

# 基于神经网络的 NURBS 曲线插补改进研究

魏效玲, 陈蕊, 李波

(河北工程大学 机电工程学院, 河北 邯郸 056038)

**摘要:** 本文介绍了 NURBS 曲线的插补特点, 针对复杂曲线在 NURBS 曲线插补中求导误差大、计算复杂等问题, 应用 BP 神经网络进行 NURBS 曲线插补方法的优化。然后通过实例验证, 表明了使用该方法可以满足所要求的插补精度, 而且由于插补前先进行了参数  $u$  的预估, 插补速率得以提高。

**关键词:** NURBS 曲线; 插补; BP 神经网络

**中图分类号:** TH161<sup>+</sup>.1, TP183

**文献标识码:** A

## The improvement research of NURBS curve interpolation based on neural network

WEI Xiao-ling<sup>1</sup>, CHEN Rui, LI Bo

(College of Mechanical&Electrical Engineering, Hebei University of Engineering, Hebei Handan 056038, China.)

**Abstract:** The characteristics of NURBS curve interpolation were introduced. Because the derivation error and the computational complexity for complex curves with NURBS curve is large, so that NURBS curve interpolation will be optimized by the application of BP neural network. Then a example was used to demonstrate that the method could meet the required accuracy. The results showed that the interpolation rate was improved because the parameter  $u$  had been estimated before interpolation.

**Key words:** NURBS curve; interpolation; BP neural network

随着航空航天、汽车、电子产品等工业的飞速发展, 人们对新产品的性能、造型设计等方面的要求标准越来越高, 使得各种复杂曲线、曲面型零件的应用越来越广泛。数控系统能否实现对自由曲线、曲面型零件的高效率、高精度加工将是制约数控技术发展的“瓶颈”。传统的加工方法是先由 CAD/CAM 系统按要求离散生成大量的直线段, 再利用这些直线段去逼近复杂曲线进行线性插补加工。但该方法存在一些不足之处, 比如进给速度可能产生剧烈的波动, 生成的代码数量较大, 严重影响到零件的加工精度和效率, 所以现在的 CNC 系统通常采用曲线、曲面直接插补来克服这种不足。

所谓曲线、曲面直接插补, 即在 CNC 中直接根据曲线、曲面的定义及其工艺参数, 将刀具产生的运动轨迹在 CNC 系统中集中以后再自动进行

实时地连续插补<sup>[1]</sup>。NURBS 曲线插补能够在高速、高精的情况下较好地反映 CAD/CAM 系统所产生的复杂曲线模型, 并且具有平滑性、局部可控性等优点。所以国际标准化组织正式将 NURBS 曲线确定为自由型零件产品几何表达的唯一形式<sup>[2]</sup>, 使得 NURBS 曲线直接插补得到了广泛应用。但由于 NURBS 曲线插补时计算复杂困难, 所以本文将利用 BP 神经网络对 NURBS 曲线插补方法进行优化。

### 1 NURBS 曲线理论

NURBS 曲线即非均匀有理 B 样条曲线<sup>[3]</sup>, 根据其数学定义可知, 一段有理多项式矢函数可以用来表示一条  $K$  次 NURBS 曲线, 其表达式如下

$$p(u) = \frac{\sum_{j=0}^n \omega_j d_j N_{j,k}(u)}{\sum_{j=0}^n \omega_j N_{j,k}(u)} \quad (1)$$

式中  $d_j$  - 控制顶点;  $w_j$  - 权因子。

而  $k$  次 NURBS 曲线的基函数  $N_{j,k}(u)$  可由以下递推公式来确定

$$N_{j,0}(u) = \begin{cases} 1 & (u \in [u_j, u_{j+1}]) \\ 0 & (\text{其他}) \end{cases}$$

$$N_{j,k}(u) = \frac{u - u_j}{u_{j+k+1} - u} N_{j,k-1}(u) + \frac{u_{j+k} - u}{u_{j+k} - u_{j+1}} N_{j+1,k-1}(u) \quad (2)$$

$U = (u_0, u_1, \dots, u_{n+k+1})$  称为节点矢量。

可见,定义一条 NURBS 曲线,需要知道其控制顶点、权因子和节点矢量三个参数。在数据采样插补中,其插补的实质即在每个采样周期内都要求其相应的增量大小。但是节点矢量的确定是很复杂的,一般常用二阶泰勒公式来展开<sup>[4-5]</sup>,不过由于 NURBS 曲线的函数表达式较复杂,因此对其求导计算量会很大,而且会产生累积误差,所以本文中 will 使用 BP 神经网络来优化参数  $u$ , 其在网络训练完成后就可以直接预估下一点  $u_{i+1}$  的值。

## 2 基于参数预估的插补改进方法

### 2.1 参数预估结构设计

BP 神经网络具有很多优点,例如它有非常好的学习能力和泛化能力,本文将使用 BP 神经网络来改进 NURBS 曲线插补方法。

为了节省运算时间,将采用单隐层 BP 神经网络结构。该神经网络结构如图 1 所示,输入层具有 6 个节点,分别是前 6 次插补的  $u$  值( $u_{i-5}, u_{i-4}, u_{i-3}, u_{i-2}, u_{i-1}, u_i$ ), 输出层为一个节点,即下一周期的预测值  $u_{i+1}$ 。

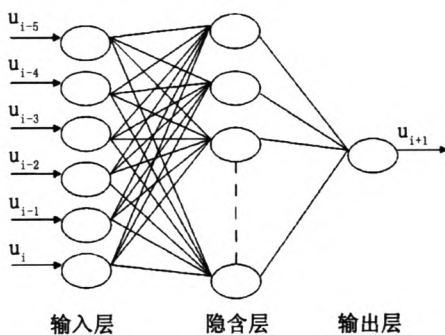


图1 BP神经网络结构图

Fig.1 BP neural network structure

在神经网络中隐层节点数的确定是重中之

重,所以必须适当选取隐层节点的个数,不能太多也不能太少。太多的话,会降低其泛化能力;而太少的话,就不能充分体现样本规律。由 Kolmogorov 定理知,若三层神经网络的输入层节点数为  $N$ ,输出层的节点数为  $M$ ,则中间层的节点数就应有  $2N - 1$  个,因此本文中的隐层节点数取为 11<sup>[6]</sup>。将该神经网络的预测精度定为小于  $(u_i - u_{i-15})/1000$ ,其中神经网络的预测值  $u_{i+1}$  会在输入前 6 次插补的  $u$  值 ( $u_{i-5}, u_{i-4}, u_{i-3}, u_{i-2}, u_{i-1}, u_i$ ) 后得出。

### 2.2 误差约束与期望进给步长计算

利用 NURBS 曲线进行实时插补时,其插补点全部都在曲线上,所以它不会产生径向误差,只有弓高误差<sup>[5]</sup>。弓高误差为一段曲线上连接两个端点确定的弦与弧的最大方向距离。由最大弓高误差约束的进给步长为

$$\Delta l_{i2} \approx \sqrt{8\rho\delta_{\max}} \quad (3)$$

$$\rho(u_i) = \frac{|p'(u_i)|^3}{|p'(u_i) \times p''(u_i)|} \quad (4)$$

只考虑进给速度的无约束进给步长为

$$\Delta l_i = F_i \times T \quad (5)$$

期望进给步长取为

$$\Delta L = \min \{ \Delta l_i, \Delta l_{i2} \} \quad (6)$$

在插补过程中,插补步长如果在允许范围内,就直接进行插补;若超过允许范围时,就按期望进给步长求取。

### 2.3 改进后 NURBS 曲线插补流程

在数据采样插补中,使用上述 BP 神经网络结构计算 NURBS 曲线的下一节点值,然后计算得出下一插补点后进行插补。在插补过程中,要考虑插补运算过程中产生的误差,使被加工出的零件能够符合加工要求。NURBS 曲线插补流程图 2。

### 2.4 插补实例分析

若有一最小曲率半径  $r$  为 50 mm 的曲线需要加工,其给定的参数有:插补周期  $T$  为 1 ms,进给加速度  $F$  为 20 m/min,最大弓高误差  $d_{\max}$  为 2  $\mu\text{m}$ ,使用上述插补方法在 Matlab 软件中进行验证,得到的弓高误差曲线见图 3,从图 3 中可以看出,误差远小于  $d_{\max}$ ,能够满足加工的要求,较好地控制型面零件的加工精度。

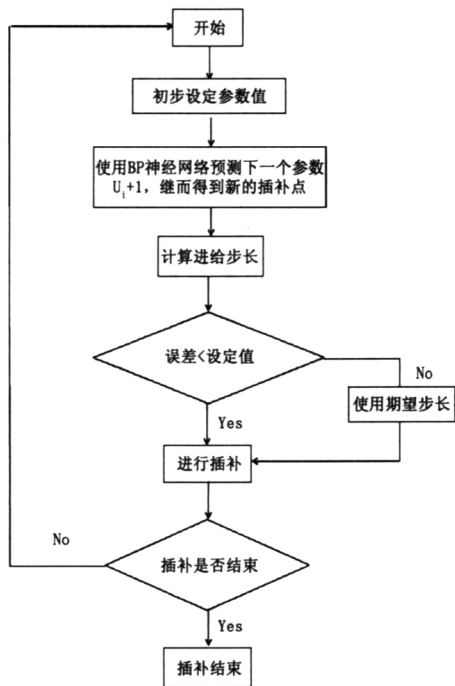


图2 NURBS曲线插补流程

Fig.2 NURBS curve interpolation process

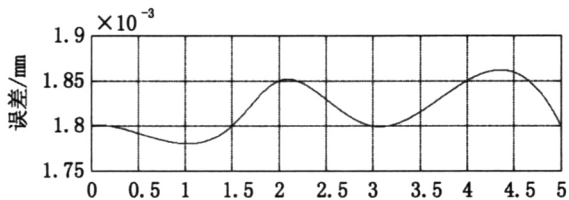


图3 弓高误差曲线

Fig.3 Chord error curve

### 3 结论

1) 利用 BP 神经网络,改进了 NURBS 曲线插补时节点参数  $u$  的预估计算,从而简化了计算过程,提高了插补效率。

2) 由于插补计算过程中考虑了误差约束,校正了弓高插补参数,所以可以有效地改善 NURBS 曲线刀具路径的精度和表面光顺性。

### 参考文献:

- [1] 王永章. 数控技术[M]. 北京:高等教育出版社,2001.
- [2] 施法中. 计算机辅助几何设计与非均匀有理 B 样条[M]. 北京:北京航空航天大学,1994.
- [3] 龙 汉, 谌永祥, 李永桥. 曲线实时插补算法研究[J]. 机械设计与制造,2006(5): 3-5.
- [4] 王永红. 曲线数控插补算法研究[J]. 机械制造与研究, 2010, 39(4): 55-56.
- [5] 陈伟华,张 铁. 三次均匀有理 B 样条曲线插补算法的研究[J]. 机械设计与制造, 2010(8): 3-5.
- [6] 朱大奇. 神经网络原理及应用[M]. 北京:科学出版社, 2006.

(责任编辑 刘存英)