

文章编号:1673-9469(2016)04-0017-05

doi:10.3969/j.issn.1673-9469.2016.04.005

非饱和土坡中平均有效饱和度分布模拟

许长辉¹,孙树林¹,李方^{1,2},张德恒^{1,3}

(1. 河海大学 地球科学与工程学院,江苏 南京 211100;2. 南京工程高等职业学校,
江苏 南京 210035;3. 南京工程学院 建筑学院,江苏 南京 211167)

摘要:由于直接测定土水特征曲线存在成本高、繁杂、费时等缺点,采用经验公式法预测土水特征曲线越来越受到重视。在非饱和多孔介质中,流体的运动特征主要表现为流体进入和填充孔隙过程中,水的传输和存储量的变化。可以运用 *COMSOL Multiphysics* 软件中的 *Richard* 方程接口,解决二维非饱和流问题。用该软件模拟非饱和土中的平均有效饱和度分布,预测土坡内和传感器周围的平均有效饱和度,并与实际情况进行对比分析,其结果具有一定的工程实践研究意义。

关键词:土-水特征曲线;Richrad 方程;平均有效饱和度

中图分类号:TU43

文献标识码:A

Simulation of average effective saturation distribution in unsaturated soil slope

XU Changhui¹, SUN Shulin¹, LI Fang^{1,2}, ZHANG Deheng^{1,3}

(1. College of Earth Sciences and Engineering, Hohai University, Jiangsu Nanjing 211100, China;2. Jiangsu Nanjing Engineering Vocational College, Jiangsu Nanjing 210035, China;3. Department of Architecture Civil Engineering, Nanjing Institute of Technology, Jiangsu Nanjing 211167, China)

Abstract: The common methods to directly determinate the soil water characteristic curve have the shortcomings of high cost, complicated and time-consuming. So the empirical formula method to predict soil water characteristic curve is more and more accounted. The main movement characteristics of fluid are the changes of water transport and storage in the process of entering and filling the pore in unsaturated porous media. This problem can be soled by using Richard equation in *COMSOL Multiphysics*. The distribution of unsaturated soil average effective saturation was simulated and the average effective saturation in the soil and around sensor was forecasted. The simulation is compared with the actual situation and the results have practical significance.

Key words: soil - water characteristic curve; Richrad equation; average effective saturation

影响土质边坡稳定的因素很多,其中水是诱发滑坡最常见的外因。地球表面分布的土由于气候原因,大部分是非饱和土,非饱和土与饱和土最主要的区别在于土中存在负孔隙水压力,负的孔隙水压力在土体中会产生基质吸力。基质吸力的存在加大了土颗粒间的压力,使土的抗剪强度增大,这对保持土坡的稳定起着重要的作用^[1]。然而在非饱和土中的基质吸力很容易受外界环境

变化的影响,其中影响最大的是含水量的变化。

非饱和土中的基质吸力或压力水头和含水率之间有一定的对应关系,这种关系称为土水特征曲线^[2]。由于直接测定土水特征曲线存在成本高、繁杂、费时等缺点,采用经验公式法预测土水特征曲线越来越受到重视。在土水分特征曲线经验模型中,Brooks - Corey (BC) (Brooks and Corey, 1964)模型^[3]和 van Genuchten (VG) (van Genucht-

收稿日期:2016-05-24

基金项目:河海大学国家重点实验室开放研究基金项目(2005408911);留学回国人员科研基金资助项目(20071108)

作者简介:许长辉(1990-),男,福建莆田人,硕士,研究方向为环境工程地质。

en,1980)模型^[4]是广泛应用的两种。在描述非饱和和多孔介质中流体的运动特征时,一个主要的问题是确定在流体进入和填充孔隙过程中,水的传输和存储量的变化,而这些数据的获得往往是很困难的^[5]。此外,在土的吸水和脱水的过程中,往往出现明显的非线性。Richard 方程接口提供了一个界面,该界面可自动给出在渗流过程中基于VG或BC方程的材料参数和土水特征曲线^[6]。本文运用COMSOL Multiphysics软件模拟非饱和土中的平均饱和度分布,来预测土体内和传感器周围的平均饱和度。

1 土水特征曲线模型简介

土-水特征曲线描述了土体吸力与含水量之间的关系,它主要受土的质地、结构、干容重、温度等影响。此外,土的膨胀收缩、吸附性离子的种类和数量等因素也影响土水分特征曲线。由于影响因素较多,且关系复杂,目前尚不能从理论上推求土的基质势与含水量之间的关系,一般常用经验公式或简单模型表示^[7-10]。

Brooks and Corey 模型可表示为:

$$\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \left(\frac{h_d}{h} \right)^\lambda \quad (1)$$

Van Genuchten 模型可表示为:

$$\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \left(\frac{1}{1 + (ah)^n} \right)^m \quad (2)$$

式中: θ 为体积含水量(cm^3/cm^3); θ_r 为滞留含水量(cm^3/cm^3); θ_s 为饱和含水量(cm^3/cm^3), h 为土的吸力(cm), h_d 为土的进气吸力(cm); λ 、 a 、 m 、 n 为拟合参数, $m = 1 - 1/n$ 。由式(1)和式(2)可知,当土处于饱和状态时,式(1)中土的吸力 h 等于进气吸力,式(2)中土的吸力 h 等于零。从这种意义上讲,Brooks - Corey 模型更符合脱湿曲线,而van Genuchten 模型更符合吸湿曲线。但由于两种模型在实际应用中各具特点,如Brooks - Corey 模型形式简单,便于推求描述土水运动模型和确定土的水分运动参数的简单方法,而van Genuchten 模型适用土的质地范围比较宽,同时可以使饱和土的吸力为0,符合吸湿过程中土的吸力变化特点^[11]。因此两模型在实际应用中并没有严格区别脱湿和吸湿过程。同时Brooks - Corey 模型与van Genuchten 模型也可以进行简单转化,如果省略van Genuchten 模型等式右边分母项中1,式(2)就可变为式(1)。

2 分析模型的定义

设想在两个非饱和土坡中,土体均匀但彼此类型不同,土中各插入三个不透水传感器。要获得传感器周围的水量重分布情况和整个区域的饱和度分布,并判断与实际情况的差异。

问题设置如下,两个不同土样组成的均质非饱和土坡,截面积均为直角梯形,底边边长分别为1 m和2 m,高为2 m。土样1的水力学特性符合van Genuchten 公式,土样2的材料特性满足Brooks - Corey 公式。每个土坡内三个不透水棒,半径均为0.1 m。杆之间的间距为0.5 m,杆的轴线平行于土样的中心线,如图1所示。不透水棒设置完毕后,压力水头仍是均匀的,水在压力作用下开始向下渗流。由于所有的垂直切片是相同的,所以可选取一个横截面,模拟15 min内流场的变化情况。

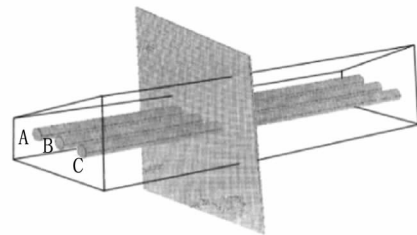


图1 埋置三个不透水棒的土坡(阴影部分表示垂直截面)

Fig.1 Soil slope embedded three impervious sticks (shaded area is vertical section)

3 控制方程与模型数据

因为土中的气压等于大气压力,所以只使用Richard 方程就可以描述土中的饱和 - 非饱和流问题。模型的控制方程为

$$[C + S_e S] \frac{\partial H_p}{\partial t} + \nabla \cdot [-K \nabla (H_p + D)] = 0 \quad (3)$$

式中,压力水头 H_p (m)为因变量, C 表示容积比湿度(m^{-1}), S_e 是有效饱和度, S 是储水系数(m^{-1}), t 为时间, K 为渗透系数(m/s), D 表示垂直方向的坐标(m)。方程式不显含水的体积分量 θ ,但它是一个依赖于 H_p 的数值。因为 C 、 S_e 和 K 伴随 H_p 和 θ 的变化而变化,因此该过程是一个非线性的过程。

方程的第一项说明在饱和 - 非饱和状态下,储水量会随时间变化而变化。当孔隙完全被水充满时,就会对流体和空隙空间产生轻微压力。容

积比湿度可以表示为

$$C = \frac{\partial \theta}{\partial H_p} \quad (4)$$

它描述了含水量体积随水压力的变化关系。储水系数表示饱和状态下,随孔隙的压缩和膨胀,储水量的变化。为了模拟储水系数,本比例使用了比存储选项

$$S = \rho_f g (x_p + \theta x_f) \quad (5)$$

式中, ρ_f 表示流体密度 (kg/m^3), g 是重力加速度, χ_p 和 χ_f 表示固体颗粒和流体的压缩率

($\text{m} \cdot \text{s}^2/\text{kg}$)。VG 和 BC 公式可以描述 C 、 S_e 、 K 、 θ 随 H_p 变化而变化的关系,前提条件是 θ_s 和 θ_r , 以及其他定义岩土介质性质的常数 α 、 n 、 m 和 l 已知。在 VG 方程中假定当流体的压力等与大气压力时,土为饱和状态,为了得到该问题的解答,必须指定初始条件和边界条件。最初,试样有相同的压力水头 H_{p0} 。边界条件如表 1 所示。其中 n 是垂直于边界的单位向量。

模型其他参数如表 2 所示。

表 1 边界条件设定

Tab. 1 Boundary condition

边界条件	描述
$n \cdot [-K \nabla (H_p + D)]$	$\partial\Omega$ 土坡边界
$n \cdot [-K \nabla (H_p + D)]$	$\partial\Omega$ 传感器边界
$H_p = H_{p0}$	$\partial\Omega$ 土坡中初始压力水头
$H_p = H_{p0}$	$\partial\Omega$ 土坡表面初始压力水头

表 2 VG 模型和 BC 模型参数

Tab. 2 Parameters of VG and BC

变量	描述	VG 模型	BC 模型
$g/(\text{m} \cdot \text{s}^{-2})$	重力加速度	9.82	9.82
$\rho_f/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	流体密度	1 000	1 000
$\chi_p/(\text{m} \cdot \text{s}^2 \cdot \text{kg}^{-1})$	土样压缩率	10^{-8}	10^{-8}
$\chi_f/(\text{m} \cdot \text{s}^2 \cdot \text{kg}^{-1})$	流体压缩率	4.4×10^{-10}	4.4×10^{-10}
$K_s/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	饱和和渗透系数	8.25×10^{-8}	5.83×10^{-5}
θ_s	饱和液体体积分数	0.43	0.417
θ_r	残余液体体积分数	0.045	0.02
α/m^{-1}	经验拟合参数 α	14.5	13.8
n	经验拟合参数 n	2.68	0.592
m	经验拟合参数 m	$1 - 1/n$	
l	经验拟合参数 l	0.5	1
H_{p0}/m	土坡边界水头	-0.06	-0.2
H_{p0}/m	土坡中初始孔隙压力水头	-0.06	-0.2

4 土坡内平均饱和度分布的数值模拟

COMSOL Multiphysics 是一个专业的有限元数值分析软件,是对基于偏微分方程的多物理场模型进行建模和仿真计算的交互式环境开发系统。亚利桑那大学水文与水资源学院的 Andrew Hinnell、Alex Furman 和 Ty Ferre 三位学者^[12-13]是最早利用 COMSOL Multiphysics 软件中的 PDE 接口,成功模拟灌溉过程中土中饱和度的分布和变化过程的学者。在 COMSOL Multiphysics 软件中创建一个二维非饱和流物理场,选择 Richard 方程接口,将两个土样参数分别输入模型中,开始模拟便可得到在相同条件下,两个不同土坡的有效饱和度、压力水头和流速的分布。通过软件模拟可以

分别得到每个时间点的压力、流速和有效饱和度的分布情况图,这里我们选择 15 分钟时来分析。

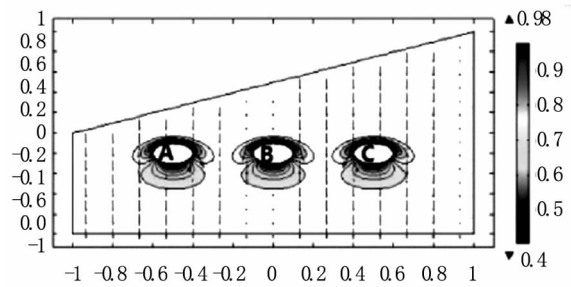


图 2 土坡 1 在第 15 分钟时的有效饱和度、水头和流速分布
Fig. 2 Distribution of effective saturation, water head and flow rate in soil slope 1

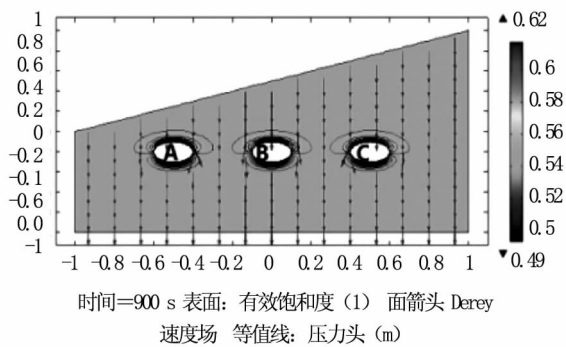


图3 土坡2在第15分钟时的有效饱和度和水头和流速分布

Fig.3 Distribution of effective saturation, water head and flow rate in soil slope 2

从图2和图3中可以看出,棒周围的流场发生了明显的变化,而其他部分变化基本上是均匀的。土坡1和土坡2的棒周围压力在15分钟后的分布有明显的不同。土坡1中棒上部压力较大,但土坡2中棒周围的压力更为集中,表明土坡2的渗透能力更差一些。

图4显示了棒-土边界处,在0、60、300、600、900 s时,有效饱和度的分布。角坐标 $(-180^\circ, 0^\circ)$ 和 $(0^\circ, 180^\circ)$ 分别对应于边界的上、下两部分。在该图中,实线和虚线分别表示土坡1和土坡2的分析结果。有效饱和度的图形初始值为一条水平线。可见,棒上侧的土体比棒下侧的土体要湿润一些。随着时间的推移上侧的有效饱和度逐渐增大,同时下侧部分区域的有效饱和度也在增大。因此,该棒周围边界处最终会完全湿润。

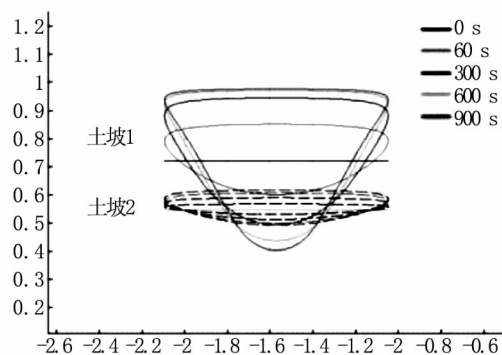


图4 土坡1(实线)土坡2(虚线)中棒B周围的有效饱和度

Fig.4 Effective saturation around stick B

图5为对棒边界上土的平均饱和度与整个土试样的平均饱和度进行对比的结果图。图中散点表示棒周围不同位置处的有效饱和度。其中,圆圈散点区域对应于土坡1,方框散点区域对应于土坡2。图中上半部分的深色实线,表示土坡1中棒

周围的平均有效饱和度;而下半部分的深色实线,则表示土坡2中棒周围的平均有效饱和度。对应的两条浅色水平线则分别表示土坡的平均饱和度和。由此可见,棒周围图的有效饱和度是逐渐增大的,而土坡的平均饱和度却保持不变。对于土坡1,不透水棒对饱和度的影响更为明显。这是因为土坡1的渗透系数更高,在短时间含水量变化更快,因而其饱和度变化比土坡2更为明显。

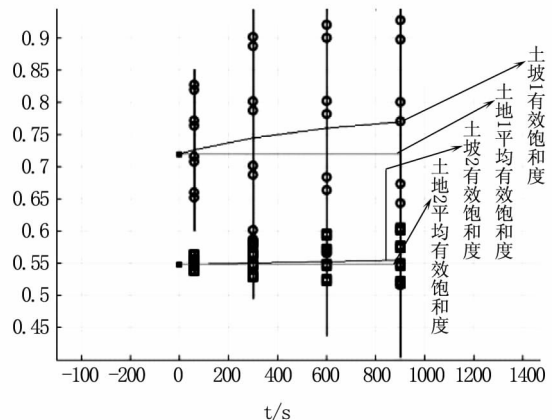


图5 土坡1和土坡2中不透水传感器周围土的有效饱和度与整个试样的平均有效饱和度对比

Fig.5 Comparison of average effective saturation of whole sample and the sensors in soil slope 1 and 2

5 结论

1)通过本文的建模分析可以发现,在相同条件下,不同的非饱和土中饱和度的变化与其渗透系数是有关的。

2)渗透系数大的土中,有效饱和度随时间的变化比渗透系数小的土要大。

3)本文模型还发现在模拟过程中,土坡的平均有效饱和度一直保持不变,而棒周围的平均有效饱和度是随时间逐渐增大的。这是因为在棒的周围发生了流场的变化,棒周围的压力场也在随时间变化,导致棒周围的平均有效饱和度也随时间增大。

参考文献:

- [1]李荣建,于玉贞.非饱和土边坡稳定分析方法探讨[J].岩土力学,2007,28(10):2061-2064.
- [2]陈辉,韦昌富.非饱和土土-水特征曲线预估方法研究[J].岩土力学,2013,34(1):128-132.
- [3]BROOKS R H, COREY A T. Hydraulic properties of porous media[J]. Colorado States University Hydrol. Paper, 1964(3):1-27.

- [4] VAN GENUCHTEN R. Predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils [J]. Soil Sci. Soc. Am. J., 1980(44): 892 - 898.
- [5] 武海霞, 张铮, 王洪义. 东北黑土区非饱和土壤水分运动数值模拟研究[J]. 河北工程大学学报: 自然科学版, 2010, 27(2): 60 - 62.
- [6] MUKHLISIN M, BAIDILLAH M R. Effect of soil hydraulic Properties model on slope stability analysis based on strength reduction method. [J]. Journal of the Geological Society of India, 2014, 83(5): 586 - 594.
- [7] 范严伟, 邓燕, 王波雷. 土壤水分特征曲线 VG 模型参数求解对比研究[J]. 人民黄河, 2008, 30(5): 49 - 50.
- [8] 彭建平, 邵爱军. 基于 Matlab 方法确定 VG 模型参数 [J]. 水文地质工程地质, 2006, 6(7): 25 - 28.
- [9] 伊盼盼, 牛圣宽, 柳燕子. 非饱和土的土水特征曲线测试方法研究 [J]. 中国农村水利水电, 2016(1): 125 - 128.
- [10] 李峰, 缴锡云. 田间土壤水分特征曲线参数反演 [J]. 河海大学学报: 自然科学版, 2009, 37(4): 374 - 377.
- [11] 刘小文, 叶云雪. 不同和影响因素下非饱和红土土 - 水特征曲线的实验研究 [J]. 水文地质工程地质, 2015, 42(2): 97 - 104.
- [12] TH, M, VAN GENUCHTEN. A closed - form equation for predicting the hydraulic of conductivity of unsaturated soils. [J]. Soil Sci. Soc. Am. J., 1980(44): 892 - 898.
- [13] BROOKS R. H, COREY A. T. PROPER properties of porous media affecting fluid flow [J]. J. Irrig. Drainage Div., ASCE Proc, 1966, 72(2): 61 - 88.

(责任编辑 李军)

(上接第 13 页) 裂缝处于稳定状态, 结构处于安全状态, 即本文所推导式(11)合理且有实际意义。

4 结论

基于最大应力准则和最大主应变准则, 利用功的叠加原理, 推导出线弹性条件下 I - II - III 复合型裂缝 K 与 G 的关系。并对推导出的关系式进行了退化分析, 验证了公式的合理性。利用有限元软件建立带有中心穿透缝的板模型, 用有限元软件中计算所得的应力强度因子 K_I 、 K_{II} 、 K_{III} 代入推导所得的公式中计算出能量释放率 $G_{I-II-III}^{公式}$, 通过公式计算得到的 $G_{I-II-III}^{公式}$ 与有限元软件中得到的能量释放率 $G_{I-II-III}^{有限元}$ 进行比较, $G_{I-II-III}^{有限元}$ 与 $G_{I-II-III}^{公式}$ 之间的相对误差为 1.14%, 小于 5%, 表明本文推导的 I - II - III 复合型裂缝应力强度因子 K_I 、 K_{II} 、 K_{III} 与能量释放率 $G_{I-II-III}$ 的合理性。

参考文献:

- [1] 王铎. 断裂力学 [M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业出版社, 1989.
- [2] 吴京. 复合型裂缝应力强度因子和能量释放率的关系 [J]. 济南大学学报: 自然科学版, 2014, 28(6): 425 - 428.
- [3] 刘梦和. I - II 复合型裂缝应力强度因子和应变能释放率的关系 [J]. 水利水电科技进展, 2012, 32(6): 31 - 33.
- [4] 邵兵. 空间复合型裂缝的性能参数 [J]. 水利水电科技进展, 2012, 32(5): 52 - 55.
- [5] KAPLAN M. F. Crack propagation and the fracture of concrete [J]. Journal of the American Concrete Institute, 1961, 58(5): 591 - 610.
- [6] RICE J. R. Limitations to the small scale yielding approximation for crack tip plasticity [J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1974, 22(1): 17 - 26.
- [7] 赵建生. 断裂力学及断裂物理 [M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2003.
- [8] 洪启超. 工程断裂力学基础 [M]. 上海: 上海交通大学出版社, 1987.
- [9] 吴智敏. 混凝土断裂韧度及临界裂缝尖端张开位移——基于虚拟裂缝模型的分析 [J]. 三峡大学学报: 自然科学版, 2002, 24(1): 29 - 34.

(责任编辑 李军)