

文章编号:1673-9469(2016)03-0043-05

doi:10.3969/j.issn.1673-9469.2016.03.009

基于斯宾塞法的边坡地震荷载可靠度分析

丁强¹, 孙树林², 李方³, 张德恒⁴

(1. 河海大学 地球科学与工程学院, 江苏 南京 210098; 2. 南京高等职业技术学院,
江苏 南京 210035; 3. 南京工程学院 建筑学院, 江苏 南京 210067)

摘要:针对边坡稳定性影响因素的不确定性,基于斯宾塞法,考虑多个参数对边坡稳定性影响的随机性,提出边坡稳定性可靠度分析的随机变量联合分布法。文中定义土体内摩擦角 φ 、粘聚力 c 、容重 γ 为具有正态分布函数的随机变量以及水平地震系数 k_h 为具有指数分布函数的随机变量,调用MATLAB中的正态分布函数和指数分布函数,构建地震条件下可靠度模型,分析各参数的敏感度对安全性系数的影响,其结果表明土坡中内摩擦角对边坡影响最大。

关键词:可靠度;联合分布法;敏感度分析;地震荷载;斯宾塞法

中图分类号:TU973

文献标识码:A

Seismic load based on spencer method of slope reliability analysis

DING QIANG¹, SUN SHU-lin¹, LI FANG¹², ZHANG DE-heng¹³

(1. Department of geology and engineering, Hohai University, Nanjing210098, China; 2. Nanjing higher vocational schools, Nanjing210035, China; 3. department of architecture, Nanjing Engineering Institute, Nanjing211167, China)

Abstract: For slope stability influence factors of uncertainty, this article is based on spencer method, considering the effects of several parameters on the slope stability are random, reliability analysis of the slope stability is put forward method of joint distribution of random variables. Soil in this paper, we define the internal friction Angle, cohesive force, the bulk density for a normal distribution function of random variable and the coefficient of horizontal seismic with exponential distribution function of random variable, called the normal distribution function and exponential function in MATLAB to build under the condition of seismic reliability model, analysis the influence of the sensitivity of the parameters on the safety coefficient, the results show that the slope Angle of internal friction in the biggest influence on side slope.

Key words: degree of reliability, joint distribution, sensitivity analysis, seismic load, Spencer

地震荷载作用下边坡的稳定性分析是土工和地球环境研究领域十分关心的问题。国内外主要的地震边坡稳定性分析方法有:拟静力法、Newmark 滑块分析法、有限元方法、快速拉格朗日法、振动台模拟试验、离心机试验等^[1-2]。拟静力法简单实用,在地震边坡分析中得到广泛应用,主要基于三个基本假定:(1) 边坡为绝对刚性体,地基的加速度和边坡的加速度一致;(2) 拟静力不变;(3) 边坡失稳是唯一的破坏方式,并且只是在安全系数小于1的情况下才发生。然而,大多数边

坡实际是变形体而非刚体,H. B. Seed 经过长期研究指出拟静力法的不足^[3]。边坡的稳定性主要取决于岩土的物理力学性质、外部荷载及破坏模式等因素,由于边坡工程条件的复杂性、岩土体材料的离散性、试验条件的限制等因素的影响,将边坡工程的不确定性划分为三类:(1) 物理不确定性,反映边坡岩土体固有的参数变异性;(2) 模型不确定性,源于计算模型或计算方法的不同;(3) 统计不确定性,由试验样本容量、样本数据和量测误差产生。本文旨在分析岩土体固有的参数变异

收稿日期:2016-05-09

基金项目:教育部留学回国人员科研启动基金(教外司留[2007]1108);河海大学水文水资源与水利工程科学国家重点实验室开放研究基金项目(2005408911)

作者简介:丁强(1990-),男,江西新余人,硕士,主要从事岩土工程可靠度和风险分析方面的研究。

性,提出以概率论和可靠度理论为基础的可靠度分析方法,对边坡的稳定性进行评价。国内外主要的边坡可靠度分析方法有:一次二阶矩法(常用的分析方法包括中心点法和验算点法)、点估计法、蒙特卡罗方法、响应面法、解析法等^[4-6]。本文提出一种边坡可靠度分析的解析法,基于边坡稳定分析斯宾塞法,定义土体内摩擦角 φ 、粘聚力 c 、容重 γ 为具有正态分布的随机变量函数,由拟静力法将地震惯性力等效为水平向和铅直方向的速度,水平和铅直方向的拟静力荷载的大小分别用水平地震系数 k_h 和竖向地震系数 k_v 表示,竖向地震力近似取水平地震力。地震惯性力在量级和方向上具有一定的波动性,定义 k_h 为具有指数分布的随机变量函数,构建地震荷载作用下边坡可靠度模型,并和蒙特卡罗模拟的结果对比分析,验证该方法的可行性。

1 基于斯宾塞法的土坡稳定性分析

土条上作用力如图 1 所示,土条间的作用力 P_i 与其法向分力 E_i 间的夹角为 θ 。斯宾塞法假定:①各土条间的作用力互相平行,夹角 θ 为常量;②土条两侧条间力的合力 $\Delta P = P_{i+1} - P_i$,作用在土条底面。

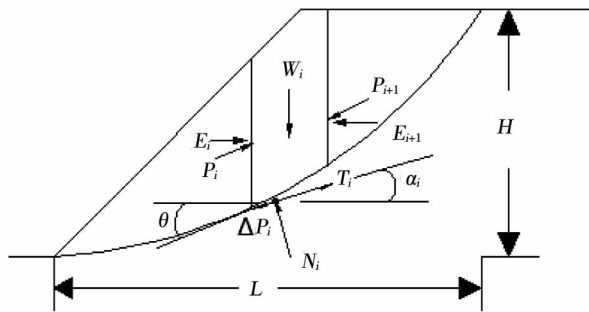


图 1 斯宾塞法土条上力的分析

Fig.1 Analysis on the soil of the force based on spenser method

建立土条底面法向和切向的力平衡方程,可解得土条上条间力的合力,即

$$P_{i+1} - P_i = \frac{\frac{cb}{F_s} \sec \alpha_i + \frac{\tan \varphi}{F_s} W_i \cos \alpha_i - W_i \sin \alpha_i}{\cos(\alpha_i - \theta) \left[1 + \frac{\tan \varphi}{F_s} \tan(\alpha_i - \theta) \right]} \quad (1)$$

条间力 P_i 对整个滑动体来说是内力,是成对出现的,对于整个土体,各土条条间力合力的总和为零,土条重度 $W_i = r \cdot b_i \cdot h_i$, b_i 和 h_i 分别为土条宽和高。

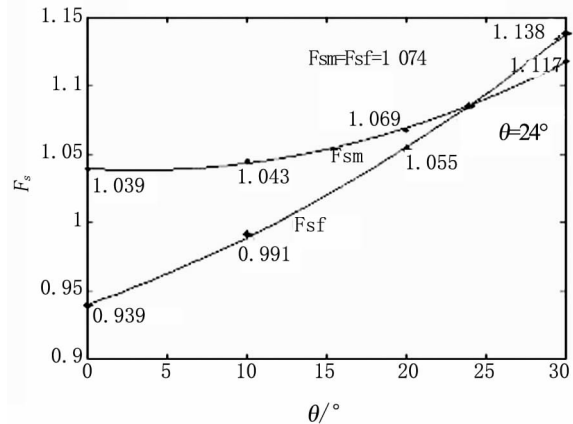


图 2 F_s - θ 关系曲线

Fig.2 F_s - θ relation curve

建立总体力矩平衡方程

$$\sum (P_i - P_{i+1}) \cos(\alpha_i - \theta) R = 0 \quad (2)$$

力臂 R 对各土条都相同,可提到积分号外,对计算没有影响。

选择若干 θ 值,对各 θ 值,由 $\sum (P_{i+1} - P_i) = 0$,求得满足力平衡的安全系数以 F_{sf} 表示;又用式(2)求 F_s ,满足整体力矩平衡的安全系数以 F_{sm} 表示。找出 $F_{sm} = F_{sf}$ 所对应的 θ 值,及其对应的 F_s ,即为所求的安全系数,如图 2 所示。

2 拟静力法地震荷载边坡稳定性分析

地震作用下,边坡受到水平向和竖直向的地震力,瑞典条分法加入地震力的安全系数公式可得水平和竖向地震力作用下:

$$F_s = \frac{\sum (c \cdot b \cdot \sec \alpha_i + \tan \varphi \cdot \cos \alpha_i \cdot (W_i + \frac{1}{3} k_h \cdot \varepsilon \cdot \partial_i \cdot W_i))}{\sum (W_i \cdot \sin \alpha_i + \frac{1}{3} k_h \cdot \varepsilon \cdot \partial_i \cdot W_i)} \quad (3)$$

式中, F_s 为边坡安全性系数, k_h 为水平向地震系数, ε 为动力效应折减系数, ∂_i 为地震加速度分布数^[7]。

3 基于斯宾塞法的地震边坡可靠度分析方法

3.1 地震边坡随机性分析

(1) 随机参数函数假定

定义四个输入变量为随机变量,描述边坡稳定的不确定性。 c 、 φ 、 γ 为正态概率密度函数,水平地震系数 k_h 为指数概率密度函数。

$$f_c(c) = \frac{1}{\sigma_c \sqrt{2\pi}} \exp\left(-0.5 \left(\frac{c - c_{\text{mean}}}{\sigma_c}\right)^2\right)$$

$$f_{\varphi}(\varphi) = \frac{1}{\sigma_{\varphi} \sqrt{2\pi}} \exp\left(-0.5 \left(\frac{\varphi - \varphi_{\text{mean}}}{\sigma_{\varphi}}\right)^2\right)$$

$$f_{\gamma}(\gamma) = \frac{1}{\sigma_{\gamma} \sqrt{2\pi}} \exp\left(-0.5 \left(\frac{\gamma - \gamma_{\text{mean}}}{\sigma_{\gamma}}\right)^2\right)$$

$$f_{k_h}(k_h) = \frac{\exp(-k_h/k_{h_{\text{mean}}})}{k_{h_{\text{mean}}} (\exp(-k_{h_{\text{mean}}}/k_{h_{\text{mean}}}) - \exp(-k_h/k_{h_{\text{mean}}}))}$$
(4)

输入变量的初始值需满足条件: $\varphi_{\text{mean}} - 4\sigma > 0$ 、 $c_{\text{mean}} > 0$ 、 $\gamma_{\text{mean}} - 4\sigma_{\gamma} > 0$; 取值范围 99.994% 包含在正态密度曲线下, 需满足条件 $c_{\text{min}} \leq c \leq c_{\text{max}} \leq c_{\text{min}} = c_{\text{mean}} - 4\sigma_c$, $c_{\text{max}} = c_{\text{mean}} + 4\sigma_c$. 同理可得 φ, γ 需满足的取值关系式。^[8]

(2) 总应力作用下边坡可靠度分析

引用瑞典条分法安全系数公式, 考虑输入变量 c, φ, γ 为满足正态分布的随机变量, 其余的边坡几何变量为常数, 即 b_i, h_i 和 $\sin\alpha_i$ 都是常量, 土体重量 $W = b \cdot h \cdot \gamma$, 分析总应力作用下的边坡稳定性^[9]:

$$FS = \frac{k_1 + k_2 \cdot k_3 \cdot a}{k_3 \cdot b} \quad (5)$$

式中 $k_1 = c, k_2 = \tan\varphi, k_3 = \gamma, a = h \cdot \cos^2\alpha, b = h \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha$;

由式(4)可知变量 k_1, k_2, k_3 的分布函数为:

$$f_{k_1}(k_1) = \frac{1}{\sigma_c \sqrt{2\pi}} \exp\left(-0.5 \left(\frac{k_1 - c_{\text{mean}}}{\sigma_c}\right)^2\right)$$

$$k_{1_{\text{min}}} = c_{\text{min}}, c_{\text{min}} \leq k_1 \leq c_{\text{max}}, k_{1_{\text{max}}} = c_{\text{max}} \quad (6)$$

$$f_{k_2}(k_2) = f_{\varphi}(\tan^{-1}(k_2)) \left| \frac{d}{dk_2}(\tan^{-1}(k_2)) \right| =$$

$$\frac{\exp\left(-0.5 \left(\frac{\tan^{-1}(k_2) - \varphi_{\text{mean}}}{\sigma_{\varphi}}\right)^2\right)}{(1 + k_2^2) \cdot \sqrt{2\pi} \cdot \sigma_{\varphi}}$$

$$k_{2_{\text{min}}} = \tan(\varphi_{\text{min}}), \tan(\varphi_{\text{min}}) \leq k_2 \leq \tan(\varphi_{\text{max}}),$$

$$k_{2_{\text{max}}} = \tan(\varphi_{\text{max}}) \quad (7)$$

$$f_{k_3}(k_3) = \frac{1}{\sigma_{\gamma} \sqrt{2\pi}} \exp\left(-0.5 \left(\frac{k_3 - \gamma_{\text{mean}}}{\sigma_{\gamma}}\right)^2\right)$$

$$k_{3_{\text{min}}} = \gamma_{\text{min}}, \gamma_{\text{min}} \leq k_3 \leq \gamma_{\text{max}}, k_{3_{\text{max}}} = \gamma_{\text{max}} \quad (8)$$

构建变量 u, v, w 与 k_1, k_2, k_3 之间的关系, 推导多个随机变量条件下, 安全性系数的概率密度函数:

$$\begin{cases} u = FS = g_1(k_1, k_2, k_3) = \frac{k_1 + k_2 \cdot k_3 \cdot a}{k_3 \cdot b} \\ v = g_2(k_1, k_2, k_3) = k_1 \\ w = g_3(k_1, k_2, k_3) = k_2 \end{cases} \quad (9)$$

由式(9)可推知变量 k_1, k_2, k_3 的表达式为:

$$\begin{cases} k_1 = h_1(u, v, w) = v \\ k_2 = h_2(u, v, w) = v \\ k_3 = h_3(u, v, w) = \frac{v}{b \cdot u - w \cdot a} \end{cases} \quad (10)$$

由式(5)和(10)可推知, u 的概率密度函数可由 k_1, k_2 共同表示出:

$$f_{u,v,w}(u, v, w) = |J(u, v, w)| \cdot f_{k_1, k_2, k_3}(h_1(u, v, w), h_2(u, v, w), h_3(u, v, w)) \quad (11)$$

$$J(u, v, w) = \begin{vmatrix} \frac{\partial k_1}{\partial u} & \frac{\partial k_1}{\partial v} & \frac{\partial k_1}{\partial w} \\ \frac{\partial k_2}{\partial u} & \frac{\partial k_2}{\partial v} & \frac{\partial k_2}{\partial w} \\ \frac{\partial k_3}{\partial u} & \frac{\partial k_3}{\partial v} & \frac{\partial k_3}{\partial w} \end{vmatrix} \quad (12)$$

u 的概率密度函数, 即 FS 的概率密度函数为:

$$f_U(u) = \int_{a_2}^{\beta_2} \int_{a_1}^{\beta_1} f_{u,v,w}(u, v, w) dv dw \quad (13)$$

$$\begin{cases} a_1 = \max[k_{1_{\text{min}}}, (u \cdot b - w \cdot a) \cdot k_{3_{\text{min}}}] \\ \beta_1 = \min[k_{1_{\text{max}}}, (u \cdot b - w \cdot a) \cdot k_{3_{\text{max}}}] \\ a_2 = \max\left[k_{2_{\text{min}}}, \frac{u \cdot k_{3_{\text{min}}} \cdot b - v}{k_{3_{\text{min}}} \cdot a}\right] \\ \beta_2 = \min\left[k_{2_{\text{max}}}, \frac{u \cdot k_{3_{\text{max}}} \cdot b - v}{k_{3_{\text{max}}} \cdot a}\right] \end{cases}$$

由式(9)中定义可知, FS 的函数区间为:

$$g_1(k_{1_{\text{min}}}, k_{2_{\text{min}}}, k_{3_{\text{min}}}) \leq u = FS \leq (k_{1_{\text{max}}}, k_{2_{\text{max}}}, k_{3_{\text{min}}}) \quad (14)$$

(3) 地震作用力下边坡可靠度分析

地震作用下的可靠度分析: c, φ, γ 为服从正态分布的随机变量, 水平地震系数 k_h 为服从指数分布的随机变量, 边坡的其余变量为常量, 即 $a_i, \partial_i, b_i, h_i$ 和 ε 均为常数^[10], 由式(3)可知:

$$FS = \frac{\frac{k_1}{k_3} \cdot a + k_2 \cdot (1 + k_4 \cdot b)}{d + k_4 \cdot b} \quad (15)$$

式中 $k_1 = c, k_2 = \tan\varphi, k_3 = \gamma, k_4 = k_h, a = \frac{1}{\cos\alpha \cdot h}$,

$b = \frac{1}{3} \cdot \varepsilon \cdot \partial, d = \sin\alpha$; 构建变量 u, v, w, z , 与 $k_1,$

k_2, k_3, k_4 之间的关系:

$$\begin{cases} u = FS = g_1(k_1, k_2, k_3, k_4) \\ \quad = \frac{\frac{k_1}{k_3} \cdot a + k_2 \cdot (1 + k_4 \cdot b)}{d + k_4 \cdot b} \\ v = g_2(k_1, k_2, k_3, k_4) = k_1 \\ w = g_3(k_1, k_2, k_3, k_4) = k_2 \\ z = g_4(k_1, k_2, k_3, k_4) = k_3 \end{cases} \quad (16)$$

可得 FS 的概率密度函数为:

$$f_U(u) = \int_{a_3}^{\beta_3} \int_{a_2}^{\beta_2} \int_{a_1}^{\beta_1} f_{U,V,W,Z}(u,v,w,z) dv dw dz \quad (17)$$

FS 的函数区间为:

$$g_1(k_{1min}, k_{2min}, k_{3max}, k_{4max}) \leq u = FS \leq g_1(k_{1max}, k_{2max}, k_{3min}, k_{4min}) \quad (18)$$

3.2 地震边坡可靠度分析模型

由式(5)至(18)可以分别得到总应力和地震条件下 $f_U(u)$ 的概率密度分布函数,即安全性系数 FS 的概率密度函数功能函数,结构可靠度可表示为:

$$\text{可靠度 } \beta = \frac{E(FS) - 1}{\sigma(FS)} \quad (19)$$

式中, β 为边坡可靠度指数, $E(FS)$ 为安全性系数的均值, σ 为安全性系数的标准差^[11]。

4 算例

表 1 呈指数分布的随机参数

Tab. 1 Exponential distribution of random variables

参数	λ	最小值	最大值	平均值	标准差
k_h	10	0.05	0.25	0.118 7	0.05

表 2 呈对数分布的随机变量

Tab. 2 logarithmic distribution of random variables

参数	平均值	标准差	最大值	最小值
$\phi/^\circ$	20	3	32	8
$\gamma/\text{kN} \cdot \text{m}^{-3}$	18	1	22	14
$c/\text{kN} \cdot \text{m}^{-3}$	15	3	27	3

本文以 Johari A^[8] 中的边坡土体参数为例,初始输入参数的随机特性见表 1 和表 2,坡高 H 和坡长 L 均为 10 m。由图 2 可知斯宾塞法边坡分析中满足整体力矩和力的平衡的安全性系数,将其作为式(5)至(18)计算的初始安全系数,调用 matlab 函数 normpdf 和 normcdf,推得安全性系数的概率分布函数,得到地震条件和总应力条件下的概率密度曲线(图 3)和累积概率密度函数曲线(图 4),推知总应力地震条件下边坡的可靠度指数更小,失效概率更大。

结合失效概率的定义,假定安全性系数满足对数正态分布,可计算出总应力条件下失效概率为 0.29%,变异系数为 9.6%,地震条件下失效概率为 0.33%,变异系数为 16%。

由图 5 可知,同样的输入参数用蒙特卡洛模拟总应力条件下的边坡稳定,随机数为 5 000 时,失效概率 0.28%,变异系数为 26%,与本文提出的随机变量分布法所得结果近似,所以本文提出的方法是合理的,且相比蒙特卡洛模拟需要更高

数量级的样本数提高精度,此法具有一定优越性^[9-11]。

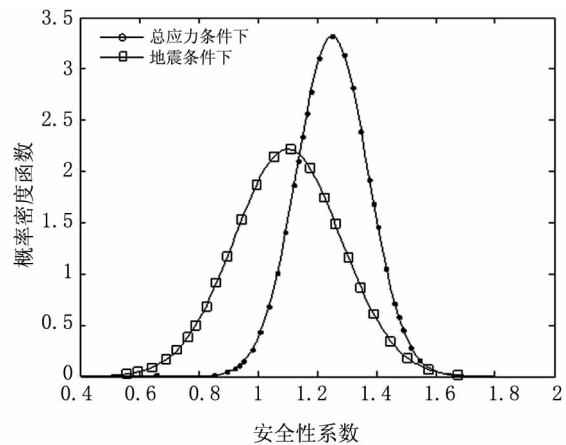


图 3 总应力和地震条件下概率密度函数曲线

Fig. 3 Under the condition of total stress and earthquake probability density function curve

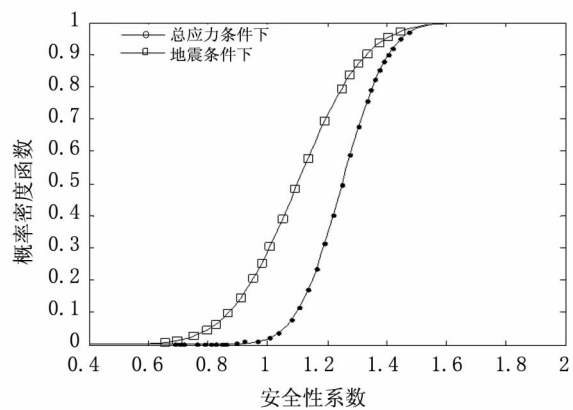


图 4 总应力和地震条件下累积概率密度函数曲线

Fig. 4 Under the condition of total stress and seismic cumulative probability density function curve

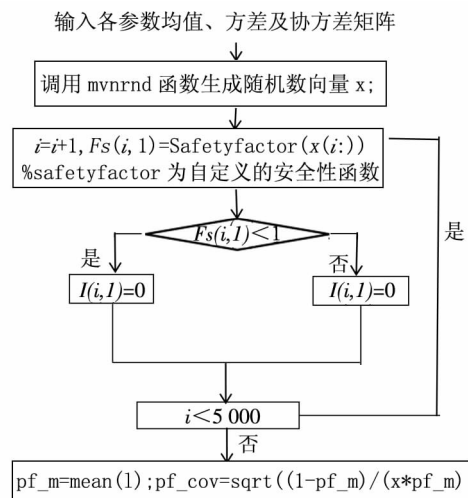


图 5 蒙特卡洛模拟计算流程图

Fig. 5 Monte carlo simulation calculation flow chart

为进一步论证提出可靠度模型的稳定性,对各参数进行敏感度分析,分析其对边坡稳定性的影响程度。如图6中所示,各参数概率密度函数pdf分别叠加6次,每次叠加幅度为 $1 * \text{std}/3$ 即 $1/3$ 标准差,结果表明,控制其他变量保持不变,分析单一变量的变化,土体重度 γ 和水平地震系数 k_h 值的增大,使边坡可靠度增加,内摩擦角 φ 和粘聚力 c 增加,使边坡可靠度减小,且 φ 的影响程度更大,所以参数 φ 对边坡的影响最大^[12]。

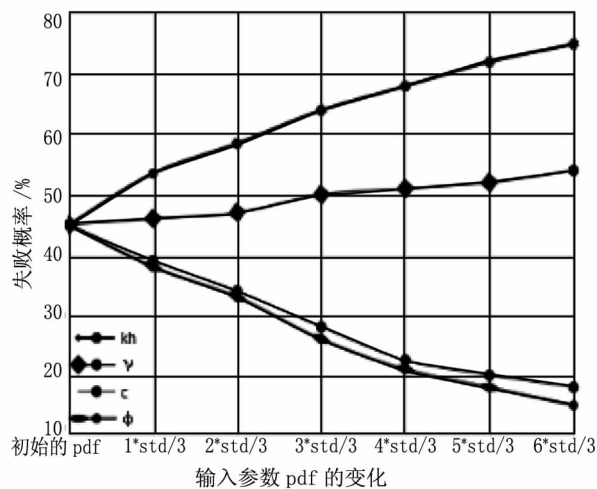


图6 各土体参数的敏感性分析

Fig.6 Sensitivity analysis of soil parameters

5 结论

基于地震边坡稳定性分析的斯宾塞法,提出土体参数 c 、 φ 、 γ 和水平地震系数 k_h 为随机变量的多变量联合分布法,考虑其余土体几何参量和相关地震参量为常数,分析总应力和地震两种条件下,边坡稳定的可靠度。

通过matlab程序,得到边坡安全性系数的概率分布曲线,和蒙特卡洛模拟得到的结果近似,表明所提出方法是合理的,且相比蒙特卡洛法需要

更高的样本数提高精度,本文提出的方法具有一定优越性。参数敏感性分析的结果显示,内摩擦角 φ 对边坡的影响最大。

参考文献:

- [1] 罗红明,唐辉明,胡斌,等.考虑地震力的刚体极限平衡法及其工程应用[J].岩石力学与工程学报,2007,26(Z1):3590-3595.
- [2] 刘杰,李建林,张玉灯,等.基于拟静力法的大岗山坝肩边坡地震工况稳定性分析[J].岩石力学与工程学报,2009,28(8):1562-1570.
- [3] SEED H B. Stability of earth and rockfill dams during earthquakes[C]//Embankment-dam Engineering(Casagrand Volume). New York: John Wiley and Sons, Inc., 1973:239-269.
- [4] 高谦. 土木工程可靠性理论及其应用[M]. 北京:中国建材工业出版社,2007:5-14.
- [5] 张璐璐. 岩土工程可靠度理论[M]. 上海:同济大学出版社,2011:47-58.
- [6] 张继周,缪林昌,刘峰. 岩土参数的不确定性及其统计方法[J]. 岩土力学,2008,28(6):669-673.
- [7] 殷宗泽,土工原理[M]. 北京:中国水利水电出版社,2007:410-455.
- [8] JOHARI A, JAVADI AA. Reliability assessment of infinite slope stability using the jointly distributed random variables method[J]. Sci Iran, 2012, 19(3):423-429.
- [9] 张秀勇,花剑岚,杨洪祥. 基于可靠度的黄河下游堤防工程渗流稳定分析[J]. 河海大学学报:自然科学版, 2011, 39(5):536-540.
- [10] 李典庆,周创兵,陈益峰,等. 边坡可靠度分析的随机响应面法及程序实现[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, 29(8):1513-1523.
- [11] 许英姿,余宏明,唐辉明. 蒙特卡罗法在某厂区土坡稳定性评价中的应用[J]. 水文地质工程地质, 2002(2):49-52.

(责任编辑 李军)