

堤坝 Forchheimer 型非达西渗流场特性分析

王成华,殷忠平,李军

(天津大学 建筑工程学院,天津 300072)

摘要:以 Forchheimer 型非达西渗流为研究对象,建立坝体的研究计算模型,研究高次方项对非达西渗流分析的影响,讨论并总结 Forchheimer 型非达西渗流随参数 b 的变化规律。结果表明:在对 Forchheimer 型非达西渗流场分析求解时,高次方项对流量的影响最为显著;在参数 b 达到真实值前,高次方项对水头及水力梯度求解的影响较为显著;但当 b 达到真实值后,高次方项对水头及水力梯度的求解并无显著影响。

关键词:非达西渗流;数值解法;Forchheimer 型;高次方项

中图分类号:TU457

文献标识码:A

Analysis of the characteristics of Forchheimer's Non-Darcian flow fields of earth dams

WANG Cheng-hua, YIN Zhong-ping, LI Jun

(School of Civil Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: In hydraulic and civil engineering, gradually actual seepage analyses exceed the upper limit of Darcy's law. More and more problems should be considered on the influence of non-Darcy flow. The mechanism and numerical solution of non-Darcian flow were discussed in this paper. Then, the Forchheimer's non-Darcy flow was regarded as the research object to establish calculation model of dam. The high ordered item was studied for the influence of non-Darcy flow analysis. The law of Forchheimer's non-Darcian flow based on the variation of parameter b was discussed and summarized. The importance of non-Darcian flow analysis and the further research direction were proposed.

Key words: non-Darcian flow; numerical solution; Forchheimer type; high ordered item

在水利、土木工程的实际渗流分析中,超出达西定律上限的现象逐渐增多,如:在水利工程中过堆石坝渗流、大型江河的截流等工程中一般均会出现超出达西上限的非达西渗流^[1-3];在建筑工程中,随着大量高层、高耸建筑物和结构物的逐渐增多,深大基坑的开挖也逐渐增多,而如何有效地对其进行支护以及防降水设计研究也越来越受到重视,这其中就包括应如何考虑非达西渗流的影响问题。目前,在工程实践中大多直接采用 Forchheimer 方程作为非达西渗流的本构方程,用于分析工程中的渗流问题^[4-5],但对 Forchheimer 方程中高次方项的影响问题研究较少。

本文以 Forchheimer 型非达西渗流($i = av + bv^2$)为研究对象,研究并总结了其高次方项对非达西渗流分析的影响问题,以期对非达西渗流有进一步的认识,从而为实际工程中非达西渗流场的求解提供一定的理论基础。

1 非达西渗流产生的机理

众所周知,达西定律为:

$$v = ki \quad (1)$$

其中, v 为渗流速度; k 为渗透系数; i 为水力梯度。

达西渗透定律是在特定水力条件下的实验结果。因此,其有特定的适用范围,即存在适用范围

的上限。

达西定律的上限常用临界雷诺数来表示^[6-8],由于颗粒形状及其排列等不同对实验结果的影响还没有一个确切的分界点,得出的结论相差较大。不少学者提出达西定律成立的上限,即临界雷诺数 R_c 在 1~10 之间,而大部分学者观察到紊流开始的雷诺数在 60~150 之间,这表明即使在层流状态也有可能出现非达西流动状况。

Scheidegger 在总结他对高流速、大雷诺数区域渗流运动的讨论中指出,相应于流动分区的极限雷诺数有两个,第一个对应层流区内由粘滞力为主的状态过渡到惯性力不可忽视的状态,第二个则对应于转变为惯性力为主的紊流区,但它们都不能得出通用值。他认为对土中渗流而言,这种状况的根本原因在于: R_c 相同时,流态也相同,这一结论是缺乏物理基础的,因此得出的多种关系式仅适用于特定的介质,仅对解决这类特定介质工程问题有用。

对于大雷诺数出现的非达西渗流机制,以前是用开始出现紊流来解释。但是,如上所述,许多实验结果表明,开始偏离达西定律的 $R_c = 1 \sim 10$,可见并不是紊流的因素^[8]。还有的学者试图用土中孔隙大小的不均匀性来解释,认为大孔隙先进入紊流,此时小孔隙仍是层流状态,但也不能有效地解释这种观点分歧。为此,一些研究者如 Lindquist、Schneebeli、Hubbert、Scheidegger 等将偏离达西定律解释为惯性力的作用。因为在小雷诺数时以粘滞力为主,惯性力可忽略不计;而在大雷诺数时惯性力已达到不可忽略的程度了,惯性力是与速度的平方成正比的,且与液体粘滞度无关。此外,有的学者还尝试用流动分离现象来解释偏离达西定律的现象。这种分离现象是在大雷诺数条件下,孔隙空间中的流动发生分散或弯曲的微小点处的惯性力造成的。

从以上论述可得,对非达西渗流出现的机理研究还存在很多问题,仍然需要进一步研究和解决,但对于达西定律的上限分界点,即临界雷诺数 R_c 一般认为在 1~10 之间。

2 非达西渗流控制方程与定解条件

2.1 二维稳定渗流基本方程

在超出达西定律上限的非达西渗流研究中,应用较多的是 Forchheimer 型非达西渗流,即:

$$i = av + bv^2 \quad (2)$$

式中, i 为水力梯度; v 为渗透速度; a 、 b 是由多孔介质和流体的性质以及水流条件决定的系数。

当不考虑固体骨架的变形以及固体颗粒和流体的压缩性时,稳定渗流场的连续性方程可表示为:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + S = 0 \quad (3)$$

式中, v_x 、 v_y 分别为渗流速度 v 在 x 、 y 方向上的分量; S 为源汇项。

非达西稳定渗流基本微分方程为:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial H}{\partial y} \right) + S = 0 \quad (4)$$

式中, K_x 、 K_y 分别为 x 、 y 方向上的渗透系数。

2.2 定解条件

非达西渗流定解条件与达西渗流定解条件是类似的,即一般可分为边界条件和初始条件,而边界条件一般又可分为第一类边界条件与第二类边界条件及混合边界条件。

3 非达西渗流有限元分析方法

在进行非达西渗流有限元分析时,采用 Forchheimer 型非达西渗流^[9-13]分析。由公式(2)可得,当 $b \neq 0$ 时,采用进行直接迭代计算求解的渗透系数为:

$$\begin{aligned} K &= \left\{ -a/2b + \left[(a/2b)^2 + b^{-1} |H_s| \right]^{1/2} \right\} |H_s|^{-1} \\ &= \left\{ -a/2b + \left[(a/2b)^2 + b^{-1} (H_x^2 + H_y^2)^{1/2} \right]^{1/2} \right\} \\ &\quad \times (H_x^2 + H_y^2)^{-1/2} \end{aligned} \quad (5)$$

根据变分原理^[14-15],方程(4)的泛函表达式为:

$$\begin{aligned} E(H) &= \iint_{\Omega} -\frac{a}{2b} (H_x^2 + H_y^2)^{1/2} + \\ &\quad \frac{2}{3} b \left[\left(\frac{a}{2b} \right)^2 + \frac{1}{b} (H_x^2 + H_y^2)^{1/2} \right]^{3/2} - \\ &\quad SH dx dy - \iint_{\Gamma_2} q H ds \end{aligned} \quad (6)$$

式中, q 为边界上单位面积上的流入流出水量。

如采用等参单元进行有限元分析计算,由于 H 是 $E(H)$ 的极小函数,则有:

$$\frac{\partial E(H)}{\partial H_j} = \frac{\partial}{\partial H_j} \sum_{k=1}^M E^e(H) = \sum_{k=1}^M \frac{\partial E^e(H)}{\partial H_j} = 0 \quad (7)$$

式中 $j=1, 2, \dots, n$, n 为未知水头结点总数; M 为单元总数。

在单元 e 上经过有限元分析可得到:

$$\left\{ \frac{\partial E^e(H)}{\partial H_j^e} \right\} = [d]^e [H]^e - \{f\}^e \quad (8)$$

式中, $[d]^e$ 为单元渗透矩阵,

$$\{f\} = S^e \iint_{r_2 \cap c_e} N_j dx dy + \int_{r_2 \cap c_e} q N_j ds \quad (9)$$

对整个计算域,将各个单元的方程组装成整体渗透方程组,得:

$$[D] \{H\} = \{Q\} \quad (10)$$

式中, $[D]$ 为总渗透矩阵; $\{H\}$ 为未知结点水头; $\{Q\}$ 为结点已知流量。

对于上式由于渗透系数 K 不仅取决于介质和流体的性质,同时也是待求水头 H 的函数。上面给出的是运用直接迭代法(全量法)来进行求解的方法。同样也可应用非线性有限元的增量法,全

量法或是混合法来进行计算^[16-18]。

4 算例分析

为了探讨在符合 Forchheimer 型渗透问题中,即在 $i = av + bv^2$ 中,第二项对渗流计算的影响,即参数 b 的变化对土体渗流计算的影响,本文编制了均质土中二维非达西稳定渗流求解程序。算例采用上游水位 4 m,下游水位 0 m,坝顶宽度为 3 m,坝底宽度为 17 m,坝高 5 m 的均质土梯形坝体断面,有限元网格划分如图 1,原始渗透参数 $a = 0.01047 \text{ s/cm}$, $b = 0.01272 (\text{s/cm})^2$,算例的计算对比结果如下图 2~图 7,参数变化对照见表 1。

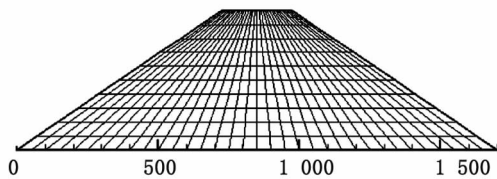


图1 有限元网格划分图

Fig.1 The finite element mesh

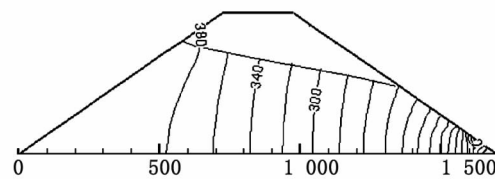


图2 $b'=0$ 水头分布

Fig.2 Hydraulic head distribution of $b'=0b$

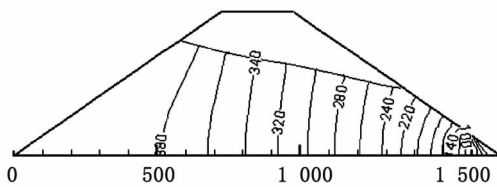


图3 $b'=0.01b$ 水头分布

Fig.3 Hydraulic head distribution of $b'=0.01b$

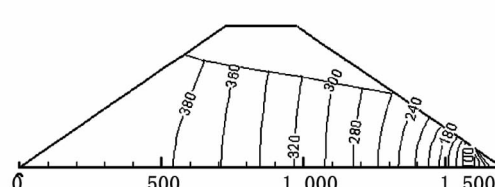


图4 $b'=0.1b$ 水头分布

Fig.4 Hydraulic head distribution of $b'=0.1b$

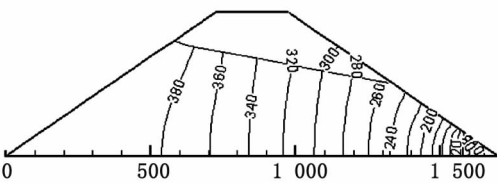


图5 $b'=b$ 水头分布

Fig.5 Hydraulic head distribution of $b'=b$

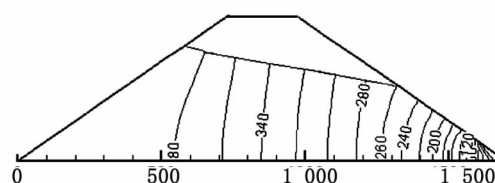


图6 $b'=10b$ 水头分布

Fig.6 Hydraulic head distribution of $b'=10b$

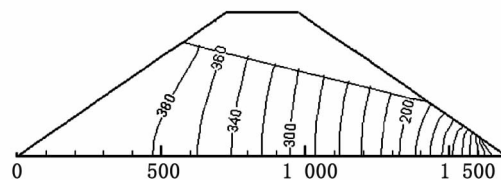


图7 $b'=100b$ 水头分布

Fig.7 Hydraulic head distribution of $b'=100b$

表1 参数变化对照表

Tab. 1 Contrast of parameter variation

b'	0	0.01 <i>b</i>	0.1 <i>b</i>	<i>b</i>	10 <i>b</i>	100 <i>b</i>
溢出点高度/cm	174	231	239	252	257	258
水力梯度最大值	1.9	2.2	2.4	2.6	2.6	2.6
流量/cm ³ ·s ⁻¹	2 400	1 661	803	300	100	32

对 Forchheimer 型非达西渗流中的高次方项对非达西渗流分析影响的探讨,可得出:

(1)随着参数 b 的不断增大(0~1.272),计算所得的溢出点高度随之升高(174~258 cm),但当达到实际的 b 值之后,随后的继续增大对水头计算影响并不显著。

(2)随着参数 b 的不断增大,水力梯度计算所得最大值逐渐增大(1.9~2.6),但如同水头计算,在 b 达到真实值之后,随着 b 值的增大,水力梯度值并无显著改变。

(3)在渗流量计算方面,则随着参数 b 的不断扩大,渗流量不断减小(2 400~32 cm³/s),改变极为显著,即使是 b 达到实际值之后也是如此,即 b 值的改变对渗流量计算的影响最为显著,出现这种现象的原因是在非达西渗流分析中,渗透系数 k 不仅取决于土体和流体的性质,而且是水头的函数所造成的。在 Forchheimer 型公式中随着参数 b 的不断增大,渗流曲线 $i = av + bv^2$ 将逐渐偏向 i 轴,这将导致即使在同一水头下,计算所得的渗流量将不断减小。

5 结论

1)在对 Forchheimer 型非达西渗流场分析求解时,高次方项对流量的影响最为显著。

2)在参数 b 达到真实值前,高次方项对水头及水力梯度求解的影响较为显著;但当 b 达到真实值后,高次方项对水头及水力梯度的求解并无显著影响。

3)在对比考虑高次方项与不考虑高次方项,即依据达西渗流与依据非达西渗流计算可得到:两者计算所得的流量、水头、水力梯度等均差别较大,进而可以看出进行非达西渗流分析的必要性。

4)上述研究是建立在均质土中的稳定渗流的基础上的,而实际岩土体一般为非均质土,并且一般为非稳定渗流,因此有必要对非达西渗流做进一步的深入研究。

参考文献:

[1]肖焕雄,孙志禹,鞠连义.过水堆石围堰溢-渗流规律

的研究与计算[J].人民长江,1994,25(10):11-15.

[2]陈伟锋,肖焕雄.截流戗堤的渗漏分析及其计算[J].武汉大学学报:工学版,2001,34(5):12-20.

[3]邱贤德,阎宗岭,姚本军,等.堆石体渗透特性的试验研究[J].四川大学学报:工程科学版,2003,35(2):6-9.

[4]许凯,雷学文,孟庆山,等.非达西渗流惯性系数研究[J].岩石力学与工程学报,2012,31(1):164-170.

[5]王媛,秦峰,夏志皓,等.深埋隧洞涌水预测非达西流模型及数值模拟[J].岩石力学与工程学报,2012,31(9):1862-1868.

[6]黄文熙.土的工程性质[M].北京:水利电力出版社,1984.

[7]苑莲菊,李振全,武胜中,等.工程渗流力学及应用[M].北京:中国建材工业出版社,2001.

[8]贝尔.多孔介质流体动力学[M].李竞生,陈崇希译.北京:中国建筑工业出版社,1983.

[9]柴军瑞.地下水非达西渗流分析[J].勘察科学技术,2002(1):25-27.

[10]柴军瑞.坝基非达西渗流分析[J].水电能源科学,2001,19(4):1-3.

[11]代群力.地下水非线性流动模拟[J].水文地质工程地质,2000,27(2):50-55.

[12]胡去劣.过水堆石体渗流及其模型相似[J].岩土工程学报,1993,15(4):47-51.

[13]薛禹群,谢春红.水文地质学的数值法[M].北京:煤炭工业出版社,1980.

[14]朱伯芳.有限单元法原理与应用[M].2版.北京:中国水利水电出版社,1998.

[15]王勖成,邵敏.有限单元法基本原理与数值方法[M].北京:清华大学出版社,1988.

[16]宋天霞,邹时智,杨文兵.非线性结构的有限元计算[M].武汉:华中理工大学出版社,1996.

[17]李庆扬.非线性方程组的数值解法[M].北京:科学出版社,1987.

[18]王德人.非线性方程组的解法与最优化方法[M].北京:人民教育出版社,1979.

(责任编辑 王利君)