

# 多质点隔震结构数值分析和试验研究

李修昌

(上海大学 土木工程系, 上海 200072)

**摘要:**运用数值分析的方法,对隔震和非隔震质点系简化模型的周期进行对比,并利用近似解法的 Matlab 程序进行验证,指出隔震技术可以延长结构的基本周期,降低建筑物地震响应;近似解方法有很高的精确度,不仅在数值上能够满足一定的精度范围,而且计算简单方便,可以用于对结构周期进行预估。

**关键词:**数值分析;试验研究;隔震结构;周期

**中图分类号:** TU352

**文献标识码:** A

## Numerical analysis and experimental study of multi - particle isolated structure

LI Xiu - chang

(The Civil Engineering, Shanghai University, Shanghai 200072, China)

**Abstract:** This paper uses the numerical analysis method to compare with the period of isolation and non - isolation particle system model, and writes Matlab program of approximate solution to prove. It points out that the isolation structure can extend basic period and reduce the seismic response of the buildings. The approximate solution has high precision, not only does it can meet the precision range in value, but also the calculation is simple and convenient. We can use the approximate solution to estimate the period of the structure.

**Key words:** numerical analysis; experimental study; isolated structure; period

隔震结构的动力响应与本身的模态息息相关,在计算它的相关动力反应时,常常使用多自由度系统振动的分析方法,它的主要部分是通过求解系统的特征值和特征向量来得出结构的相关模态响应。而当系统的自由度很大时,求解特征值和特征向量过程的计算工作就很大,一般情况下需要计算机协助来完成。在工程中,经常采用一些简单的近似方法计算系统的固有频率,同时有些近似计算可以将自由度较大的复杂结构的振动问题简化为较少阶数的振动问题求解,以得到对实际问题的近似分析,满足实际工程的相关需要。本文先通过试验研究演示了隔震结构的工作机理,然后运用数值分析的方法,对隔震和非隔震结构质点系模型的周期进行对比,并利用编写近似解的 Matlab 程序进行验证,指出近似解法有很高的精确度,可以在实际工程中对结构周期进行预估。

### 1 质点系模型

#### 1.1 单质点模型

对于隔震结构,最关心的是隔震层位移的幅值。取原上部结构总质量作为子结构的等效质量时,这样计算的结果显示隔震层位移偏大,是相对保守的。但这种取法避免了等效质量对矩阵的计算,显然更为方便。单质点模型由于忽略了上部结构的高阶振型影响,因而将产生一定误差,且这种误差将随着结构高度的增加不断增大。单质点简化模型如图 1 所示。

#### 1.2 双质点模型

对于高层隔震体系,上部结构的高阶振型效应不能忽略,此时上部结构应用单自由度模型将产生较大误差。为此,可以采用上部结构周期和总基底剪力相等的准则,推导上部结构的双自由

度等效模型的结构参数公式。结构地震反应分析表明,三质点模型很好地等效了原结构,其各种反应量的计算结果与对原结构的计算结果相近。双质点简化模型如图2所示。

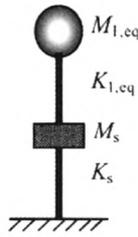


图1 单质点简化模型

Fig.1 The simplified model of single point

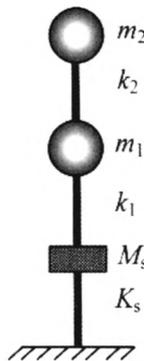


图2 双质点简化模型

Fig.2 The simplified model of double points

### 1.3 多质点简化模型

多质点简化模型和实际模型吻合度高,最能精确地反应结构的相关特性,对现实工程有很大的指导意义,但是计算过程繁琐。多质点简化模型如图3所示。

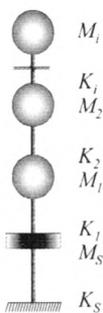


图3 多质点简化模型

Fig.3 The simplified model of multi-particle

## 2 试验分析

### 2.1 工程概况

试验选择一个五层框架模型,相关尺寸见表1,其中结构加上四块柱脚底板质量为20 kg,结构各层上增加的质量块分别为:隔震层、二层、三层为17 kg,四层、五层质量为15 kg,顶层质量为11

kg。钢框架的实体模型如图4所示。

表1 钢框架尺寸

Tab.1 The size of steel frame

截面名称	高/mm	宽/mm	翼缘和腹板厚度/mm
主梁	20	10	1
次梁	10	20	1
柱	19	19	1.1



图4 钢框架模型

Fig.4 The model of Steel frame

### 2.2 试验模态分析步骤

在本文的试验方案中,试验模态分析分为以下四个步骤:

- (1)建立测试系统。(2)用 DHDAS\_5920 动态信号采集分析系统,采集被测系统的响应数据。
- (3)用 DHMA 模态分析软件,进行模态数据分析的数据处理。(4)用有限元软件 SAP2000 进行模态模型验证。

### 2.3 不同工况模态分析结果

本试验比较三种不同工况的模态响应,并结合有限元软件 SAP2000 的分析结果进行对比,从而演示隔震结构的工作原理。

工况1:钢框架结构。

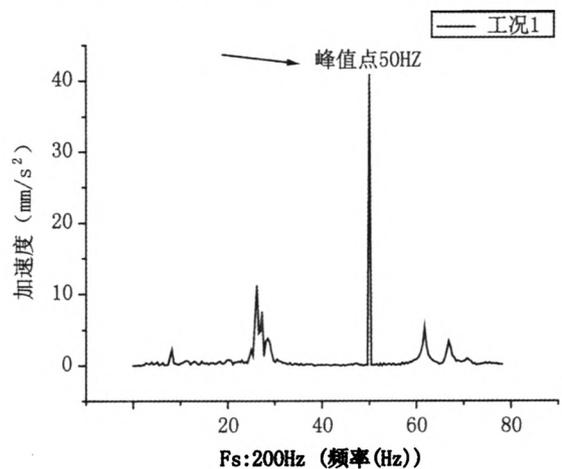


图5 工况1加速度反应

Fig.5 The acceleration response of steel frame under condition 1

由图5可知工况1的最高频率为50Hz,可换算成周期为0.02s,SAP2000模拟的第一周期为0.0248s。

工况2:钢框架结构+重物。

由图6可知工况2的最高频率为10.94Hz,可换算成周期为0.0914s。

工况3:钢框架结构+重物+橡胶支座。

由图7可知工况3的最高频率为7.81Hz,可换算成周期为0.128s,SAP2000模拟的第一周期为0.116s。

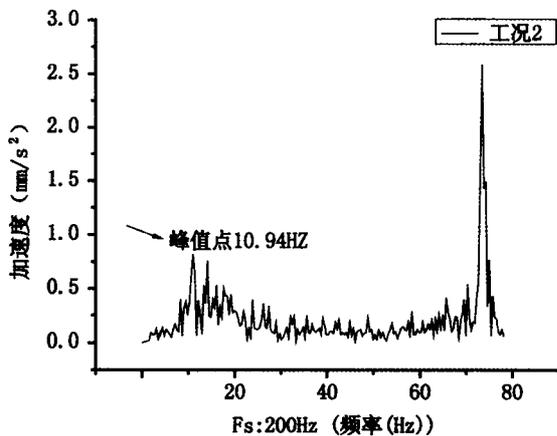


图6 工况2加速度反应

Fig.6 The acceleration response of steel frame under condition 2

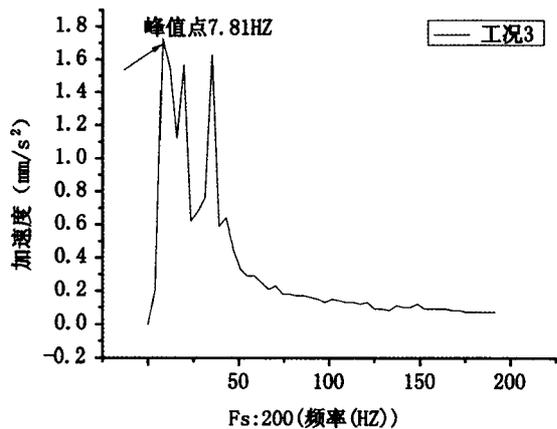


图7 工况3加速度反应

Fig.7 The acceleration response of steel frame under condition 3

## 2.4 试验结果

工况1和工况2对比,由数据可知 $t_2 = 0.0914$  s  $>$   $t_1 = 0.02$  s,由于在结构各层加了相关的重物,结构的自振周期增大。

工况2和工况3对比,由数据可知 $t_3 = 0.128$

s  $>$   $t_2 = 0.0914$  s,由于橡胶支座的作用,降低了结构的自振周期,减缓了结构上部的地震响应。

由实验模态分析的结果和sap2000数值模拟的结果对比,可知,虽然两者的数据具有一定的差异性,但是也在误差允许的范围之内,从而验证了数值模拟的可信赖性。

## 3 近似解法的原理

近似计算可以将自由度较大的复杂结构的振动问题简化为较少阶数的振动问题求解,以得到对实际问题的近似分析,满足实际工程的相关需要,主要方法有邓克莱法、瑞利法、里茨法、矩阵迭代法和子空间迭代法。本节只对里兹法的原理进行介绍。

里兹法相比于瑞利法,对近似振型给出更合理的假设,从而使算出的基频值进一步下降,并且还可得系统较低的前几阶固有频率及相应的主振型。在里兹法中,系统的近似主振型假设为

$$X = a_1\psi_1 + a_2\psi_2 + \dots + a_s\psi_s,$$

$\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_s$  是选取的  $s$  个线性独立的假设振型,其中

$$\psi = (\psi_1 \psi_2 \dots \psi_s), a = (a_1 a_2 \dots a_s)^T$$

$$R_1(X) = \frac{a^T \psi^T K \psi a}{a^T \psi^T M \psi a} = p^2$$

由于  $R_1(x)$  在系统的真实主振型处取驻值,这些驻值即相应的各阶固有频率的平方,所以  $a$  的各元素由下式确定

$$\frac{\partial R_1(X)}{\partial a_i} = \frac{1}{(T_i(a))^2} \left[ T_i(a) \frac{\partial U_i(a)}{\partial a_i} - U_i(a) \frac{\partial T_i(a)}{\partial a_i} \right] = 0$$

$$\frac{\partial U_i(a)}{\partial a_i} - p^2 \frac{\partial T_i(a)}{\partial a_i} = 0 \quad i = 1, 2, \dots, s$$

里兹法是一种缩减系统自由度数的近似方法。

$$K^* a - p^2 M^* a = 0 \quad |K^* - p^2 M^*| = 0$$

求出  $s$  个固有频率,即  $n$  自由度系统的前  $s$  阶固有频率。解出其相应的特征矢量

$$a^{(i)} (i = 1, 2, \dots, s)$$

求出  $n$  自由度系统的前  $s$  阶主振型

$$X^{(i)} = \Psi a^{(i)}$$

根据正交性

$$(a^{(i)})^T M^* a^{(j)} = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ 1 & i = j \end{cases}$$

$$(X^{(i)})^T M X^{(j)} = (a^{(i)})^T \Psi^T M \Psi a^{(j)} = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ 1 & i = j \end{cases}$$

里兹法的步骤:

- 1) 假设  $[\{\hat{\phi}\}_1 \ \{\hat{\phi}\}_2 \ \dots \ \{\hat{\phi}\}_s] = [D]$ 。
- 2) 求出  $[\hat{K}] = [\hat{D}]^T [K] [D] \quad [\hat{M}] = [\hat{D}]^T [M] [D]$ 。
- 3) 求出的特征值  $|([\hat{K}] - \hat{\omega}^2 [\hat{M}])| = 0$ 。  
得到:  $\omega_i \quad i = 1, 2, \dots, s$ 。
- 4) 带入, 求出  $([\hat{K}] - \hat{\omega}^2 [\hat{M}]) \{a\} = \{0\}$ 。  
 $\{a\}_i$ 。
- 5) 得到前  $s$  阶主振型  $\{X\}_i = [D] \{a\}_i$ 。

### 4 工程实例分析

为了验证近似解法在实际工程中对结构周期预估的精确性, 本文编写了近似解法的 Matlab 程序, 并结合隔震和非隔震结构实际工程案例的多质点简化模型, 比较精确解法和近似解法计算的模态响应, 从而对不同近似解方法的精确性进行评估。

#### 4.1 模型的刚度和质量

- 隔震层刚度  $K_1 = 2.7 \times 10^5 \text{ kN/m}$
- 标准层刚度  $K_{2 \sim n-1} = 1.35 \times 10^7 \text{ kN/m}$
- 顶层刚度  $K_n = 3 \times 10^6 \text{ kN/m}$
- 标准层质量  $m = 1.98 \times 10^6 \text{ kg}$

运用不同近似解的原理, 结合 Matlab 程序分别比较 7 层隔震和 7 层非隔震, 24 层隔震和 24 层非隔震结构的周期。

### 5 数据分析对比

利用隔震结构精确解和各种近似解的方法, 用数值分析进行计算隔震和非隔震结构的周期和频率, 相关数据如表 2。

- 1) 邓克莱法忽略了部分项的影响, 所以求出的第一阶固有频率(基频)小于精确解, 是精确解的下限。
- 2) 瑞利法由于假设振型偏离了第一阶振型, 相当于给系统增加了约束, 因而增加了刚度, 求出的基频近似值大于实际的基频, 是精确解的上限。
- 3) 里兹法对近似振型给出更合理的假设, 从

而使算出的基频值进一步下降, 并且还可得系统较低的前几阶固有频率及相应的主振型。

4) 矩阵迭代法和子空间迭代法运用迭代原理, 对结构做了更合理的假设和推论, 其值和真实结构的误差很小, 但是计算过程也相对复杂。

表 2 不同方法计算的结构周期(单位:s)

Tab.2 The period of the different calculation methods

方法	7 层隔震 结构	7 层非隔 震结构	24 层隔震 结构	24 层非隔 震结构
精确解法	1.556 1	0.372 2	2.899 9	1.187 7
邓克莱法	1.580 651	0.427 071	7 2.999 171	1.325 638
瑞利法	1.537 054	0.360 941	2.775 251	1.105 329
里兹法	1.552 0	0.363 2	2.858 7	1.109 9
矩阵迭代法	1.556 1	0.372 2	2.899 9	1.187 7
子空间迭代法	1.556 122	0.372 178	9 2.899 978	1.184 185
SAP2000	1.543 99	0.372 05	2.875 70	1.138 99

### 6 结论

- 1) 隔震技术可以延长结构的基本周期, 降低建筑物的地震响应, 保护主体结构不破坏。
- 2) 近似解方法有很高的精确度, 不仅在数值上能够满足一定的精度范围, 而且计算简单方便, 可以用于对结构周期进行预估。

#### 参考文献:

[1] 刘文光. 橡胶隔震支座力学性能及隔震结构的地震反应分析研究[D]. 北京:北京工业大学, 2003.

[2] 付伟庆, 刘文光. 高层隔震结构的等效简化模型研究[J]. 地震工程与工程振动. 2005, 25(6), 141-145.

[3] 曲哲, 叶列平, 潘鹏. 高层建筑的隔震原理与技术[J]. 工程抗震与加固改造, 2009, 31(5), 58-63.

[4] 包世华, 方鄂华. 高层建筑结构设计[M]. 北京:清华大学出版社, 1996.

[5] 李中锡, 周锡元. 规则型隔震房屋的自振特性和地震反应分析方法[J]. 地震工程与工程振动, 2002, 22(2):33-41.

(责任编辑 刘存英)