

文章编号:1673-9469(2012)02-0075-03

基于 MATLAB 的机械振动系统响应求解

柴保明,王远东,琚斌峰,郭新宇,华龙
(河北工程大学机电工程学院,河北邯郸 056038)

摘要:以一个二自由度汽车振动系统为研究对象,通过分析该系统中汽车悬架的振动形式及受力状况,求解该振动系统的数学模型和振动微分方程。运用 Matlab 软件编程求出汽车悬架的转角 θ 和质心位移 X ,给出该振动系统响应的图像。求解过程简短,图像数据准确、明了,且符合振动学原理,显现了 Matlab 在求解此类机械振动系统的响应中的适用性和优越性,从而为求解一般机械振动系统的响应提供了简单有效的方法。

关键词:机械振动;系统响应;微分方程;Matlab

中图分类号:TH123+.1

文献标识码:A

Solution to the response of mechanical vibration system based on Matlab

CHAI Bao-ming, WANG Yuan-dong, JU Bin-feng, GUO Xin-yu, HUA Long

(College of Mechanical and Electrical Engineering, Hebei University of Engineering, Hebei Handan 056038, China)

Abstract: Taking a two degree of freedom car vibration system as a research object, this paper solved the mathematical model and differential equation of the vibration system through analyzing the vibration form and loading condition of automotive suspension. The corner θ and centroid displacement X of automotive suspension were solved in the Matlab program. In addition, Matlab software gave the image result of response of vibration system. Both the brief solution program and the accurate image data which corresponded with vibration theory showed the feasibility and superiority during solving these responses of mechanical vibration system. Thereby, this research provided an easy and effective method to solve the response of general mechanical vibration system with.

Key words: mechanical vibration; response of system; differential equation; Matlab

机械振动会产生噪声以及有损于机械结构的动载荷,影响机器设备的工作性能和寿命。时下国内研究机械振动的系统响应问题通常采用传统的计算机仿真技术^[1],以多体系统动力学理论为基础,建立悬架多体系统动力学模型,利用虚拟仿真软件 adams/car 对悬架系统运动学和动力学进行动态仿真,得出系统的响应。这种方法的分析和求解系统响应过程较为复杂,步骤较多。

MATLAB 是美国 Math Works 公司开发的一款科学计算软件,集数学计算、仿真和函数绘图于一体,主要用于工程数学运算及控制和信息处理领域的分析设计,使用方便^[2-5]。本文结合汽车的

二自由度振动系统通过分析并建立车悬架系统的数学模型,再使用 MATLAB 软件对模型的振动微分方程进行编程求解,得到该系统的响应,最后进行了结果分析。

1 模型建立

汽车在马路上行驶中受到颠簸而产生振动,汽车悬架则在上下振动,且同时绕质心转动。笔者在模型中忽略了汽车减震器即阻尼器带来的阻尼和其他阻尼,把汽车悬架看成一支支撑在弹簧 K_1 和 K_2 的刚性杆,故汽车悬架可以简化为在平面

内的二自由度系统的振动模型(图1)。

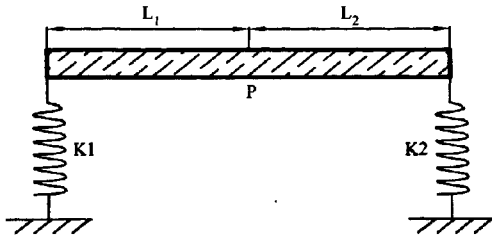


图1 车悬架的简化模型

Fig.1 The simplified model of car suspension

图1所示的状态为杆的静平衡位置。在时间 t 处,杆子绕质心的转角为 θ 质心位移为 X ,这里约定转角以顺时针为正^[6],质心位移方向向下为正,杆的受力如图2所示。

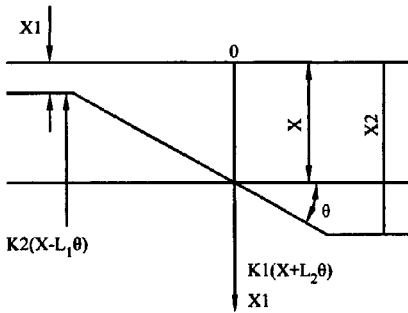


图2 汽车系统的振动

Fig.2 The vibration of car system

设杆的质量为 M ,杆对质心 p 的转动惯量为 J_p ,质心 p 到两端弹簧的距离分别是 L_1 和 L_2 。设弹簧弹性系数 $K_1 = K, K_2 = 2K, L_1 = L_2 = L, J_p = \frac{2}{5} M^2$ 。根据平面微分方程^[6]可得:

$$\begin{cases} MX = -K_1(X+L_1\theta) - K_2(X-L_2\theta) \\ J_p\ddot{\theta} = -K_1L_1(X+L_1\theta) + K_2L_2(X-L_2\theta) \end{cases} \quad (1)$$

从而有

$$\begin{cases} MX + (K_1 + K_2)X - (K_2L_2 - K_1L_1)\theta = 0 \\ J_p\ddot{\theta} - (K_2L_2 - K_1L_1)X + (K_2L_2^2 + K_1L_1^2)\theta = 0 \end{cases} \quad (2)$$

整合式(1)、式(2),令

$$\begin{cases} e = \frac{K_1 + K_2}{M} = \frac{3K}{M} \\ f = \frac{K_2L_2 - K_1L_1}{M} = \frac{KL}{M} \\ m = \frac{K_2L_2 - K_1L_1}{J_p} = \frac{5K}{2ML} \\ n = \frac{K_2L_2^2 + K_1L_1^2}{J_p} = \frac{15K}{2M} \end{cases} \quad (3)$$

则

$$\begin{cases} \ddot{X} + eX - f\theta = 0 \\ \ddot{\theta} - mX + n\theta = 0 \end{cases} \quad (4)$$

为得到以上振动微分方程的参数(e, f, m, n)解,以及该振动系统在位移和转角的响应(X, θ),编写 MATLAB 程序如下:

```
clear
(本行输入初始条件 K、L、M 的数值)
K1 = K; K2 = 2 * K; L1 = L; L2 = L; Jp = 2/5 * M * L^2;
e = 3 * K/M, f = K * L/M,
m = 5 * K/(2 * M * L), n = 15 * K/(2 * M) % 给出微分方程系数
(本行求出各参数 e、f、m、n 的值)
d1 = D2y + 240 * y - 320 * x = 0;
d2 = D2x - 50 * y + 600 * x = 0;
d1_c = y'(0) = 5, Dy(0) = 1;
d2_c = x'(0) = 0, Dx(0) = 2;
[X, Y] = dsolve(d1, d2, d1_c, d2_c, t);
subplot(2,1,1), ezplot(Y)
xlabel(t) % 标记 X 轴
ylabel(Y) % 标记 Y 轴
axis([0, 3, -8, 8]); % 定义坐标轴范围
subplot(2,1,2), ezplot(X)
xlabel(t) % 标记 X 轴
ylabel(X) % 标记 Y 轴
axis([0, 3, -3, 3]); % 定义坐标轴范围
```

2 案例求解

选自文献[1]中的例子对车悬架进行试验,在 MATLAB 程序中输入车悬架的各个参数,弹性系数 $K = 1500$,车悬架长 $L = 5$ m,车悬架质量 $M = 12$ t。程序运行结果如图3所示。

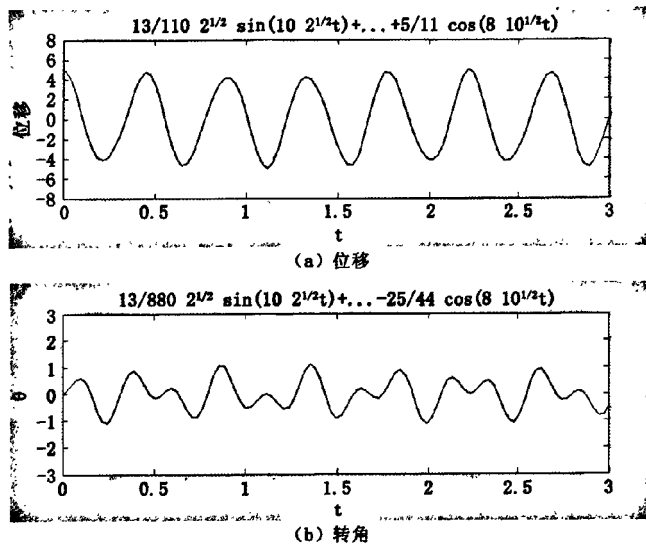


图3 二自由度系统的波形图响应

Fig.3 Wave figures of the two DOF system in X direction

3 结果分析

由程序结果可知,汽车的振动响应由汽车悬架的转角和位移变化2部分组成。通过对比其他学者利用虚拟仿真软件 adams/car 对悬架系统运动学和动力学进行动态仿真得出系统的响应(图4),可以明显得看出与其振动系统响应曲线相一致,且符合振动学理论。但却比 adams 仿真去求解该系统响应的过程要简短、精确。

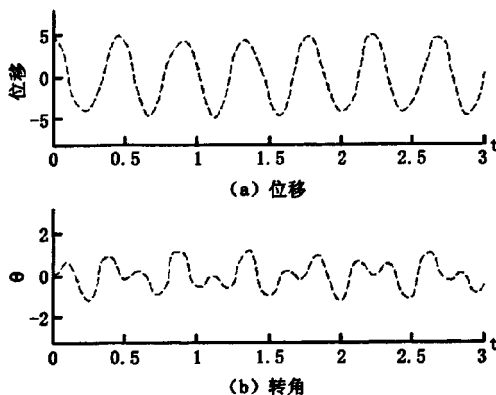


图4 用ADAMS仿真求出的位移和转角

Fig.4 The displacement and corner solved by ADAMS simulation

底端弹簧的弹性系数时,汽车悬架振动的响应曲线亦会发生相应的变化,表明基于 MATLAB 的机械振动系统响应求解适应在多种车辆模型中的求解。程序数值方便修改的特征允许了在求解实际问题中系统参数的多样性,在求解类似问题时触类旁通。为以后研究不同的车辆振动,求解振动系统的响应提供了一种新的有效而简便的方法。

参考文献:

- [1] 郑建荣. ADAMS 虚拟样机技术入门与提高[M]. 北京:机械工业出版社,2008.
- [2] 柴保明,张浩,高维金,等. 基于N次谐波法的供油凸轮型线的拟合[J]. 河北工程大学学报:自然科学版,2010,27(4):59-61.
- [3] 王宏民,全吉男,白玉成. 基于模糊PID控制器的无刷直流电机调速系统[J]. 黑龙江科技学院学报,2010,20(4):296-299.
- [4] 赵振民,聂相举,张伟. 异步电动机直接转矩控制系统的MATLAB仿真[J]. 黑龙江科技学院学报,2008,18(8):126-129.
- [5] 吴炳胜,吴继民. CSP热连轧机主传动系统扭振分析[J]. 河北工程大学学报:自然科学版,2011,28(3):94-96.
- [6] 尚涛,谢龙汉,杜如虚. MATLAB工程计算及分析[M]. 北京:清华大学出版社,2011.

(责任编辑 马立)

4 结语

当改变初始条件汽车悬架的质量、长度以及