

## 超声空化气泡运动的数值模拟

张红<sup>1</sup>,丁述理<sup>2</sup>,徐博会<sup>2</sup>,任晓慧<sup>1</sup>

(1 河北工程大学 理学院,河北 邯郸 056038;2 河北工程大学 河北省资源勘测研究重点实验室,河北 邯郸 056038)

**摘要:**依据热力学和动力学分析,建立了声场作用下液体中一个气泡的运动模型。通过对运动方程的数值模拟,研究了液体中声压幅值、超声频率、空化核半径以及液体的密度、表面张力、动力粘度等因素对气泡运动的影响。

**关键词:**空化作用;超声;气泡运动

**中图分类号:**TV312

**文献标识码:**A

## Numerical simulation of cavitation bubble motion induced by ultrasound

ZHANG Hong<sup>1</sup>, DING Shu-li<sup>2</sup>, XU Bo-hui<sup>2</sup>, REN Xiao-hui<sup>1</sup>

(1 College of Science, Hebei University of Engineering, Hebei Handan 056038, China; 2 The Key Laboratory of Resource Exploration of Hebei Province, Hebei University of Engineering, Hebei Handan 056038, China)

**Abstract:** The dynamic model of a cavitation bubble in ultrasound field in liquid was established according to the analysis of thermodynamics and kinetics. The model equation was solved and the cavitation process was simulated, where the factors including the ultrasonic pressure amplitude, frequency, the initial bubble radius, the density of the liquid, the surface tension, dynamic viscosity were discussed.

**Key words:** cavitation; ultrasound; bubble dynamics

超声空化时,极短的时间内,在气泡的极小区域中将产生上千开尔文的高温、GPa 量级的高压、重力加速度十二次方的加速度以及强烈的冲击波和光辐射。这些物理效应将会改变或者加速改变物质的物理、化学或者生物的一些特性,因此超声被广泛用于医学、加工制造、化学等领域的研究<sup>[1-4]</sup>,并且很多技术已经得到大量应用。超声空化过程是一个非常复杂的物理过程,气泡在空间上分布广泛,而且也会随时间发生变化,同时在液体或者流体中空化泡会随时随地以任意形状产生,这些因素给空化过程的理论预测、实验测量等研究带来了极大的困难。随着光学测量技术的提高,人们对超声场中单个气泡的运动有了更深入的了解<sup>[5-6]</sup>,极大推动了理论研究的进展<sup>[7-9]</sup>。

本文根据热力学和运动学理论,对声场作用下液体中单个空化气泡的运动进行研究,分析得到更接近实际情况的声场中气泡壁运动模型。通过对超声场作用下液体中空化气泡的运动进行数

值模拟,分析了超声频率、声压幅值、气泡核尺寸、液体的表面张力和动力粘度等因素对空化气泡的影响,为功率超声在实验和工业中的应用提供理论指导。

### 1 理论框架

首先考虑气泡在静态液体中的情况。根据热力学分析,平衡状态时气泡的内外压强有如下关系:

$$p_b = p_0 + \frac{2\sigma}{R_0} \quad (1)$$

式中  $p_b$ 、 $p_0$  - 气泡内压强和环境压强; $\sigma$  - 液体表面张力; $R_0$  - 气泡的半径。

以一个大气压下水中的空气泡为例( $\sigma = 0.072 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ ,  $p_0 = 101 \text{ kPa}$ ),  $2\sigma/p_0 = 1.78 \text{ } \mu\text{m}$ , 因此研究半径在这个数量级上的气泡时,表面张力不可忽略。

在超声场中,由于气泡与液体有气体交换,水

蒸气会进入气泡,假设这部分气体压强为  $p_v$ ,空气部分压强  $p_g(t)$ ,静态平衡时压强为  $p_{g0}$ ,超声场中气泡的运动可以近似为绝热过程,则声场中气泡内的压强

$$p_b(t) = p_g(t) + p_v + \frac{2\sigma}{R(t)} = p_0 \left(\frac{R_0}{R}\right)^{3\gamma} + p_v + \frac{2\sigma}{R(t)} \quad (2)$$

式中  $\gamma$  - 气体的比热容比;  $R(t)$  - 动态气泡半径。声场作用下液体的压强

$$p(t) = p_0 - p_a \sin(\omega t) \quad (3)$$

式中  $p_a$  - 声压幅值;  $\omega = 2\pi f$  - 圆频率。

Lezzi 等人<sup>[10-11]</sup>通过严格推导,得出弹性液体中气泡运动的二阶近似,

$$R \frac{d^2 R}{dt^2} \left(1 - \frac{1}{c} \frac{dR}{dt}\right) + \frac{3}{2} \left(\frac{d^2 R}{dt^2}\right)^2 \left(1 - \frac{1}{3c} \frac{dR}{dt}\right) = \frac{1}{\rho} \left[ \left(1 + \frac{1}{c} \frac{dR}{dt} + \frac{R}{c} \frac{d}{dt}\right) (p_g - p(t)) - \frac{2\sigma}{R} - 4 \frac{\mu}{R} \frac{dR}{dt} \right] \quad (4)$$

式中  $c$  - 声波在液体中的传播速度;  $\rho$  - 液体密度;  $\mu$  - 液体的动力粘度。

由式(4)分析得到,当气泡半径与波长不可比拟即  $R_0 \ll c/f$  ( $f$  为频率) 时,液体可以近似为非弹性媒介。在 25℃ 水中传播的声波,声频为 100 kHz 时,  $c/f$  在 mm 量级。静态平衡气泡半径远小于这个数量级时,传播媒介可以认为是非弹性,这时气泡运动方程(4)可简化为

$$R \frac{d^2 R}{dt^2} + \frac{3}{2} \left(\frac{d^2 R}{dt^2}\right)^2 = \frac{1}{\rho} \left[ p_b(t) - \frac{2\sigma}{R} - 4 \frac{\mu}{R} \frac{dR}{dt} - p(t) \right] \quad (5)$$

## 2 结果和讨论

这里各参数选取如下:  $R_0 = 10 \mu\text{m}$ ,  $\gamma = 1.33$ ,  $\sigma = 0.072 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ ,  $p_0 = 101 \text{ kPa}$ ,  $\rho = 997 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ,  $\mu = 0.89 \text{ mPa} \cdot \text{s}$ ,  $p_v = 3.27 \text{ kPa}$ 。初始条件  $t = 0, R = R_0, dR/dt = 0$ 。图 1 给出的是 25℃ 纯净水、20

kHz 超声场作用下空化气泡随着声压幅值变化的曲线关系。图 1(a) 中声压幅值分别为  $0.8p_0, 1.0p_0, 1.5p_0, 2.0p_0$ , 纵坐标以初始气泡半径为单位,横坐标以声波周期为单位。可以看出,在  $0.8p_0$  的情况下,气泡产生振幅较小的高频膨胀和收缩运动,但是振动过程并没有出现气泡崩溃(气泡半径迅速减小到零)。声压幅值为  $1.0p_0$  的情况下,气泡同样做高频稳态振动,最初的四个振动周期中振幅较小,随着时间的延长振幅有所增加。在第一个振动周期,随着声压幅值的增加空化泡半径变化幅度显著增加,运动频率降低。由于超声振动周期并非气泡运动周期的整数倍,因此在超声振动第一个周期结束时由于气泡并未达到最小值,在下一个周期正压区将被继续拉伸,直到达到速度共振,气泡迅速膨胀到初始状态的数十倍,并在负压区作用下迅速崩溃。 $1.5p_0$  声压幅值下的气泡共振幅值大于  $2.0p_0$  下的共振幅值。图 1(b) 给出 5 声压幅值分别为  $5.0p_0, 10.0p_0, 20.0p_0, 40.0p_0$  的结果:随着声压幅值的继续增强,气泡的运动将由稳态空化过程转化为暂态过程,气泡膨胀的幅值也从初始气泡核的十几倍增加到几十倍甚至上百倍。在  $20.0p_0, 40.0p_0$  时,气泡膨胀过大以至于在一个声场振动周期中无法完成一个周期的变化,即在正压区幅值增强很大而在负压区时无法达到最小值,在下一个振动周期中继续增长直至最后崩溃。

图 2 给出的是 25℃ 纯净水中,声压幅值分别为  $1.0p_0, 1.5p_0$  的超声场作用下空化气泡随着超声频率变化的曲线关系。其它参数保持不变,超声频率分别为 10.0 kHz、20.0 kHz、40.0 kHz、60.0 kHz。图 2(a) 显示  $1.0p_0$  声压幅值下,第一个声场周期中频率变化对气泡空化效果的差别并不明显,除了气泡的第一幅值随着频率的增加而减小

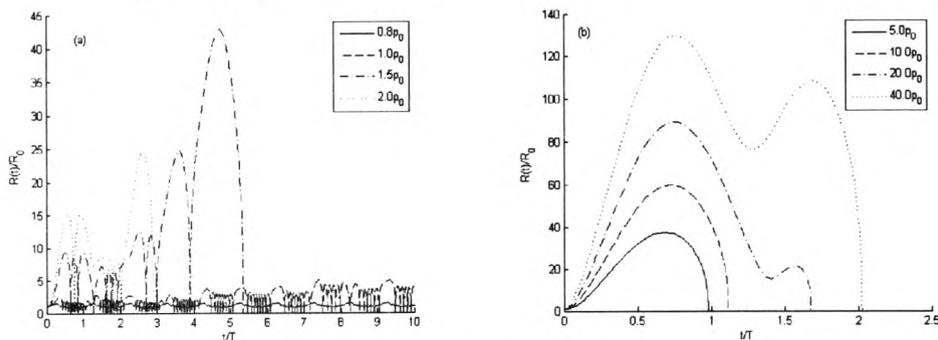


图1 不同声压幅值下气泡半径随时间的变化

Fig.1 The variation of the bubble radius versus time for different sound pressure amplitude

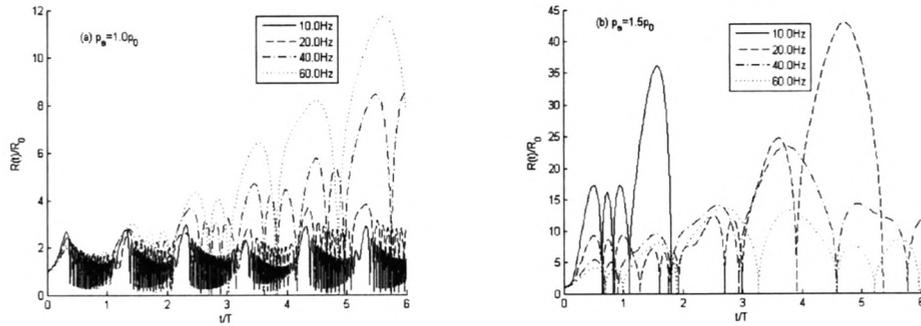


图2 不同声场频率下气泡半径随时间的变化

Fig.2 Changes of the bubble radius versus time for different sound frequency

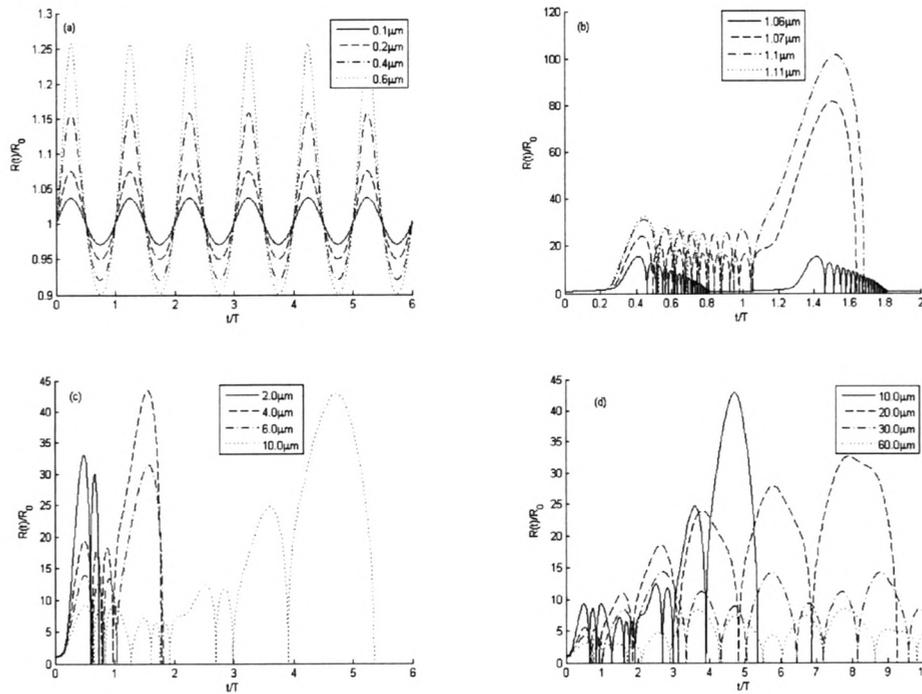


图3 不同初始半径时气泡半径随时间的变化

Fig.3 Changes of the bubble radius versus time for different initial radius

外,之后的振动过程中气泡膨胀幅值反而随着频率的增加而稍有增加。随着振动周期的延长,不同频率的声压产生的气泡振动幅值发生明显变化,较高频率的幅值增加明显。在 10.0 kHz 声场下声压作用 100 个周期时,气泡仍然处于稳态振动,并且幅值没有明显变化。而声频 20.0 kHz、40.0 kHz、60.0 kHz 的情形下,气泡分别在第 18、37 和 91 个超声振动周期中达到共振,而共振时气泡半径达到初始状态的 28 倍左右,振幅差别不大。图 2(b) 显示  $1.5p_0$  声压幅值的情形,与  $1.0p_0$  声压幅值时相比,气泡幅值大幅度提高,10.0 kHz 频率对应的第一个振动幅值由初始气泡核的 2.7 倍提高到 17.4 倍;振动频率明显降低。在第一个声场周期,气泡振动幅值随着频率的增加迅速降低,由 10.0 kHz 对应的初始气泡核的 18 倍左右降低到 60.0 kHz 时的 4 倍左右。随着作用时间的增

加,发现 10.0 kHz、20.0 kHz、40.0 kHz、60.0 kHz 四个振动频率的声场作用下气泡分别在第 2、6、14、37 个振动周期中达到共振,气泡半径的最大幅值分别为初始气泡核的 36、44、32、30 倍左右。由此可见,在一定声压幅值下,并非声频越低空化作用越好。

图 3 给出的是 25℃ 纯净水、频率 20.0 kHz、声压幅值  $1.5p_0$  的超声场作用下,不同初始气泡半径时气泡的运动曲线。图 3(a) 初始半径分别为 0.1 μm、0.2 μm、0.4 μm、0.6 μm。可以看出,气泡以初始半径作为平衡位置做振动频率跟声场频率相同的类简谐振动,这种振动幅值的不对称性随着气泡半径的增大而增大,振动幅值也随之有所增加。初始半径小于等于 1.05 μm 的气泡运动情况基本类似,最大气泡半径幅值也在初始半径两倍以内。图 3(b) 给出气泡初始半径分别为 1.06

$\mu\text{m}$ 、 $1.07 \mu\text{m}$ 、 $1.10 \mu\text{m}$ 、 $1.11 \mu\text{m}$ 。初始半径为  $1.06 \mu\text{m}$  的气泡不再做与声场同频运动,运动频率和最大幅值大幅提高,最大幅值能达到初始状态的 17 倍左右,且在每一个声场振动周期中的运动情况完全一样,气泡不会发生崩溃,一个声场周期结束气泡半径回复到初始状态。当气泡初始半径增加到  $1.07 \mu\text{m}$  时,气泡第一个幅值提高到 20 倍以上,并且与  $1.06 \mu\text{m}$  情况不同,在第二个声场周期中发生速度共振,达到最大幅值后迅速崩溃,最大幅值为初始气泡半径的 80 多倍。气泡初始半径增加到  $1.10 \mu\text{m}$  时,共振幅值达到 100 多倍,其它振动周期中幅值也维持在 30 倍左右。气泡初始半径  $1.11 \mu\text{m}$  时,与  $1.10 \mu\text{m}$  相比,虽然第一个振幅稍有增加,但在声场的第一个振动周期中持续了四个周期的振动后崩溃,并且没有发生速度共振。气泡初始半径继续增加直到  $4.0 \mu\text{m}$  重新出现共振峰,如图 3(c) 所示。气泡的第一个振动幅值随着气泡半径的增加而减小,但半径  $4.0 \mu\text{m}$  气泡的共振幅值要明显高于  $2.0 \mu\text{m}$ 、 $6.0 \mu\text{m}$  的共振幅值, $10.0 \mu\text{m}$  气泡的共振幅值与  $4.0 \mu\text{m}$  的接近。继续增加初始气泡半径直到  $50.0 \mu\text{m}$ ,发现随着气泡半径的增加,虽然气泡振动直至崩溃的时间延长, $10.0 \mu\text{m}$ 、 $20.0 \mu\text{m}$  的气泡分别第 6、10 个声场振动周期崩溃, $30.0 \mu\text{m}$  和  $50.0 \mu\text{m}$  均第 90 个振动周期崩溃,但是气泡共振幅值会随着半径的增加而降低。

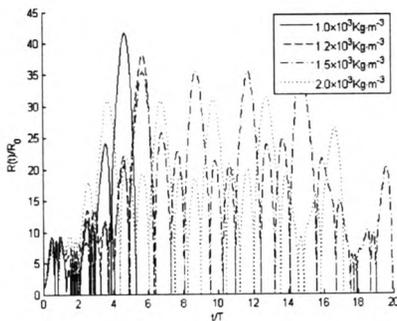


图4 不同液体密度时气泡半径随时间的变化

Fig.4 Changes of the bubble radius versus time for different liquid density

超声频率  $20.0 \text{ kHz}$ 、声压幅值  $1.5p_0$ 、空化泡初始半径  $R_0 = 10 \mu\text{m}$ ,液体密度分别为  $1.0 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ 、 $1.2 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ 、 $1.5 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ 、 $2.0 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ,其它参数保持不变,得到液体密度对空化效果影响的曲线,如图 4 所示。气泡膨胀最大幅值会随着液体密度的增加而减小,这是因为液体密度越大,气泡运动过程中受到的阻

力也就越大,相同超声作用下被拉伸的尺寸越小,同时相应的振动频率也会减小。

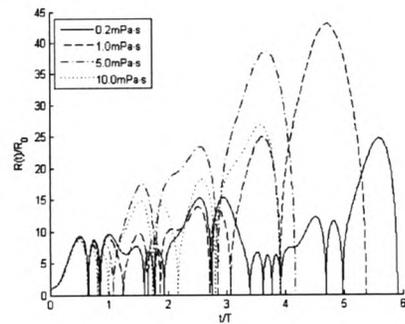


图5 不同液体动力粘度时气泡半径随时间的变化

Fig.5 Changes of the bubble radius versus time for different liquid dynamic viscosity

图 5 给出的是动力粘度对空化作用的影响,液体密度选取为  $1.0 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ,动力粘度分别为  $0.2 \text{ mPa} \cdot \text{s}$ 、 $1.0 \text{ mPa} \cdot \text{s}$ 、 $5.0 \text{ mPa} \cdot \text{s}$ 、 $10.0 \text{ mPa} \cdot \text{s}$ ,其它参数保持不变。与液体密度的影响类似,在第一个声场振动周期中显示,动力粘度对空化影响不大,随运动粘度的增加空化气泡半径幅值稍有减小。由于前一个周期气泡并没有完全减小到最小,在接下来的正压区被再度拉伸,结果使得空化泡半径的幅值陡增。与液体密度影响不同的是,气泡最大幅值与动力粘度之间出现非线性的关系,动力粘度为  $1.0 \text{ mPa} \cdot \text{s}$  时气泡振动幅值最大,可达到初始气泡半径的 40 多倍,是动力粘度  $0.2 \text{ mPa} \cdot \text{s}$  液体中对应幅值的两倍。

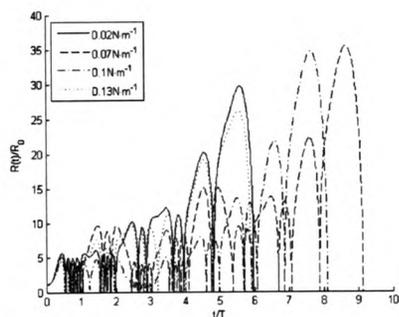


图6 不同液体表面张力时气泡半径随时间的变化

Fig.6 Changes of the bubble radius versus time for different liquid surface tension

图 6 给出了液体密度为  $1.0 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ 、动力粘度为  $1.0 \text{ mPa} \cdot \text{s}$  情况下,表面张力分别为  $0.02 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ 、 $0.07 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ 、 $0.1 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ 、 $0.14 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$  时,气泡半径随时间的变化情况。同样气泡最大幅值与液体表面张力之间呈现非线性关系,在  $0.07 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ 、 $0.1 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$  时幅值达到初始半

径的35倍多,而 $0.14 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ 时最大幅值为初始半径的26倍,表面张力为 $0.02 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ 时,气泡最大幅值也可达到初始半径的30倍左右。整体来说,表面张力对空化作用的影响并不十分明显。

### 3 结论

1) 较低的声压幅值只会引起气泡壁的振动不会产生气泡崩溃;声压幅值的增加可以增强气泡运动的剧烈程度,增强空化效果。

2) 一定声压幅值下,声频不是越低空化效果越好,而是某一范围的声频才能达到最佳效果。

3) 初始气泡半径对空化效应影响明显:气泡太小不会产生空化,太大空化效果也不理想,一定条件下,对应一个最理想气泡初始半径。

4) 液体的密度、动力粘度和表面张力都会对气泡运动产生一定影响,表面张力的影响不大。在具体的超声空化应用中,可以根据实际的实验参数,调整声压频率、声压幅值,通过向液体中充气或者脱气控制气泡初始半径,以期在最低能耗下达到最佳的空化效果。

### 参考文献:

- [1] JENDERKA K V, KOCH C. Investigation of spatial distribution of sound field parameters in ultrasound cleaning baths under the influence of cavitation[J]. *Ultrasonics*, 2006, 44: 401 - 406.
- [2] AMARENDRA H J, CHAUDHARI G P, NATH S K. How acoustic cavitation can improve adhesion [J]. *Ultrasonics*, 2012, 52(7): 905 - 911.
- [3] DUNNING J, MOURAD F, BARBERO M, et al. Bilateral and multiple cavitation sounds during upper cervical thrust manipulation [J]. *BMC Musculoskeletal Disorders*, 2013, 14(1): 1 - 12.
- [4] DUMITRASH P G, BOLOGA M K, KUCHUK T V, et al. Cavitation technologies for dispergation and homogenization[J]. *Surface Engineering and Applied Electrochemistry*, 2009, 45(4): 342 - 346.
- [5] GAITAN D F, CRUM L A, CHURCH C C, et al. Sonoluminescence and bubble dynamics for a single, stable, cavitation bubble[J]. *Journal of the Acoustical Society of America*, 1992, 91(6): 3166 - 3183.
- [6] MCNAMARA W B, DIDENKO Y T, SUSLICK K S. Sonoluminescence temperatures during multi - bubble cavitation[J]. *Nature*, 1999, 401: 772 - 775.
- [7] LAUTERBORN W, KURZ T, METTIN R, et al. Experimental and theoretical bubble dynamics[J]. *Advanced in Chemical Physics*, 1999, 110: 295 - 380.
- [8] ADAM BROTHIE, FRANZ GRIESER, MUTHUPANDIAN ASHOKKUMAR. Characterization of acoustic cavitation bubbles in different sound fields [J]. *The Journal of Physical Chemistry. B*, 2010, 114 (34): 11010 - 11016.
- [9] LIN H, STOREY B D, SZERI A J. Inertially driven inhomogeneities in violently collapsing bubbles: the validity of the Rayleigh - Plesset equation. [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2002, 452(10): 145 - 162.
- [10] LEZZI A, PROSPERETTI A. Bubble dynamics in a compressible liquid. Part 2. Second - order theory[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1987, 185: 289 - 321.
- [11] PROSPERETTI A, HAO Y. Modelling of spherical gas bubble oscillations and sonoluminescence[J]. *Philosophical Transactions of the Royal Society London A*, 1999, 357: 203 - 223.

(责任编辑 刘存英)