变结构随机地震反应分析的等价线性化方法

上世纪 50 年代,从事控制论和自动化理论研究的 Kazakov^[14] 和 Booton^[15] 最早提出了随机等价线性化方法, Caughey 将其推广到非线性随机振动系统^[16]。非线性随机振动系统等价线性化的中心思想是将原来的非线性系统用一个等价的线性系统来代替,线性系统的参数通过利用原系统与线性系统之间的某个等价准则来获得,因此非线性随机振动系统的等价线性化方法可按等价线性化准则来进行分类。

最早提出并且应用最广泛的线性化准则是原系统响应与等价系统响应的均方差最小准则。采用该准则后,等价系统的参数可以通过计算原系统中非线性函数梯度的期望来确定^[17]。这种随机等价线性化方法主要是确定等价系统的刚度和阻尼参数,尤其是可以给出 Bouc - Wen 模型的等价参数^[18],使等价线性方程“最优”的逼近原来的非线性方程的解^[1]。均方差最小准则下的等价线性化方法的具体过程是用带有刚度参数和阻尼参数的线性系统近似代替非线性系统,将线性系统的响应带入线性系统和非线性系统运动方程中,得到两方程之差,运用两系统响应的均方差最小的原则,可以得到用来确定刚度系数和阻尼系数的矩阵方程,将该矩阵方程与线性系统动力方程联立,可以求解出刚度系数和阻尼系数,对于 bouc - wen 模型系数可以通过迭代方法来计算^[5]。刚度参数和阻尼参数直接与反应的统计矩有关,对于非平稳反应的问题,统计矩是时间的函数,等价参数也是随时间变化的,宜将时间区间分成若干子区间,等价参数和体系的反应统计矩需要从等于时间步长大小的离散时刻起迭代求解^[1]。

上述等价线性化方法可以称为全局等价线性化方法,该方法能够较为简单地确定等价线性系统的参数,但等价响应的概率分布,特别是尾部概率分布的误差较大。为了解决这个问题,人们提出了新的线性化准则,主要包括局部等价线性化原则和无参数等价线性化准则。

局部等价线性化准则的一种典型方法是 Casciati 和 Faravelli 提出的原系统响应与等价系统响应的平均穿越率相等准则方法^[19]。对滞变结构研究时虽然无法明确得到原系统位移和速度的概率密度分布,但在能量损耗很小的情况下,可以运

用随机平均方法得到能量包线的 Fokker - Planck 方程,运用标准参数获得位移和速度反应的联合概率分布近似值,从而可以得到滞变结构的穿越概率。利用等价线性化方法,将原来的滞变结构用等价的线性结构来替代,可以得到等价的线性结构的穿越概率,这个穿越概率是有关等价线性参数的函数关系式。利用原系统响应与等价系统响应的平均穿越率相等的准则,最终可得到等价参数。平均穿越率相等方法能针对特定的反应水平值给出不同的等价线性系统参数,局限性在于需要知道原系统位移和速度反应的联合边缘概率密度函数以便计算原系统反应的平均穿越率,这对于非线性结构特别是多自由度的非线性结构而言比较困难,这限制了该方法的广泛应用。

无参数等价线性化准则的一种典型方法是 Kiureghian 提出的尾部等价线性化方法^[20]。其等价原则是等价线性系统的尾部概率与非线性系统的尾部概率相等。具体过程是先把随机激励离散成有限个标准正态随机变量,然后考察一般线性系统在这个离散化的随机激励作用下的响应情况,从而定义出一个与非线性系统响应的尾部概率相等的尾部等价线性系统。获得等价的线性系统后,非线性系统的随机响应统计值可以由对等价的线性系统响应的分析得到,包括在某一时刻下的概率密度函数和累计概率分布函数、平均穿越率、在一定时间间隔内的最大响应分布等。尾部等价线性化方法无需计算等价系统的阻尼和刚度参数,也不需要解决最优化问题,只需要保证在相同的时间设计点,非线性系统响应的切平面与等价的线性系统响应的超平面重合。

尾部等价线性化方法适用于各类具有有理谱密度的随机地震荷载和各类滞变恢复力模型,且在时域分析和频域分析中都可使用。例如在海洋结构问题中^[21],波浪激励通常用频域形式表示,为了便于进行频域随机振动分析,用频率响应函数来定义尾部等价线性系统,在计算过程中需要对激励进行频域离散化,频率响应函数可以直接由非线性响应的设计点运算得到。采用尾部等价线性化方法进行频域分析的一大优点就是尾部等价线性系统不受激励大小的影响,即不同的浪高有相同的等价线性系统,这大大简化了对海洋结构的运算分析。尾部等价线性化方法在工程方面可以运用在地震分析中^[22],进行非线性结构地震易损性计算。因为对尾部等价线性系统进行线性

随机振动分析即可产生非线性结构的易损性曲线,所以避免了反复的时程分析,简化了运算。

随机等价线性化方法的应用主要有两个方面。一方面,有些学者将等价线性化方法与其它方法进行结合,来提高分析的效率和精度。Spanos、Sofi 和 Paola 综合利用等价线性化方法和 Fokker-Planck 方程进行非线性振子的非平稳响应包络概率密度分析,在范德波振子和杜芬振子的应用中,取得了良好效果^[23]。Pradlwarter、Schueller 和 Schenk 将等价线性化方法嵌入有限元方法中,对有上千个自由度的大型有限元模型进行了非线性随机振动分析^[24]。另一方面,等价线性化方法已广泛应用于建筑、桥梁、离岸平台和车辆的非线性随机振动分析以及随机荷载建模、结构可靠度和自动化控制等领域,特别是对于大型混凝土结构的地震可靠度问题,等价线性化是目前唯一有效的分析方法。Schueller 运用这种方法来研究八层办公楼在双向地震激励作用下的反应^[25], Emam 将这种方法运用在了六层建筑一维滞回以及三层建筑二维滞回情况下的反应分析之中^[26]。朱东生将等价线性化方法运用到铅芯橡胶支座(LRB)隔震桥梁的设计中^[27],孔德怡针对系统阻尼对桥梁设计反应谱的影响,以一座实桥为例,通过非线性时程分析比较,对各个等价线性化方法进行了评价^[28]。Qian 计算波浪力对结构的作用,考虑了一个三维的离岸平台模型,利用等价线性化方法获得响应特性^[29]。Zhang 研究了车辆的随机概率响应曲线,提出了一种用来获得线性化系数和响应特性的逐步线性化方法^[30]。

4 等价线性化的误差及修正

目前只有很少的文献研究了近似误差的问题。大多数学者选用特殊系统进行研究而后采用与确定解或数值模拟结果相比较的方法获得近似误差,尚不存在等价线性化误差修正的理论方法。

一般而言,等价线性化方法的数值误差存在于用线性系统代替非线性系统的等价近似过程中,主要分为平稳误差和非平稳误差两个部分。平稳误差通常是由对位移、速度、滞回位移等各种响应变量的高斯假定产生的,非平稳误差主要体现在永久塑性变形的积聚方面。Young J. Park 通过误差分析量化了数值误差,并在大量的 Monte Carlo 数值模拟的基础上提出了一个实用的误差

修正方法^[31]。

在平稳误差方面,误差大小和后屈服刚度比有着重要关系。后屈服刚度比如果较大,平稳误差则较小,同时表明在这种情况下高斯假定对结果的影响较小;但当后屈服刚度比非常小时,平稳误差受后屈服刚度比影响的敏感性也会非常小。Young J. Park 的平稳误差修正方法是,当等价线性化方法计算出的位移与屈服位移的比值小于 0.5 时,平稳误差很小可以视为零;比值在 0.5 到 1 之间时,误差是关于位移和后屈服刚度比的函数;当比值大于 1 后,误差基本呈现出的是有关后屈服刚度比的一个常数。

在非平稳误差方面,后屈服刚度比对非平稳误差的影响要远远大于对平稳误差的影响,其他参数如粘性阻尼系数等对误差的影响十分微小;当后屈服刚度比大于 0.05 时,非平稳误差十分微小。Young J. Park 得到的非平稳误差修正方法是当位移与屈服位移的比值小于 0.5 时,非平稳误差可以忽略不计;比值大于 0.5 时,由数值模拟得到的非平稳误差是有关后屈服刚度比、位移和标准化时间的关系式。

通过分别对平稳误差部分和非平稳误差部分进行修正,最终归结为总的数值误差修正,总的误差修正值可以综合平稳误差和非平稳误差来得到。

5 结语

与常用的滞变结构随机振动分析方法,如扩散理论方法、随机平均法、摄动法、矩截断方法和数字模拟方法等相比,等价线性化方法因概念简单,计算量较少,具有良好的实用性。尤其是近年来发展出来的局部等价线性化方法和无参数等价线性化方法,既提高了预测原系统反应尾概率的精确性和计算效率,又适用于分段和光滑的滞变恢复力模型。面对未来可能发生的地震,陈旧混凝土结构具有潜在的巨大灾害,将等价线性化方法运用到结构的地震安全性评估之中,对城市的抗震减灾工作具有重要意义。

参考文献:

- [1] 欧进萍,王光远. 结构随机振动[M]. 北京:高等教育出版社,1998.
- [2] CLOUGH R, PENZIEN J. 结构动力学[M]. 王光远,译. 北京:高等教育出版社,2006.

- [3] CONTE J P, PENG B F. Fully nonstationary analytical earthquake ground - motion model [J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 1997(1): 15 - 24.
- [4] YEH C H, WEN Y K. Modeling of nonstationary ground motion and analysis of inelastic structural response [J]. *Structural Safety*, 1990(8): 281 - 298.
- [5] 朱位秋. 随机振动[M]. 北京: 科学出版社, 1998.
- [6] LUTES D L, SARKANI S. Random vibrations; analysis of structural and mechanical systems [M]. Butterworth - Heinemann, 2004.
- [7] ROBERTS J B. The response of an oscillator with bilinear hysteresis to stationary random excitations [J]. *Applied Mechanics*, 1978, 45: 923 - 928.
- [8] 朱位秋, 雷鹰. 能量包线随机平均法在双线性迟滞系统随机响应分析中的应用 [J]. *航空学报*, 1989, 10(1): 28 - 34.
- [9] 陈塑寰. 结构振动分析的矩阵摄动理论 [M]. 重庆: 重庆出版社, 1991.
- [10] LIN Y K, CAI G Q. Probabilistic structural dynamics; advanced theory and applications [M]. New York: McGraw - Hill Professional, 2004.
- [11] PROPPE C, PRADLWARTER H J, SCHUELLER G I. Equivalent linearization and Monte Carlo simulation in stochastic dynamics [J]. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2003, 18: 1 - 15.
- [12] CHING J, BECK J L, AU S K. Hybrid subset simulation method for reliability estimation of dynamical systems subject to stochastic excitation [J]. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2005, 20(3): 199 - 214.
- [13] PROPPE C, PRADLWARTER H J, SCHUELLER G I. Equivalent linearization and Monte Carlo simulation in stochastic dynamics [J]. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2003, 18: 1 - 15.
- [14] KAZAKOV I E. An approximate method for the statistical investigation of nonlinear systems [J]. *Trudi Voenna Vozdushnoi Inzhenenoi Akademii imeni Professora N. E Zhukovskogo*, 1954: 1 - 52.
- [15] BOOTON R C. The analysis of nonlinear central systems with random inputs [J]. *Nonlinear Circuit Analysis*, 1953, 1: 32 - 34.
- [16] CAUGHEY T K. Equivalent linearization techniques [J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1963, 35: 1706 - 1711.
- [17] MADSEN H O, KRENK S, LIND N C. Methods of structural safety [M]. US: Dover Publications, 1986.
- [18] WEN Y K. Equivalent linearization for hysteretic systems under random excitation [J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1980, 47(1): 150 - 155.
- [19] CASCIATI F, FARAVELLI L, HASOFER A M. A new philosophy for stochastic equivalent linearization [J]. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 1993, 8: 179 - 185.
- [20] FUJIMURA K, KIUREGHIAN A D. Tail - equivalent linearization method for nonlinear random vibration [J]. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2007, 22: 63 - 76.
- [21] GARRÈ L, KIUREGHIAN A D. Tail - equivalent linearization method in frequency domain and application to marine structures [J]. *Marine Structures*, 2010, 23: 322 - 338.
- [22] KIUREGHIAN A D, FUJIMURA K. Nonlinear stochastic dynamic analysis for performance - based earthquake engineering [J]. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2009, 38(5): 719 - 738.
- [23] SPANOS P D, SOFI A, PAOLA M D. Nonstationary response envelope probability densities of nonlinear oscillators [J]. *Journal of Applied Mechanics*, 2007, 74(2): 315 - 325.
- [24] SCHENK C A, PRADLWARTER H J, SCHUELLER G I. Non - stationary response of large, non - linear finite element systems under stochastic loading [J]. *Computers & Structures*, 2005, 83(14): 1086 - 1102.
- [25] SCHUELLER G I, PANDEY M, PRADLWARTER H J. Equivalent linearization in engineering practice for a seismic design [J]. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 1994, 9: 95 - 102.
- [26] EMAM H H, PRADLWARTER H J, SCHUELLER G I. On the computational implementation of EQL in FE - analysis [J]. *Stochastic Structural Dynamics*, 1999, 85 - 91.
- [27] 朱东生, 劳远昌, 沈大元, 等. LRB 隔震桥梁的等效线性化设计方法 [C] // 崔京浩. 第九届全国结构工程学术会议论文集: 第 II 卷. 北京: 工程力学期刊社, 2000.
- [28] 孔德怡, 李黎, 江宣城, 等. 桥梁隔震设计中几种等效线性化方法比较研究 [J]. *公路交通科技*, 2008, 25(2): 73 - 78.
- [29] QIAN J, WANG X. 3 - Dimensional stochastic response of off - shore towers random sea waves [J]. *Computer Structure*, 1992, 43: 385 - 390.
- [30] ZHANG J, KNOTHE K. Statistical linearization of wheel rail contact nonlinearities for investigation of curving behaviour with random track irregularities [J]. *Veh Syst Dyn*, 1996, 25: 731 - 745.
- [31] PARK Y J. Equivalent linearization for seismic responses [J]. *Engineering Mechanics Division*, 1992, 118: 2207 - 2226.