

横向与扭转耦合振动的输电线舞动分析

闫安志,段巧巧,智晓晓

(河南理工大学 土木工程学院,河南 焦作 450000)

摘要:基于 O. Nigol 的扭转舞动机理建立了横向与扭转耦合振动的动力学模型。通过惯性项解耦,利用 Matlab 对系统进行数值仿真,分析了风速、覆冰厚度、来流密度、导线单位长度质量、初始张力、阻尼比等参数对舞动振幅的影响,发现风速是决定输电线是否舞动的主要原因,对解决类似的实际工程问题有一定的借鉴价值。随着风速的增大,系统出现了周期解分岔的行为。

关键词:扭转耦合;非线性;Runge-kutta 法;数值仿真;分岔

中图分类号:TU312

文献标识码:A

The numerical simulation analysis of the transmission lines galloping by considering transverse and torsion coupling

YAN An-zhi, DUAN Qiao-qiao, ZHI Xiao-xiao

(School of Civil Engineering, He'nan Polytechnic University, He'nan Jiaozuo 454000, China)

Abstract:Based on the O. Nigol mechanism, the dynamics model of galloping transmission lines which considering the transverse and torsion coupling is constructed. By using the mathematical method with decoupling of inertia term and Matlab program, the dynamic system was simulated. The influences of wind velocity, vertical damping, static tension, thickness of ice, density of lines and air density on the amplitude of galloping were obtained. The variation of galloping amplitude under different system parameters were analyzed, it showed that the parameters of the speed of wind was the main reason for determining the transmission lines galloping, which provided valuable reference and instruction for solving the similar practical engineering problems. It is shown that the bifurcation of periodic solutions appear with the increasing of wind speed.

Key words:torsion coupling; nonlinear; Runge-kutta method; numerical simulation; bifurcation

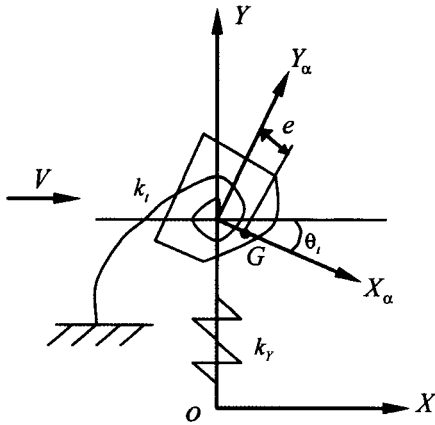
大跨越输电导线舞动,是一类多场耦合的复杂非线性振动问题。由于线路舞动的难预测性及风雪灾害事故的频发等原因,导线的舞动理论、实验研究等受到越来越多的关注,并不断取得进展^[1]。Den. Hartog 的垂直舞动机理认为导线产生偏心覆冰时,作用于其上的风力分解为水平和垂直分力,当垂直气动升力大于气动阻力时,发生舞动。O. Nigol^[2]提出扭转自激舞动说,认为架空输电线有上下运动又有扭动,当横向垂直振动频率近似等于导线固有频率时产生舞动^[3]。G. S. Byun 等建立了包括垂直扭转的两自由度模型,通过描述函数法求解给出了变风速下最大舞动振幅

和频率^[4]。近年来,已有许多学者致力于导线舞动问题的研究。然而由于舞动问题的复杂性及研究手段的单一,对于舞动的产生机理还没有统一的说法,仍存在许多问题有待进一步研究^[5]。实际观测表明,由于导线本身为高柔性悬索结构,具有明显的几何非线性,且覆冰时存在质量偏心和刚度偏心。因此,导线在横向驰振时沿轴向都会产生往复扭转,这使得导线舞动研究变得错综复杂。风激励作用下,研究结构振动存在稳态及分岔等非线性动力学行为,将有利于揭示舞动机理。采用数值方法分析舞动振幅随众多参数的变化曲线,对于解决类似的实际工程问题有一定的指导

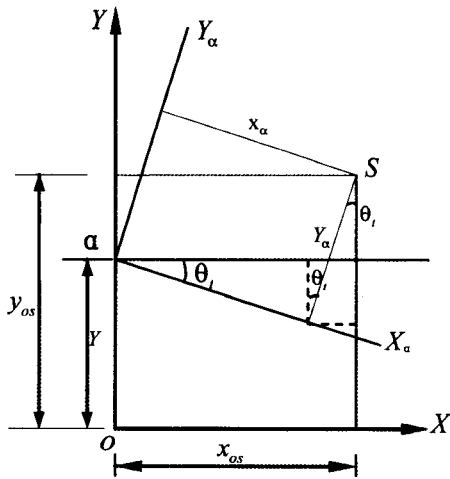
意义。

1 舞动模型建立

扭转耦合的舞动模型^[6]如图1所示。其中,横向振动只考虑了垂直方向的振动(图中为Y向振动),而不考虑水平方向的振动(图中为X的振动)。



(a) 力学模型



(b) 坐标系

图1 二自由度舞动模型

Fig.1 The galloping model with two degree of freedom

图1为横向与扭转耦合作用下导线舞动的参数模型。图1(a)的振动系统用图1(b)的定坐标系 $X-O-Y$ 和动坐标系 $X_\alpha-a-Y_\alpha$ 描述,其中,动坐标系 $X_\alpha-a-Y_\alpha$ 的坐标原点设在物体的转动中心 a ,其坐标为 x 和 y ,动坐标系绕 a 点的转动用 θ_t 来描述。图中, k_y 为系统在垂直方向的刚度, k_t 为系统的扭转刚度; G 为物体的重心,它与转动中心 a 之间的距离 e 为偏心距。设物体上的任一点 S (图

1(b)所示),在动坐标系的坐标为 (x_α, y_α) ,而动坐标系的转角为 θ_t ,则该点在定坐标系的坐标为

$$x_{os} = x_\alpha \cos\theta_t + y_\alpha \sin\theta_t \tag{1}$$

$$y_{os} = y + y_\alpha \cos\theta_t - x_\alpha \sin\theta_t$$

当 θ_t 之值足够小时,可近似取为

$$x_{os} = x_\alpha + y_\alpha \theta_t \tag{2}$$

$$y_{os} = y + y_\alpha - x_\alpha \theta_t$$

相应的振动速度为

$$x'_{os} = y_\alpha \theta'_t \tag{3}$$

$$y'_{os} = y' - x_\alpha \theta'_t$$

该物体的动能为

$$T = \frac{1}{2} \int_A (x'^2_{os} + y'^2_{os}) \rho dx_\alpha dy_\alpha = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} J \theta'^2_t - S_y \theta'_t y' \tag{4}$$

其中 $J = \int_A (x_\alpha^2 + y_\alpha^2) \rho dx_\alpha dy_\alpha$; $m = \int_A \rho dx_\alpha dy_\alpha$; $S_y = \int_A y_\alpha \rho dx_\alpha dy_\alpha$ 。

式中 ρ -物体单位体积的密度; J -质量极惯性矩; S_y -偏心量,为物体质量与偏心距的乘积,即 $S_y = m \cdot e \approx m_i r$; m_i -导线覆冰质量; r -导线半径。

$$\text{结构的势能为 } V = \frac{1}{2} k_y y^2 + \frac{1}{2} k_t \theta_t^2 \tag{5}$$

$$\text{拉格朗日方程为 } \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial q'_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q'_i} = Q_i \tag{6}$$

$$\text{其中 } L = T - V \tag{7}$$

广义力由虚位移原理求得

$$\delta_w = \sum_{i=1}^2 Q \delta q_i \tag{8}$$

$$Q_y = F_y - C_M y' \tag{9}$$

$$Q_t = M_t - C_t \theta'_t \tag{10}$$

式中 Q_y -沿 Y 轴方向的气动力与阻尼力之和; Q_t -轴向扭转方向的气动力与阻尼力之和; F_y - Y 向气动力; M_t -轴向扭转方向的空气动力; C -横向振动阻尼系数, $C_M = 2m\xi_y \omega_y$; C_t -扭转振动阻尼系数, $C_t = 2J\xi_t \omega_t$ 。

将式(4)、(5)、(9)、(10)代入式(6)化简得到系统的运动方程

$$\begin{aligned} m y'' + C_M y' - S_y \theta''_t + k_y y &= F_y \\ J \theta''_t + C_t \theta'_t - S_t y'' + k_t \theta_t &= M_t \end{aligned} \tag{11}$$

式中 $F_y = \frac{1}{2} \rho U D C_y$; $M_t = \frac{1}{2} \rho U D^2 C_\theta$; ρ -来流密度; D -迎风面尺寸; C_y - y 向运动的空气动力系数; C_θ -轴向扭转方向的气动系数; L -导线长度; C_y , C_θ 可用三次多项式拟合得。

$$\begin{aligned} C_y &= a_1 \theta + a_2 \theta^2 + a_3 \theta^3 \\ C_M &= b_1 \theta + b_2 \theta^2 + b_3 \theta^3 \end{aligned} \tag{12}$$

式中 $\theta = \theta_i + \theta_0 - \frac{y'}{U} - \frac{d}{2U}\theta'_i$; θ_0 - 初始覆冰角;

$S_y\theta'_i$ - 由于扭转运动在横向(Y)向产生的惯性力;
 $S_i y''$ - 由于横向运动所产生的扭转惯性力矩; $S_y\theta'_i$ 与 $S_i y''$ - 反映了横向与扭转振动的惯性耦合。

2 Runge - kutta 法

Runge - kutta^[7]法是最为常见的一种微分方程数值积分方法,具有计算简单、精度高等特点。把增量函数看成函数 $f(x, y)$ 在某些点的线性组合,对于常微分方程,其格式为

$$y_{n+1} = y_n + h \sum_{i=1}^m \omega_i k_i$$

$$k_1 = f(x_n, y_n) \tag{13}$$

$$k_i = f(x_n + a_i h, y_n + \sum_{j=1}^{i-1} h \beta_{ij} k_j) \quad i = 2, 3 \dots m$$

适当选择参数 ω_i, a_i 和 β_i ,使其具有较高的精度,计算中避免了求导,经典的四阶标准 Runge - kutta 法^[8]其计算格式为

$$\begin{cases} y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \\ k_1 = f(x_n, y_n) \\ k_2 = f(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}k_1) \\ k_3 = f(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}k_2) \\ k_4 = f(x_n + h, y_n + hk_3) \end{cases} \tag{14}$$

利用式(14)从 x_n 计算到 x_{n+1} ,在一个步长内分为四级,称为四阶定步长算法。Runge - kutta 法自提出以来,在解决非线性振动问题中被广泛应用。张华彪、李欣业^[9]等进一步推广到适合于含有惯性耦合项的输电线舞动的非线性振动领域,用数值计算分析导线舞动问题,根据时间历程和相图来分析系统的运动规律和舞动特性。

3 数值仿真计算

由于横向与扭转耦合的运动方程属于强非线性微分方程,对其求解析解是一个十分繁琐的过程,因此采用数值仿真的方法,针对系统参数和环境参数对振幅的影响及可能出现的复杂舞动模式进行分析。

3.1 线路参数

结构参数^[10]如表1所示。

表1 结构参数表

Tab.1 Parameters of the system

参数	数值	参数	数值
单位长度导线质量/kg	2.5	分裂间距/m	0.45
导线直径/mm	28	初始覆冰角度/°	45
导线长度/m	255	初始张力/N	44 000
横向阻尼比	0.04	覆冰厚度/mm	16
扭转阻尼比	0.06	风速/(m·s ⁻¹)	8

3.2 参数对舞动振幅的影响

数值分析过程中,首先对系统进行惯性项解耦,利用四阶 Runge - kutta 法得到了导线舞动振幅随系统参数变化的影响曲线。

风速是影响导线舞动的最主要因素之一。由图2知,取值范围在4 m/s ~ 20 m/s 之间,研究表明,当风速小于10 m/s 时,系统振幅为0,导线不舞动。当风速大于临界风速时,随着风速的增大,舞动振幅有大幅度激增,与实际观测到的结果一致。结构阻尼比是影响舞动的又一重要因素。增加结构横向阻尼,可以大幅度减小导线舞动。由图3所示,阻尼比增加到一定程度,系统不振动,这在实际工程中有重要应用,通过在适当位置安装外加阻尼器达到控制导线舞动的效果。图4为导线初始张力对振幅的影响曲线,可以通过合理增大导线初始张力减小舞动振幅。覆冰厚度也是影响导线舞动的重要因素,图5所示,随着覆冰厚度的增加,振幅逐渐增大。导线单位长度质量对振幅的影响如图6,单位质量增大振幅相应减小。在湖北中山口大跨越的舞动治理中^[11],创造性地运用了压重防舞技术,取得了良好的防舞效果。图7为来流密度与振幅的关系,可以看到来流密度增大时振幅随之增大。

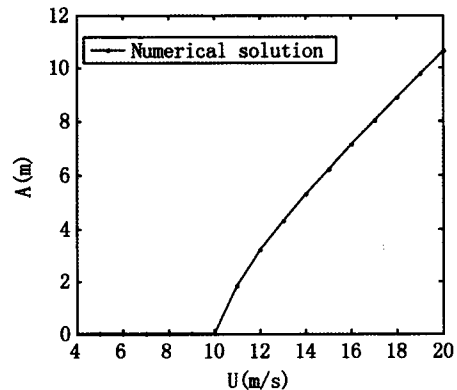


图2 风速U对振幅的影响

Fig.2 Influence of wind velocity on the the amplitude of galloping

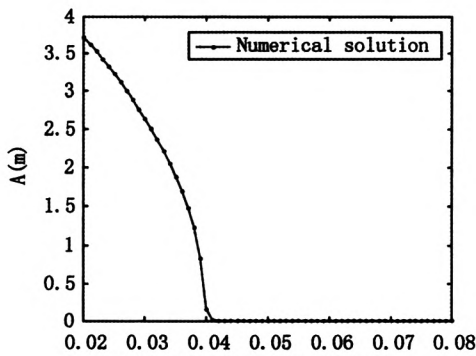


图3 横向阻尼比 ξ 对振幅的影响

Fig.3 Influence of vertical damping on amplitude of galloping

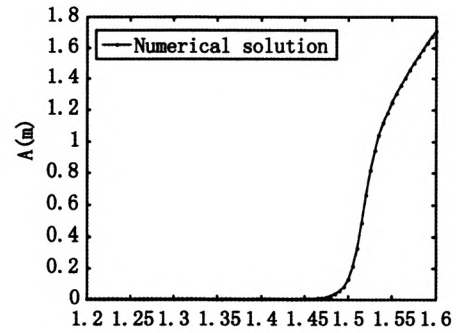


图7 来流密度 ρ 对振幅的影响

Fig.7 Influence of air density on the amplitude of galloping

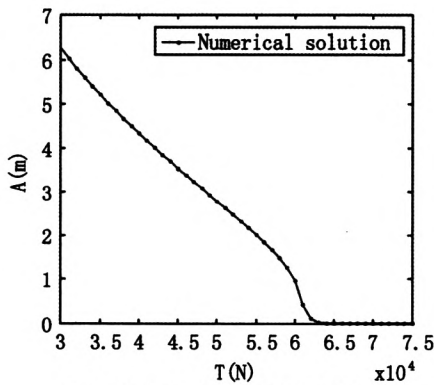


图4 导线初始张力 T 对振幅的影响

Fig.4 Influence of static tension on the on the amplitude of galloping

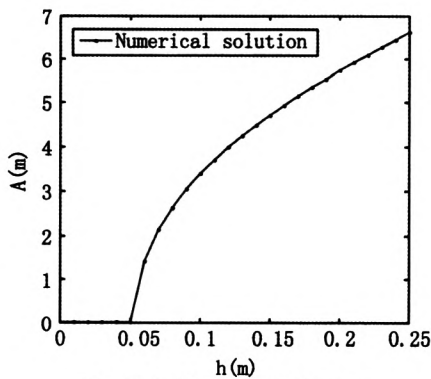


图5 覆冰厚度 h 对振幅的影响

Fig.5 Influence of thickness of ice amplitude of galloping

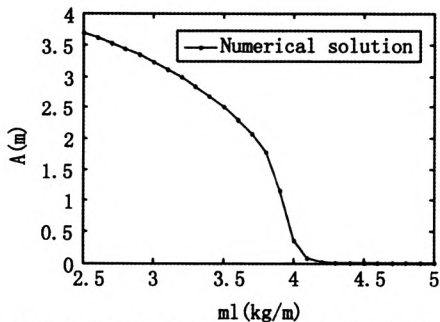


图6 导线单位长度质量 ml 对振幅的影响

Fig.6 Influence of density of lines on the amplitude of galloping

研究结构参数和环境参数对舞动振幅的影响有重要的工程意义。根据各种参数对振幅的关系曲线,增大导线的横向阻尼和导线初始张力、选择合理的压重等都可以降低舞动的幅值,对解决类似的实际工程问题有一定的借鉴价值和指导意义。

3.3 舞动模型的复杂动力学分析

在非线性动力学理论研究方面,分岔研究可以考查系统稳定性随参数变化而变化的性质,揭示系统的各种运动状态之间的相互联系和转化,是一种揭示系统运动本质的重要手段^[12]。图8为轴向扭转振动随风速变化的分岔图。为了更清楚的分析分岔行为的非线性特性,给出了4种典型行为的时间历程图和相图(图9)。大量的数值仿真发现,随着风速的改变,横向振动只有一种稳定的极限环,相图的拓扑结构不发生改变;扭转振动时随着风速的增大,相图的拓扑结构会发生变化,出现周期解分岔现象。

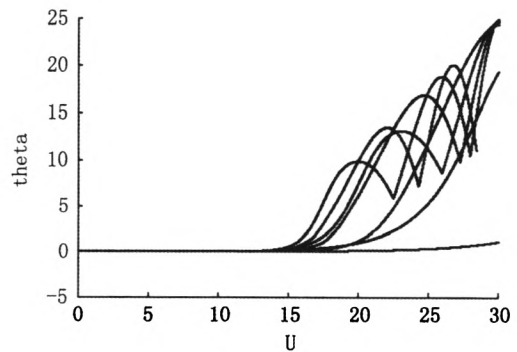


图8 θ 随风速变化的分岔图

Fig.8 The bifurcation diagram of θ with wind velocity

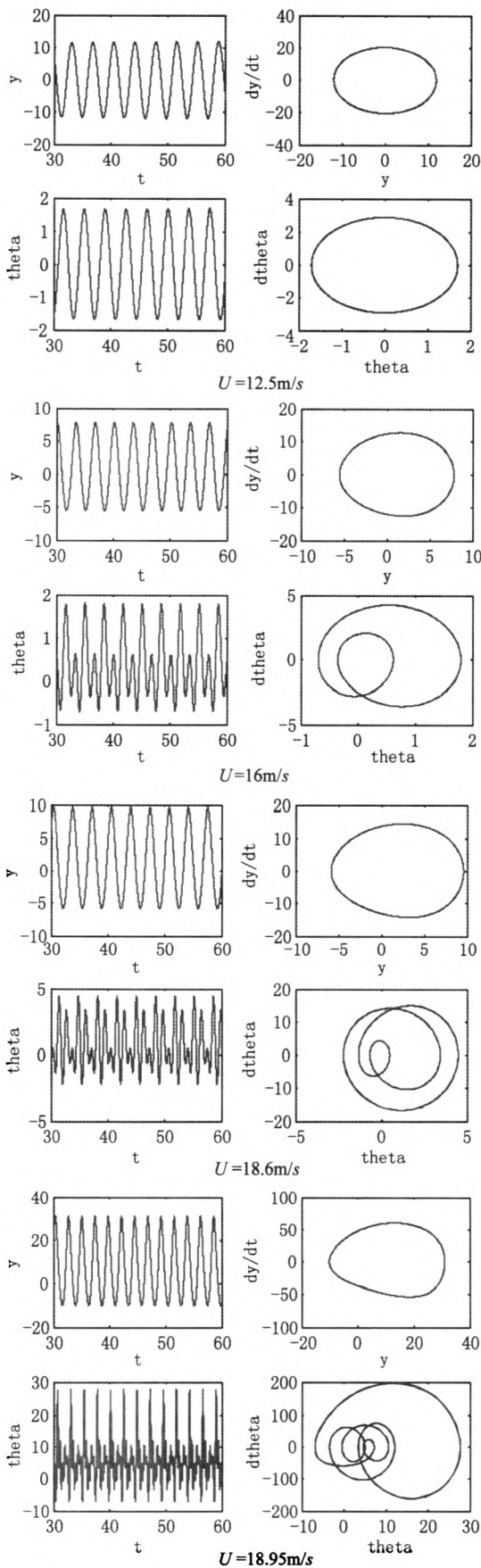


图9 横向与扭转方向的时间历程图、相图

Fig.9 Time process, phase map of transverse and torsion motion

4 结论

1)增大导线的横向阻尼和导线初始张力、选择合适的压重等都可以降低舞动的幅值,对解决类似的实际工程问题有一定的借鉴价值和指导意义。

2)随着风速的增大,系统横向振动时只有一种稳定的极限环,相图的拓扑结构不发生改变,扭转振动行为则出现了明显的非线性特性,相图的拓扑结构会发生变化,出现周期解分岔现象。

参考文献:

- [1] 王少华,蒋兴良,孙才新. 输电线线路导线舞动的国内外研究现状[J]. 高压电技术,2005,31(10):11-14.
- [2] O NIGOL, P G BUCHAN. Conductor galloping - 2. Torsional mechanism[J]. IEEE Trans. Power App. Sys., 2008,100: 708-720.
- [3] G S BYUN, R I EGBERT. Two - degree - of - freedom analysis of power line galloping by describing function methods[J]. Elec. Power Sys. Res., 2011, 21: 187-193.
- [4] 顾明,马文勇,全勇,等. 两种典型覆冰导线气动力特性及稳定性分析[J]. 同济大学报:自然科学版, 2009,37(10):1328-1332.
- [5] 黄涛. 大跨越高压输电线路非线性舞动理论研究[D]. 武汉:华中科技大学,2009.
- [6] 郭应龙,李国兴,尤传勇. 输电线舞动[M]. 北京:中国电力出版社,2003.
- [7] 彭芳麟,胡静,管靖,等. 用MATLAB解决非线性三自由度振动问题[J]. 大学物理,2001,20(11):31-34.
- [8] 于俊清,郭应龙,肖晓辉. 输电导线舞动的计算机仿真[J]. 武汉大学学报:工学版,2002,35(1):39-43.
- [9] 李欣业,张华彪,高士赵,等. 输电线舞动的非线性动力学研究[J]. 河北工业大学报,2010,9(11):144-152.
- [10] P YU, N POPP LEWELL, A H SHAH. Instability trends of inertially coupled galloping, part II: periodic vibrations[J]. Sound Vib., 2005,183:679-691.
- [11] 龙小乐. 湖北中山口大跨越导线舞动的研究与治理[J]. 华中理工大学报,2000,10(14):81-82.
- [12] 李惠彬. 振动理论与工程应用[J]. 大学物理, 2001,20(11):31-34.

(责任编辑 刘存英)