

文章编号:1673-9469(2012)03-0085-03

空间3-UPU/UPU机构的刚度分析

王南,张婷,郝利红

(河北工程大学机电学院,河北邯郸056038)

摘要:以3-UPU/UPU并联机构为例,进行机构分析及运动学分析,得到机构的雅克比矩阵;在静平衡条件下计算出并联机构的局部刚度矩阵和全局刚度矩阵;利用数学软件MATLAB绘制3-UPU/UPU并联机构的局部刚度曲线以及全局刚度曲线,分析上下平面外接圆半径的变化对局部刚度和全局刚度的影响.结果表明局部刚度矩阵以及全局刚度取决于机构的位姿,对于给定的位姿可求机构局部刚度及全局刚度的变化范围;机构的上下表面半径的变化情况影响着局部刚度和全局刚度,因此可以适当增大上下表面半径来获得较高的局部刚度以及全局刚度.

关键词:并联机构;雅克比矩阵;刚度模型

中图分类号:TP249

文献标识码:A

The stiffness analysis on space 3-UPU / UPU organization

(WANG Nan, ZHANG Li-ting, HAO Li-hong)

(College of Mechanical and Electrical Engineering, Hebei University of Engineering, Hebei Handan 056038, China)

Abstract: Taking the 3-UPU/UPU parallel mechanism as an example, the structure and kinematics analysis were analyzed and the Jacobian matrix of the mechanism was obtained; the parallel mechanism of local stiffness matrix and the global stiffness matrix were calculated under static equilibrium condition; the local stiffness curve and global stiffness curve of 3-UPU/UPU parallel mechanism were obtained by the use of mathematical software MATLAB. The effect of variation of upper and lower plane circle radius on the local stiffness and global stiffness were analyzed. The results show that local stiffness matrix and the global stiffness depend on body posture. The variation range mechanism of local stiffness and global stiffness could be gotten for a given position; the upper and lower surface radius variation of body affects on the local stiffness and the global stiffness. So that high rigidity of the local and global stiffness can be obtained by increasing appropriately the radius of the upper and lower surfaces.

Key words: parallel mechanism; Jacobian matrix; stiffness model

并联机构在完成指定任务时,操作器末端执行件对被作用物体施加力或力矩作用,而外部物体的反作用力或力矩会造成并联机构的变形,致使末端执行件偏离希望的位置或角度,对此,吴宇列等^[1]以冗余平面并联机构为例,分析并联机构的奇异位形对精度和刚度的影响;于靖军等^[2-3]分析了并联柔性微机器人的刚度.空间3-UPU/UPU型并联机构通过改变驱动杆件的长度来改变运动平台上的输出,达到工作范围内的各种曲面的

移动^[4].本文以3-UPU/UPU机构为例,建立局部刚度模型和全局刚度模型,利用MATLAB对构型的局部刚度和全局刚度性能进行仿真。

1 3-UPU/UPU机构分析

1.1 模型与坐标系的建立

空间三移动3-UPU/UPU机构,是由4根可以伸缩的支承杆连接固定的下平台M和运动的

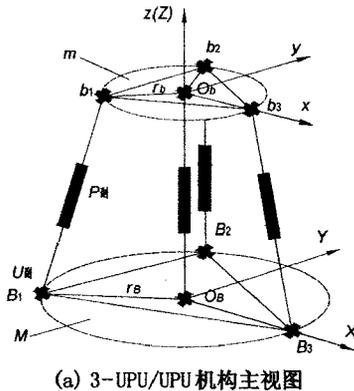
收稿日期:2012-04-09

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51075118) 特约专稿

作者简介:王南(1957-),男,河北昌黎人,博士,教授,从事机械设计及理论方面的研究。

上平台 m 所组成^[4]。固定平台 m 和固定平台 M 由 4 个可以伸缩的支撑杆连接, 每个分支由 2 个虎克铰 U 和 1 个移动副 P 按照 $U-P-U$ 的方式进行串联。

根据 3-UPU/UPU 机构的结构, 建立坐标系, 包括上平台 M 所在的固定坐标系 $O_B XYZ$ 以及下



平台移 m 所在的移动坐标系 O_{bxyz} 。其中 X 轴位于 $O_B B_3$ 连线上, x 轴位于 $O_b b_3$ 连线上; Y 轴和 y 轴按右手定则判断; Z 轴和 z 轴重合均通过原点 O_b 和原点 O_B 并垂直于固定平台, 方向向上 (图 1)。

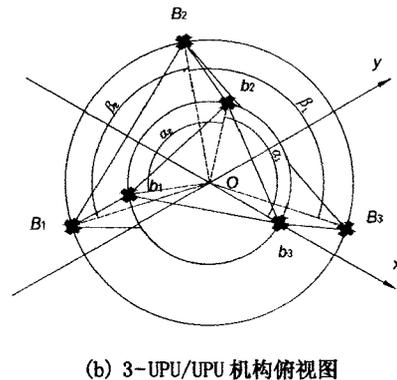


图 1 3-UPU/UPU 机构结构图

Fig. 1 Organization chart of 3-UPU/UPU

设 O_b 与 O_B 之间的距离 $O_b O_B = h$, b_1, b_2, b_3 所在圆半径为 r_b , B_1, B_2, B_3 所在圆半径为 r_B , $\angle B_3 O_B B_2 = \beta_1$, $\angle B_2 O_B B_1 = \beta_2$, $\angle b_3 O_b b_2 = \alpha_1$, $\angle b_2 O_b b_1 = \alpha_2$, 则该支链与上下平台的铰链点 $b_1, b_2, b_3, B_1, B_2, B_3, O_b, O_B$ 在各自坐标系中的位置坐标为

$$b_3 = \begin{bmatrix} r_b \\ 0 \\ h \end{bmatrix}, b_2 = \begin{bmatrix} r_b \cos \alpha_1 \\ r_b \sin \alpha_1 \\ h \end{bmatrix}, b_1 = \begin{bmatrix} r_b \cos(\alpha_1 + \alpha_2) \\ r_b \sin(\alpha_1 + \alpha_2) \\ h \end{bmatrix}$$

$$B_3 = \begin{bmatrix} r_B \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} r_B \cos \beta_1 \\ r_B \sin \beta_1 \\ 0 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} r_B \cos(\beta_1 + \beta_2) \\ r_B \sin(\beta_1 + \beta_2) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$O_B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, O_b = \begin{bmatrix} x \\ y \\ h \end{bmatrix}$$

1.2 自由度的计算

根据 Grubler-Kutzbach 公式^[5], 空间机构的自由度为

$$F = \lambda(n - g - 1) + \sum_{i=1}^N f_i + v \quad (1)$$

对于图 1 所示的 3-UPU/UPU 机构, 阶数 $\lambda = 6$, 构件数 $n = 10$, 运动副数 $g = 12$, 冗余自由度 $v = 1$, 虎克铰的自由度为 2, 移动副的自由度为 1, 则由式(1)可得 $F = 3$ 。则该机构自由度为 3, 能够实现在 X 轴、 Y 轴、 Z 轴 3 个方向上的三维移动。

2 3-UPU/UPU 机构运动特性分析

2.1 运动学模型

对于 3-UPU/UPU 机构动平台的任一位形, 可描述为动平台相对于 x 轴、 y 轴、 z 轴平移距离 $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ 。设输出 O_b 点零位时的坐标为 $(0, 0, h)$ 。则输出点 O'_b 可表示为

$$O'_b = q_i I_i = O_b + {}_b^P T P_i$$

式中, q_i - 杆长; I_i - 沿杆方向的矢量; P_i - 点 P_i 在 $B-XYZ$ 坐标系中的位矢; ${}^P T$ - 动平台中点 P 坐标的变化齐次矩阵。

2.2 位置逆解

位置逆解是在已知动平台位姿的情况下, 求解驱动副输入参考值^[6]。位置逆解分析是后续机构运动分析、性能分析与尺寸优化的基础和前提, 应优先解决。求解过程如下:

步骤 1: 建立输入、输出矢量。

$$b_i \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix}, b'_i \begin{bmatrix} x'_i \\ y'_i \\ z'_i \end{bmatrix}, O_b \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, B_i \begin{bmatrix} B_{xi} \\ y_{yi} \\ z_{zi} \end{bmatrix}$$

式中, B_i - 移动前的输入矢量; b_i - 移动前的输出矢量; b'_i - 移动后的输出矢量; O_b - 移动后的原点位置矢量。

根据输入、输出关系得

$$\|b_i - B_i\| = \|O_b + {}^P_bTB'_i - B_i\| = \rho_i \quad (2)$$

式中: ρ_i - 机构的逆解矢量。

步骤2:将式(2)两端转置得

$$\|b_i - B_i\|^T = \rho_i^T \quad (3)$$

步骤3:式(2)、式(3)相乘得到机构的逆解

$$\rho_i^2 = (b_i - B_i)^T(b_i - B_i)$$

2.3.3 - UPU/UPU 机构的雅克比矩阵

通过建立机构的速度映射模型来求解3-UPU/UPU机构的雅克比矩阵,机构的速度映射方程为

$$\dot{v} = J \cdot j \quad (4)$$

式中: \dot{v} - 驱动链的关节速度, $\dot{v} = [\dot{v}_1 \quad \dot{v}_2$

$\dot{v}_3 \quad \dot{v}_4]^T$; j - 动平台参考点移动的速度矢量, $j = [j_1 \quad j_2 \quad j_3 \quad j_4]^T$; J - 机构的 Jacobian 矩阵。

由式(4)可得3-UPU/UPU并联机构的速度映射方程为

$$\dot{v} = \rho_i \cdot (j \times b_i) = (b_i \times \rho_i)^T \cdot j$$

机构的雅克比矩阵为

$$J = (b_i \times \rho_i)^T, (i = 1, 2, 3, 4)$$

$$\text{式中: } \rho_i = \frac{1}{v_i} \begin{bmatrix} b_{ix} - B_{ix} \\ b_{iy} - B_{iy} \\ b_{iz} - B_{iz} \end{bmatrix}.$$

3.3 - UPU/UPU 机构的刚度模型

3.1 局部刚度

笛卡尔空间下的局部刚度矩阵 K_C 可以表示为

$$K_C = J^T \cdot J \cdot k_i, i = 1, 2, 3 \dots \quad (5)$$

假设所有的激励都具有相同的刚度,即

$$k_1 = k_2 = \dots = k_n = k$$

式中: $\frac{1}{k} = \sqrt{\frac{\lambda_{\min}}{\lambda_{\max}}}$; λ_{\min} - 刚度矩阵的最大特征值;

λ_{\max} - 刚度矩阵的最小特征值。

则由式(5)可以得出局部刚度为 $K_1 = kJ^T J$

综上,3-UPU/UPU机构的局部刚度矩阵取决于机构的位姿,位姿矢量包括 $r_b, r_B, a_1, a_2, \beta_1, \beta_2$ 等。对于给定的位姿,可以求出机构局部刚度的变化范围及最大、最小局部刚度。

3-UPU/UPU机构的基本参数见表1,当 x 轴平移 2 mm, y 轴平移 2 mm, z 轴平移 3 mm 时,利用 MATLAB 数学软件编程拟合机构局部刚度曲线(图2),可以看出机构的局部刚度在主要的工作空间内,上下平台外接圆半径均为 0 mm 的时候,局部刚

度最小, $K_{\min} = 0$; 上下平台外接圆半径均为 30 mm 的时候,局部刚度最大, $K_{\max} = 8 \times 10^8$ N/m。

表 1 3 - UPU/UPU 机构数据

Tab. 1 3 - UPU/UPU Body data

$k_i/(N/m)$	$a_1/(^\circ)$	$a_2/(^\circ)$	$\beta_1/(^\circ)$	$\beta_2/(^\circ)$
15	120	120	120	120

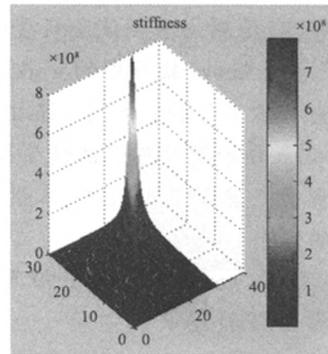


图2 上下平台外接圆半径对最大刚度的影响

Fig. 2 The effect of the upper platform and the lower platform circumcircle radius on the maximum stiffness

3.2 全局刚度

空间3-UPU/UPU机构的全局刚度为

$$K_2 = k_{11} + k_{22} + \dots + k_{nn}$$

式中: k_{ii} - 局部刚度矩阵 K_1 上主对角线元素。

空间3-UPU/UPU机构全局刚度为局部刚度矩阵主对角线上元素之和,图3为 MATLAB 绘制的机构全局刚度曲线,可以看出机构的全局刚度在主要的工作空间内,上下平台外接圆半径均为 0 mm 的时候,全局刚度最小, $K_{\min} = 0$; 上下平台外接圆半径均为 30 mm 的时候,全局刚度最大, $K_{\max} = 2.2 \times 10^8$ N/m。

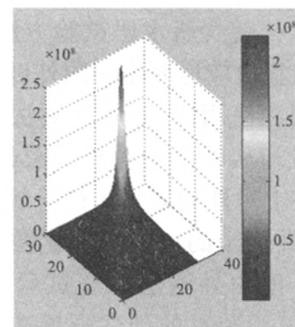


图3 上下平台外接圆半径对全局刚度的影响

Fig. 3 The effect of the upper platform and the lower platform circumcircle radius on the global stiffness

(下转第 94 页)

当转子受到上、下或左、右扰动时,就会偏离其平衡位置,几乎同时高响应高精度位移传感器就可检测到转子的微小位置变化,并把这一微小位置变化转化成微小电信号反馈到控制器的微处理器,与基准信号相比较,经过校正电路,进入功率放大器将校正处理后的信号转换成控制电流,控制电流在定子磁铁中产生磁力,从而驱动转子返回到原来的平衡位置。因此,不论转子受到向上或向下、向左或向右的扰动,转子都能始终稳定地处于平衡位置状态旋转。

4 结论

1) 无论是径向磁悬浮轴承还是轴向磁悬浮轴承,在选用高磁感应强度材料的基础上,尽量增大线圈匝数、电流强度和磁极的截面积、减小转子与定子(电磁铁)之间的间隙对提高径向磁悬浮轴承和轴向磁悬浮轴承的悬浮能力是有效的。其中增

大线圈匝数和电流强度、减小转子与定子(电磁铁)之间的间隙尤为显著。

2) 控制系统的位移传感器、信号反馈响应速度和功率放大是关键,功率放大可有效提高磁悬浮轴承的悬浮能力。

参考文献:

- [1] 谢元运. 感应磁悬浮理论及应用[M]. 科学技术文献出版社,1984.
- [2] 吴贵生. 五维控制磁悬浮轴承装置的试验研究[J]. 河北煤炭建筑工程学院学报,1996,8(2):43-45.
- [3] 李慧敏. 磁悬浮轴承的研究现状和发展趋势[J]. 轴承,2003(6):43-45.
- [4] 马磊. 薄圆盘形转子5自由度磁悬浮轴承系统研究[J]. 制造自动化,2009(1):76-79.
- [5] 邹海丹. 磁悬浮轴承转子位置检测技术[J]. 轴承,2009(4):55-57.

(责任编辑 刘存英)

(上接第87页)

4 结论

1) 3-UPU/UPU 机构的局部刚度矩阵以及全局刚度取决于机构的位姿,对于给定的位姿可求机构局部刚度及全局刚度的变化范围。

2) 3-UPU/UPU 机构的上下表面半径的变化情况影响着局部刚度和全局刚度,因此可以适当增大上下表面半径来获得较高的局部刚度以及全局刚度。

参考文献:

- [1] 吴宇列,吴学忠,李圣怡. 2-DOF 冗余平面并联机构的奇异位形与冗余性研究[J], 机械设计与研究, 2002, 18(2): 3-4.

- [2] 于靖军,毕树生,宗光华. 柔性平行导向机构的静刚度分析[J]. 机械科学与技术, 2003, 22(2): 241-244.
- [3] 于靖军,毕树生,宗光华,等. 3自由度柔性微机器人的静刚度分析[J]. 机械工程学报, 2002, 38(4): 7-10.
- [4] 于洪健. 基于并联机器人机构的汽车薄板件柔性装配夹具研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2010.
- [5] XI F F, ZHANG D, MECHEFSKE C, et al. Global kinetostatic modeling of tripod-based parallel kinematic machine [J]. Mechanism and Machine Theory, 2004, 39(4): 357-377.
- [6] 于淑政,冯继刚,崔国华,等. 3UPS-1S 并联机构的运动学分析[J]. 河北工程大学学报: 自然科学版, 2011, 28(3): 97-99.

(责任编辑 马立)

空间3-UPU/UPU机构的刚度分析

作者: [王南](#), [张婷](#), [郝利红](#), [WANG Nan](#), [ZHANG Li-ting](#), [HAO Li-hong](#)
作者单位: [河北工程大学机电学院, 河北邯郸, 056038](#)
刊名: [河北工程大学学报\(自然科学版\)](#) 
英文刊名: [Journal of Hebei University of Engineering\(Natural Science Edition\)](#)
年, 卷(期): 2012, 29(3)
被引用次数: 2次

参考文献(6条)

1. [吴宇列](#); [吴学忠](#); [李圣怡](#) 2-DOF冗余平面并联机构的奇异位形与冗余性研究[期刊论文]-[机械设计与研究](#) 2002(02)
2. [于靖军](#); [毕树生](#); [宗光华](#) 柔性平行导向机构的静刚度分析[期刊论文]-[机械科学与技术](#) 2003(02)
3. [于靖军](#); [毕树生](#); [宗光华](#) 3自由度柔性微机器人的静刚度分析[期刊论文]-[机械工程学报](#) 2002(04)
4. [于洪健](#) 基于并联机器人机构的汽车薄板件柔性装配夹具研究 2010
5. [XI F F](#); [ZHANG D](#); [MECHEFSKE C](#) Global kinetostatic modeling of tripod-based parallel kinematic machine[外文期刊] 2004(04)
6. [于淑政](#); [冯继刚](#); [崔国华](#) 3UPS-1S并联机构的运动学分析[期刊论文]-[河北工程大学学报\(自然科学版\)](#) 2011(03)

引证文献(2条)

1. [王南](#), [高鹏](#), [崔国华](#), [郝丽红](#) 两种并联机构的静刚度及有限元分析[期刊论文]-[河北工程大学学报\(自然科学版\)](#) 2013(1)
2. [谢立臣](#), [王海博](#), [颜亮](#) 基于LabVIEW的3-UPS-1-PS并联机构控制系统设计[期刊论文]-[河北工程大学学报\(自然科学版\)](#) 2012(4)

本文链接: http://d.wanfangdata.com.cn/Periodical_hbjzkjxyxb201203021.aspx