

圆中空夹层钢管混凝土轴压短柱承载力研究

王羨农,高从超,王因因

(河北工程大学 土木工程学院,河北 邯郸 056038)

摘要:为了计算圆中空夹层钢管混凝土短柱的轴压承载力,采用双剪统一强度理论,分析核心混凝土在轴向压力作用下对内外钢管产生的侧向压应力及内外钢管在水平向的承载应力,通过对双剪统一强度理论公式的推导,计算内外钢管的竖向极限承载应力,并结合核心混凝土的承载力,推导出圆中空夹层钢管混凝土短柱轴压承载力的简化计算公式。采用数值方法对公式进行求解,得出承载力计算值,计算结果与国内文献试验结果吻合良好。

关键词:钢管混凝土;中空夹层;双剪统一强度理论;轴压短柱;承载力

中图分类号:TU312

文献标识码:A

Research on bearing capacity of axially - loaded short columns of concrete filled double skin steel tubes

WANG Xian - nong, GAO Cong - chao, WANG Nan - nan

(School of Civil Engineering, Hebei University of Engineering, Hebei Handan, 056038, China)

Abstract: To calculate the bearing capacities of axially - loaded short columns of concrete filled double skin steel tubes, the lateral compressive stress the horizontal bearing stress and of the inner and outer steel pipes under the effect of axial pressure on the core concrete were analyzed by according the twin shear unified strength theory. The vertical ultimate bearing stress of the inner and outer steel pipes was calculated by according to the twin shear unified strength theory. Combined with bearing capacity of the core concrete, the simplified formula to calculate the bearing capacity of short column was derived. Results of the theoretical formula solved by numerical method were inline with the experimental data at home and abroad.

Key words: concrete filled steel tubes; double skin; twin shear unified strength theory; axially - loaded short column; bearing capacity

中空夹层钢管混凝土是一种新型钢管混凝土结构形式,是将两层钢管同心放置,并在钢管夹层中间填充混凝土而制成的中空构件。按截面形式通常可分为圆形、方形和矩形中空夹层钢管混凝土等^[1-2]。

对于圆中空夹层钢管混凝土柱,国内外许多学者对此进行了研究工作,文献[1]进行了14个轴心受压构件的试验研究,利用数值方法对钢管混凝土的钢材和核心混凝土应力-应变关系进行了全过程分析,提出了轴压构件承载力的实用计

算方法;文献[3]采用统一强度理论对核心混凝土进行承载力研究,分析了钢管拉压强度比,以及中间主应力对该类短柱轴压承载力的影响,提出了圆中空夹层钢管混凝土柱的极限承载力计算公式;文献[4]从双剪统一强度理论出发,推导出钢管混凝土核心混凝土抗压强度的计算公式,进行了钢管混凝土试件的轴心抗压试验,得出了其荷载变形曲线及极限荷载,并进行了钢管混凝土承载力的理论计算;文献[5]采用极限平衡法对它进行分析,并比较了圆中空夹层钢管混凝土与普通

混凝土的元件受力的异同,结合分析已有成果,得出圆中空夹层钢管混凝土轴压承载力的简化计算公式。本文采用了考虑中间主应力 σ_2 的影响的双剪统一强度理论对钢管混凝土进行理论分析,并在此基础上进行圆中空夹层钢管混凝土短柱承载力计算公式的推导,并与轴心受压试验结果进行比较。

1 基本假定

根据极限平衡法^[7]以及圆中空夹层钢管混凝土的特点^[1],在分析计算中做出如下假设:

1) 圆中空夹层钢管混凝土受压短柱的应变场是轴对称的,因此可将其看成是有内外钢管和夹层混凝土 3 中元件组成的结构体系,如图 1 所示^[5]。

2) 圆中空夹层钢管混凝土与具有相同外钢管的实心钢管混凝土中的核心混凝土所受的约束作用相同^[5]。

3) 内外钢管屈服条件由双剪统一强度理论确定,核心混凝土的屈服条件即单轴受力混凝土抗压强度为^[4]

$$f'_c = f_c - kp \tag{1}$$

式中: f'_c - 在等侧压力 p 作用下的 3 向受压混凝土的强度; f_c - 混凝土无侧压力时的抗压强度; k - 侧压系数。

2 承载力计算

2.1 统一强度理论

1991 年,俞茂宏在双剪强度理论基础上,建立了一种全新的考虑 σ_2 影响的适用于各种不同材料的双剪统一强度理论,其数学表达式为^[6]

$$F = \sigma_1 - \frac{a}{1+b}(b\sigma_2 + \sigma_3) = \sigma_t$$

$$\text{当 } \sigma_2 \leq \frac{\sigma_1 + a\sigma_3}{1+a} \tag{2-a}$$

$$F = \frac{1}{1+b}(\sigma_1 + b\sigma_2) - a\sigma_3 = \sigma_t$$

$$\text{当 } \sigma_2 \geq \frac{\sigma_1 + a\sigma_3}{1+a} \tag{2-b}$$

式中: b - 反映中间主剪应力以及相应面上的正应力对材料破坏影响程度的材料强度参数, $0 \leq b \leq 1.0$; a - 材料的拉压比,对于韧性金属材料一般为 $0.77 \sim 1.00$ 。

2.2 竖向承载力计算

设外钢管的外直径为 D_o ,厚度为 T_o ,内钢管的外直径为 D_i ,厚度为 t_i , σ_o 、 σ 分别为内、外钢管的拉伸试验屈服强度,如图 1 所示。

对圆中空夹层钢管混凝土柱的轴压承载力的计算,运用统一强度理论对承受内、外压下的钢管进行承载力研究。此处以受拉为正,受压为负。

2.2.1 外钢管的受力分析

钢管竖向应力为 σ_z ,外钢管在内压强 p_1 下存在周向正应力 σ_t 为拉应力。由力的平衡方程

$$2\sigma_t \cdot t_o \cdot 1 - p_1 D_{oc} \cdot 1 = 0 \tag{3}$$

$$D_{oc} = D_o - 2t_o$$

$$\text{化简得 } \sigma_t = p_1 D_{oc} / (2t_o) \tag{4}$$

式中: D_{oc} - 外钢管内直径。

由于内压强 p_1 垂直作用于外钢管,在钢管内引起的径向压应力 σ_r ;因外钢管为薄壁圆筒,可取 $\sigma_r = -p_1$ 。此处竖向应力 σ_z 为负值且较大,比较 $\sigma_z, \sigma_t, \sigma_r$ 大小,三者的关系为 $\sigma_t \geq \sigma_r \geq \sigma_z$ 。若规定 $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \geq -\sigma_o$,则 $\sigma_1 = \sigma_t, \sigma_2 = \sigma_r, \sigma_3 = \sigma_z$ 。

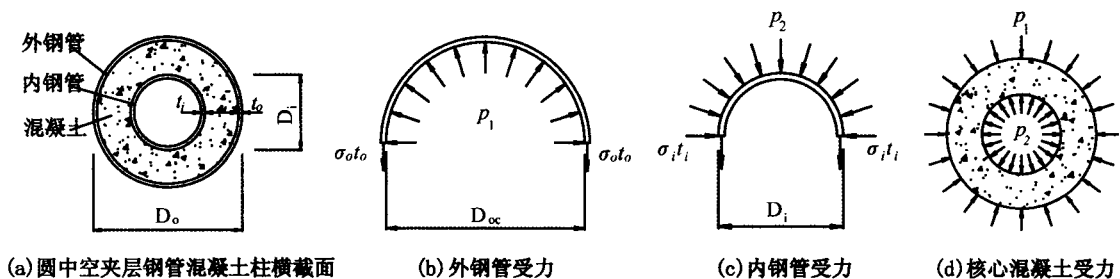


图1 圆中空夹层钢管混凝土柱截面及各元件受力简图

Fig.1 The force diagram of the cross-section and the elements of concrete filled double skin steel tubes column

对此承受内压的外钢管,由于无法确定 σ_2 与 $\frac{\sigma_1 + a\sigma_3}{1+a}$ 的大小关系,所以应分别代入俞茂宏统一强度理论数学表达式(2-a)和式(2-b)。

(1) 当 $\sigma_2 \leq \frac{\sigma_1 + a\sigma_3}{1+a}$ 时,代入式(2-a)整理得

$$\sigma_3 = \frac{1+b}{a} (\sigma_1 - \sigma_i) - b\sigma_2 = \frac{1+b}{a} \left(\frac{p_1 D_{oc}}{2t_o} - \sigma_o \right) + bp_1 \quad (5)$$

(2) 当 $\sigma_2 \geq \frac{\sigma_1 + a\sigma_3}{1+a}$ 时,代入式(2-b)整理得

$$\sigma_3 = \frac{1}{a(1+b)} (\sigma_1 + b\sigma_2) - \sigma_i = \frac{1}{a(1+b)} \left(\frac{p_1 D_{oc}}{2t_o} - bp_1 \right) - \sigma_o \quad (6)$$

式(5)、式(6)为外钢管竖向极限承载应力。

2.2.2 内钢管的受力分析

钢管竖向应力为 σ_z ,内钢管在外压强 p_2 下存在周向正应力 σ_i 为压应力,取为负值。由力的平衡方程

$$2\sigma_i \cdot t_i \cdot 1 + p_2 D_i \cdot 1 = 0 \quad (7)$$

$$\text{化简得 } \sigma_i = -p_2 D_i / (2t_i) \quad (8)$$

由于外压强 p_2 垂直作用于内钢管,在钢管外引起的径向压应力 σ_r ;因内钢管为薄壁圆筒,可取 $\sigma_r = -p_2$ 。比较 $\sigma_z, \sigma_i, \sigma_r$ 大小,三者的关系为 $\sigma_r \geq \sigma_i \geq \sigma_z$ 或 $\sigma_r \geq \sigma_z \geq \sigma_i$ 。若规定 $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \geq -\sigma_i$,则 $\sigma_1 = \sigma_r, \sigma_2 = \sigma_i, \sigma_3 = \sigma_z$,或者 $\sigma_1 = \sigma_r, \sigma_2 = \sigma_z, \sigma_3 = \sigma_i$ 。对此承受外压的内钢管,由于无法确定 σ_2 与 $\frac{\sigma_1 + a\sigma_3}{1+a}$ 的大小关系,所以应分别代入式(2-a)和式(2-b)。

(1) 当 $\sigma_r \geq \sigma_i \geq \sigma_z$ 且 $\sigma_2 \leq \frac{\sigma_1 + a\sigma_3}{1+a}$ 时,代入

式(2-a)整理得

$$\sigma_3 = \frac{1+b}{a} (\sigma_1 - \sigma_i) - b\sigma_2 = \frac{1+b}{a} (-p_2 - \sigma_i) + b \frac{p_2 D_i}{2t_i} \quad (9)$$

(2) 当 $\sigma_r \geq \sigma_i \geq \sigma_z$ 且 $\sigma_2 \geq \frac{\sigma_1 + a\sigma_3}{1+a}$ 时,代入

式(2-b)整理得

$$\sigma_3 = \frac{1}{a(1+b)} (\sigma_1 + b\sigma_2) - \sigma_i = \frac{1}{a(1+b)} \left(-p_2 - b \frac{p_2 D_i}{2t_i} \right) - \sigma_i, \text{省略。}$$

(3) 当 $\sigma_r \geq \sigma_z \geq \sigma_i$ 且 $\sigma_2 \leq \frac{\sigma_1 + a\sigma_3}{1+a}$ 时,代入式(2-a)整理得

$$\begin{aligned} \sigma_2 &= \frac{1}{b} \left[\frac{1+b}{a} (\sigma_1 - \sigma_i) - \sigma_3 \right] \\ &= \frac{1}{b} \left[\frac{1+b}{a} (-p_2 - \sigma_i) + \frac{p_2 D_i}{2t_i} \right] \end{aligned} \quad (10)$$

(4) 当 $\sigma_r \geq \sigma_z \geq \sigma_i$ 且 $\sigma_2 \geq \frac{\sigma_1 + a\sigma_3}{1+a}$ 时,代入式(2-b)整理得

$$\begin{aligned} \sigma_2 &= \frac{1}{b} [(\sigma_i - a\sigma_3)(1+b) - \sigma_1] = \frac{1}{b} \\ & \left[\left(\sigma_i + a \frac{p_2 D_i}{2t_i} \right) (1+b) + p_2 \right] \geq 0, \text{省略。} \end{aligned}$$

式(9)、式(10)为内钢管竖向极限承载应力。

2.3 公式推导

为简化推导过程,在计算钢管的环向应力时假设内钢管与外钢管所受的径向压应力大小相等,即 $p = p_1 = p_2$,用静力法对圆中空夹层钢管混凝土柱的轴压承载力进行求解。

由钢管和核心混凝土的承载力共同组成,由静力平衡条件可得

$$N = A_c f'_c + A_o \sigma_o + A_i \sigma_i = A_c (f_c - kp) + A_o \cdot \sigma_o + A_i \cdot \sigma_i \quad (11)$$

式中: A_c - 核心混凝土的截面面积; A_o - 外钢管截面面积; A_i - 内钢管截面面积。

将式(5)、式(6)与式(9)、式(10)分别进行组合后得

$$N_1 = A_c (f_c - kp) + A_o \left[\frac{1+b}{a} \left(\frac{p D_{oc}}{2t_o} - \sigma_o \right) + bp \right] + A_i \left[\frac{1+b}{a} (-p - \sigma_i) + b \frac{p D_i}{2t_i} \right] \quad (12)$$

$$N_2 = A_c (f_c - kp) + A_o \left[\frac{1+b}{a} \left(\frac{p D_{oc}}{2t_o} - \sigma_o \right) + bp \right] + A_i \frac{1}{b} \left[\frac{1+b}{a} (-p_2 - \sigma_i) + \frac{p D_i}{2t_i} \right] \quad (13)$$

$$N_3 = A_c (f_c - kp) + A_o \left[\frac{1}{a(1+b)} \left(\frac{p D_{oc}}{2t_o} - bp \right) - \sigma_o \right] + A_i \left[\frac{1+b}{a} (-p - \sigma_i) + b \frac{p D_i}{2t_i} \right] \quad (14)$$

$$N_4 = A_c (f_c - kp) + A_o \left[\frac{1}{a(1+b)} \left(\frac{p D_{oc}}{2t_o} - bp \right) - \sigma_o \right] + A_i \frac{1}{b} \left[\frac{1+b}{a} (-p_2 - \sigma_i) + \frac{p D_i}{2t_i} \right] \quad (15)$$

2.4 算例分析

将上式(12) - 式(15)对 P 求导,即求 $\frac{dN}{dp}$,在下述例题(表1)中可得

$$-A_c k + A_o \left(\frac{1+b}{a} \cdot \frac{D_{oc}}{2t_o} + b \right) + A_i \left(-\frac{1+b}{a} + \frac{bD_i}{2t_i} \right) > 0 \tag{16}$$

$$-A_c k + A_o \left(\frac{1+b}{a} \cdot \frac{D_{oc}}{2t_o} + b \right) + A_{si} \cdot \frac{1}{b} \left(-\frac{1+b}{a} + \frac{bD_i}{2t_i} \right) > 0 \tag{17}$$

$$-A_c k + A_o \frac{1}{a(1+b)} \left(\frac{D_{oc}}{2t_o} - b \right) + A_i \left(-\frac{1+b}{a} + \frac{bD_i}{2t_i} \right) > 0 \tag{18}$$

$$-A_c k + A_o \frac{1}{a(1+b)} \left(\frac{D_{oc}}{2t_o} - b \right) + A_i \frac{1}{B} \left(-\frac{1+b}{a} + \frac{D_i}{2t_i} \right) > 0 \tag{19}$$

由上式可知式(12) - 式(15)为以 p 为变量的增函数,由于承载力是压力为负值,若求承载力 N 的最大值,需先求 p 的最小值,且内外钢管的承载应力不应大于钢管的极限应力。由于式(5)和式(9)均不小于其拉伸试验屈服强度,即

$$\sigma_3 = \frac{1+b}{a} (\sigma_1 - \sigma_i) - b\sigma_2 = \frac{1+b}{a} \left(\frac{p_1 D_{oc}}{2t_o} - \sigma_o \right) + bp_1 \geq -\sigma_o \tag{20}$$

$$\sigma_3 = \frac{1+b}{a} (\sigma_1 - \sigma_i) - b\sigma_2 = \frac{1+b}{a} (-p_2 - \sigma_i) + b \frac{p_2 D_i}{2t_i} \geq -\sigma_i \tag{21}$$

解式(20)和式(21)得

$$p_1 \geq \frac{b\sigma_o}{(1+b) \frac{D_{oc}}{2t_o} + b} \tag{22}$$

$$p_2 \geq \frac{b\sigma_i}{\frac{bD_i}{2t_i} - (1+b)} \tag{23}$$

在对承载力 N 进行计算时取 $p = \min\{p_1, p_2\}$ 。在下述例题中将 p 代入式(12)进行计算。 N 的最大值 $N_{max} = N_{u,c}$,即为圆中空夹层钢管混凝土柱的轴压承载力极限值;在该算例中取 $k = 4$ 进行计算。

试验时,混凝土立方试块的强度值(f_{cu})为 47.4 MPa,外钢管的轴压屈服强度为 294.5 MPa,内钢管的轴压屈服强度为 374.5 MPa。

通过对上例计算可知,内外钢管的承载应力均取钢管的屈服强度。其简化计算公式为

$$N = A_c (f_c - kp) + A_o \cdot \sigma_o + A_i \cdot \sigma_i \tag{24}$$

$$\text{式中: } p = \min \left\{ \frac{b\sigma_o}{(1+b) \frac{D_{oc}}{2t_o} + b}, \frac{b\sigma_i}{\frac{bD_i}{2t_i} - (1+b)} \right\}$$

表1 文献[1]试验及本文计算结果分析

Tab.1 Analysis of literature [1] test and calculation results about the paper

编号	$\frac{D_o}{mm}$	$\frac{t_o}{mm}$	$\frac{D_o}{t_o}$	$\frac{D_i}{mm}$	$\frac{t_i}{mm}$	$\frac{D_o}{t_o}$	a	$\frac{N_{u,e}}{kN}$	$\frac{N_{u,c}}{Kn}$			$\frac{N_{u,c}}{N_{u,e}}$		
									$d=0.0$	$d=0.5$	$d=1.0$	$d=0.0$	$d=0.5$	$d=1.0$
cc1a	180	3	60.0	0	0	-	0.00	1 680	1 214.9	1 438.4	1 548.6	0.723	0.856	0.922
cc1b	180	3	60.0	0	0	-	0.00	1 618				0.751	0.889	0.957
cc2a	180	3	60.0	48	3	16.0	0.08	1 790	1 316.2	1 523.1	1 624.5	0.735	0.851	0.908
cc2b	180	3	60.0	48	3	16.0	0.08	1 791				0.735	0.851	0.907
cc3a	180	3	60.0	88	3	29.3	0.26	1 648	1 321.7	1 488.4	1 570.1	0.802	0.903	0.953
cc3b	180	3	60.0	88	3	29.3	0.26	1 650				0.801	0.902	0.952
cc4a	180	3	60.0	140	3	46.7	0.65	1 435	1 209.6	1 288.5	1 327.3	0.843	0.898	0.925
cc4b	180	3	60.0	140	3	46.7	0.65	1 358				0.891	0.949	0.977
cc5a	114	3	38.0	58	3	19.3	0.29	904	689.5	787.6	835.3	0.763	0.871	0.924
cc5b	114	3	38.0	58	3	19.3	0.29	898				0.768	0.877	0.930
cc6a	240	3	80.0	114	3	38.0	0.24	2 421	2 048.9	2 279.0	2 392.1	0.845	0.941	0.988
cc6b	240	3	80.0	114	3	38.0	0.24	2 460				0.833	0.926	0.972
cc7a	300	3	100.0	165	3	55.0	0.31	3 331	2 819.7	3 079.1	3 208.7	0.847	0.924	0.963
cc7b	300	3	100.0	165	3	55.0	0.31	3 266				0.863	0.943	0.982

说明:计算时,取 $f_c = 0.67f_{cu}$; $N_{u,e}$ - 试验测得的承载力值; $N_{u,c}$ - 本文计算值。

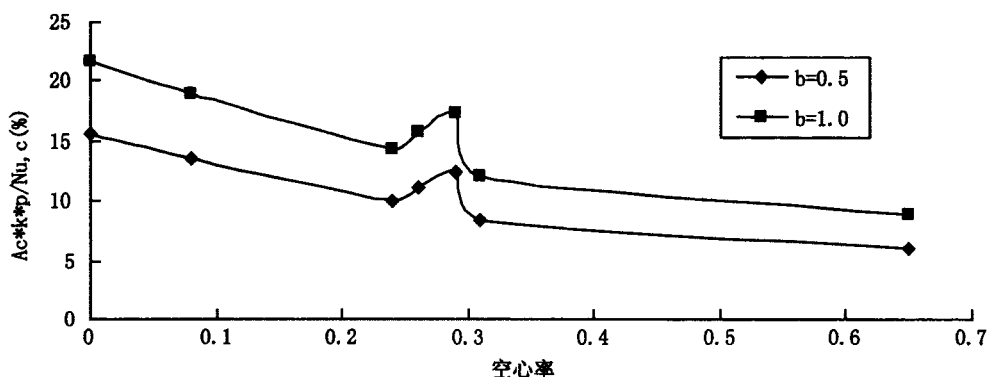


图2 侧压力对柱的承载力贡献率与空心率的关系

Fig.2 The relationship between contribution rate of the side pressure on bearing capacity of the column and hollowness

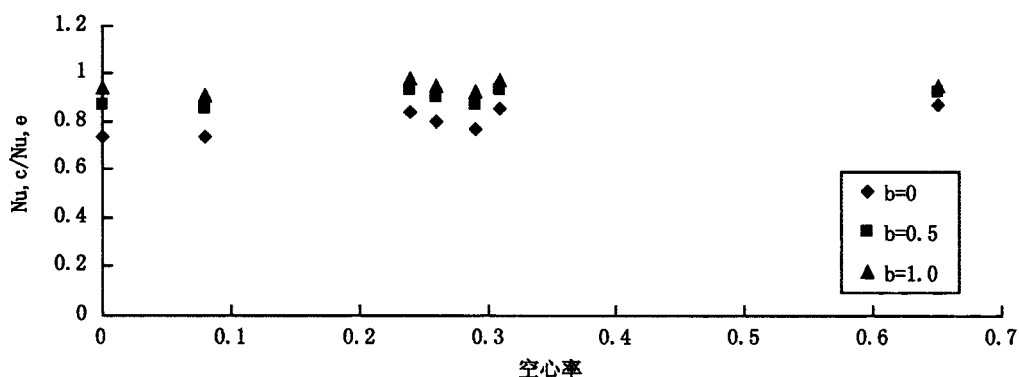


图3 承载力比值与空心率的关系

Fig.3 The relationship between ratio of the bearing capacity and hollowness

由此简化算法公式,可得侧向压力对柱的承载力的影响与空心率的关系(图2)。总体分析,随着空心率的增加,侧压力对柱的轴向承载力的贡献逐步减小。此贡献率可用 $A_c k_{cp}$ 与 $N_{u,c}$ 的比值的百分数表示。

从表中和图3可以看出,按本文计算的极限荷载与文献中的试验值吻合良好。表中,当 $b=0$ 时,计算值与实测值之比为 0.723~0.891,平均为 0.800,均方差为 0.054。当 $b=0.5$ 时,计算值与实测值之比为 0.851~0.949,平均为 0.899,均方差为 0.034。当 $b=1.0$ 时,计算值与实测值之比为 0.907~0.988,平均为 0.947,均方差为 0.028。 b 值越大,计算值荷载与试验值吻合越好。

3 结语

本文在双剪统一强度理论的基础上提出的简化计算公式形式简洁、计算简便,与试验结果吻合良好。系数 b 的变化对钢管承载力有一定影响,随着 b 的增大,钢管混凝土的极限承载力也随之增大。通过本文的实际算例与试验结果比较可得,当 $b=1.0$ 时,计算结果与试验值匹配较好。

由于本文的 k 值在计算中取为定值,对于 k 的不同取值对承载力的影响仍有研究价值。

参考文献:

- [1] 陶忠,韩林海,黄宏.圆中空夹层钢管混凝土柱力学性能研究[J].土木工程学报,2004,37(10):41-45.
- [2] 陶忠,韩林海.圆中空夹层钢管混凝土的研究进展[J].哈尔滨工业大学学报,2003,35(增刊):41-45.
- [3] 赵均海,郭红香,魏雪英.圆中空夹层钢管混凝土柱承载力研究[J].建筑科学与工程学报,2005,22(1):50-54.
- [4] 赵均海,顾强,马淑芳.基于双剪统一强度理论的轴心受压钢管混凝土承载力的研究[J].工程力学,2002,19(2):32-35.
- [5] 聂建国,廖彦波.双圆夹层钢管混凝土柱轴压承载力计算[J].清华大学学报:自然科学版,2008,48(3):312-315.
- [6] 俞茂宏.混凝土强度理论及其应用[M].北京:高等教育出版社,2002.
- [7] 蔡绍怀.现代钢管混凝土结构[M].北京:人民交通出版社,2003.

(责任编辑 马立)