文章编号:1673-9469(2018)02-0039-05

doi:10.3969/j.issn.1673-9469.2018.02.009

考虑张裂缝的地震边坡屈服加速度计算方法研究

王虎^{1,2},周云东^{1,2},张书涵^{1,2},王迪¹,Ali H Mahfouz³

(1. 河海大学 土木与交通学院,江苏南京 210000; 2. 河海大学 岩土力学与堤坝工程教育部重点实验室,江苏南京 210000; 3. 苏伊士大学 石油与矿业工程学院,埃及 苏伊士 43721)

摘要: 传统边坡地震稳定性分析方法鲜有考虑土体拉裂破坏引起的张裂缝。基于极限平衡-拟静 力法建立了水平地震力和竖向地震力作用下的力与力矩平衡方程,运用变分理论获得其临界破坏 面及其对应的正应力分布,考虑土体没有抗拉强度建立考虑张裂缝的地震边坡屈服加速度的闭合 解答。张裂缝的出现会显著降低地震边坡的稳定性,对于垂直边坡将达到50%。当边坡坡度较大时, 坚向地震力向下作用获得的屈服加速度更小,当边坡坡度较小时,坚向地震力向上作用获得的屈 服加速度更小。

关键词:张裂缝;边坡稳定性;地震;极限平衡法;滑动面 中图分类号:TU435 文献标志码:A

Computation method of yield acceleration of seismic slope with tension crack

WANG Hu^{1, 2}, ZHOU Yundong^{1, 2}, ZHANG Shuhan^{1, 2}, WANG Di¹, Ali H Mahfouz²
(1.College of Civil and Transportation Engineering, Hohai University, Nanjing 210000, China, 2.Key Laboratory of Education for Geomechanics and Embankment Engineering, Hohai University, Nanjing 210000, China, 3.Faculty of Petroleum and Mining Engineering, Suez University, Suez-Egypt 43721)

Abstract: According to the existing investigation of seismic slope failure, tension cracks occur easily at the top of the slope which seriously affects the stability of the slope. However, the traditional stability analysis of seismic slope seldom considers tension cracks caused by soil fracture. In this paper, the equilibrium equation of force and moment is established based on the limit equilibrium-pseudo static method. The critical failure surface and its corresponding normal stress distribution are obtained by variational method. A closed form solution for the yield acceleration of seismic slope considering tension cracks is established without soil tensile strength. The study shows that tensile cracks will significantly reduce the stability of seismic slope and it reaches 50% for the vertical slope, The yield acceleration caused by the downward vertical seismic force is smaller when the slope inclination is bigger, In contrast, the upward vertical seismic force makes the yield acceleration smaller.

Key words: Tension Crack; Slope Stability; Earthquakes; Limited Equilibrium Method; Slip Surface

根据土质边坡地震失稳破坏现场观测、室内试 验研究^[1]以及数值模拟研究^[2]发现,在土坡发生滑 坡之前会产生张裂缝。因此,在地震边坡稳定性分 析研究中考虑拉裂破坏及其引起的张裂缝是十分有 必要的,对边坡抗震与震后加固有重要的工程指导 意义^[3-5]。目前对边坡地震稳定性分析研究中少有考 虑张裂缝对边坡稳定性的影响^[6-9]。大量的工程实践 表明,土质边坡在发生失稳破坏之前,一般会在坡 顶产生竖向裂缝。裂缝的产生会使边坡的稳定性降 低,并最终导致边坡的破坏。以往的研究局限于静

收稿日期: 2017-11-06

基金项目:国家自然科学基金资助项目 (41630638),国家 973 课题 (2015CB057901),国家重大研发计划专项 (2016YFC0800205) **作者简介**:王虎 (1994-),男,江苏宿迁人,硕士,从事边坡工程方面的研究。

力边坡问题,关于地震对边坡稳定性影响的研究是 非常缺乏的。

本文考虑了地震引起的张裂缝对边坡稳定性的 影响,基于极限平衡法建立了水平与竖向地震同时 作用下的边坡稳定性分析方法,运用变分理论获得 了地震边坡两种可能的临界破坏机制,即库仑直线 破坏机制和对数螺旋线破坏机制,同时获得了地震 作用下沿相应破坏面上的正应力分布。通过考虑土 体没有抗拉强度,建立考虑坡顶张裂缝的边坡屈服 加速度闭合解答。

1 地震边坡稳定性拟静力分析

1.1 基本公式

公式采用 Baker^[7] 引入的符号。变分法的具体 推导见相关文献^[10]。为了结果呈现的方便,引入如 下无量纲符号(图1)。

$$X = \frac{x}{H}, \quad Y = \frac{y}{H}, \quad \overline{Y} = \frac{\overline{y}}{H}, \quad D_c = \frac{d_c}{H}, \quad L_c = \frac{l_c}{H}$$

$$N_m = \frac{c}{\gamma HF_s}, \quad \psi_m = \frac{\tan(\phi)}{F_s}, \quad S = \frac{\sigma}{\gamma H}, \quad T = \frac{l_c}{H}$$
(1)

式中 y(x) 和 $\bar{y}(x)$ 分别代表滑动面和坡面; d_c 和 l_c 分 别代表裂缝的深度和裂缝距坡肩的水平距离; σ 为 滑面正应力; t 为抗拉强度; γ 为容重; c 为粘聚力; φ 为内摩擦角; F_s 为安全系数。将笛卡尔坐标系中 转动破坏机制极坐标化,得到:

$$\begin{cases} X = X_c + Ae^{-\psi_m\beta} \sin\beta \\ Y = Y_c - Ae^{-\psi_m\beta} \cos\beta \end{cases}$$
(2)

式中A为积分常数。平动破坏机制为:

$$Y = X \tan\theta + C \tag{3}$$

式中*C*为积分常数, *θ*为滑移面的倾角。将水平地 震效应引入欧拉公式,利用极坐标化得到在对称螺 旋线滑面上的正应力函数:

$$S(\psi_{m} \neq 0) = \frac{A}{1+9\psi_{m}^{2}} \{ [(1+k_{\nu})+3\psi_{m}k_{h}]\cos\beta +$$

$$[3(1+k_{\nu})\psi_{m} - k_{h}]\sin\beta \} e^{-\psi_{m}\beta} - Nm \frac{1-e^{2\psi_{m}\beta}}{\psi_{m}} + Be^{2\psi_{m}\beta}$$

$$S(\psi_{m}=0) = A[(1+k_{\nu})\cos\beta - k_{h}\sin\beta + 2N_{m} + B]$$

$$(5)$$

式中 kh 为水平地震加速度系数; kh 为竖直地震加速 度; B 为未知的积分常数。此外,平动破坏机制下 的滑移面上的正应力函数为:

$$S = \frac{k_h + (1 + k_v) \tan(\theta - \phi_m)}{\tan(\theta - \phi_m) \tan\phi_m - 1} X + B$$
(6)

1.2 闭合解答

基于滑移面变分导出方程(式(2)和式(3))和正 应力分布(式(4)—(6))可以建立有裂缝的给定边坡 的地震稳定性评价方法。对于一个处于极限平衡状 态下的地震边坡,给出计算步骤。

这些参数可由如下的关系确定:

(1) 几何边界条件

$$Y(X = X_1) = 0$$
 (7)

$$Y(X = X_2) = 1 - D_c$$
 (8)

在本研究中,潜在滑移面被限定为坡脚破坏, 假定为坚硬地层即不允许很深的破坏。一个附加条 件为:

$$X_1 = 0 \tag{9}$$

联立滑面等式(式(2)或式(3))和几何边界条件, 可以得到:

转动机制:



Fig.1 Notation and convention for the stability analysis of slope with tension crack

$$A = \frac{1 - D_c}{e^{-\Psi_m \beta_1} \cos \beta_1 - e^{-\Psi_m \beta_2} \cos \beta_2}$$
(10)

$$X_{c} = -Ae^{-\psi_{\pi}\beta_{1}}\sin\beta_{1}$$
(11)

$$Y_c = A e^{\varphi_m r_1} \cos \beta_1 \tag{12}$$

$$C = 0 \tag{13}$$

$$X_2 = (1 - D_c) \cot \theta \tag{14}$$

 Ψ_{m}

(2) 应力边界条件

$$S_2 = S(\beta = \beta_2)$$
or $S_2 = S(X = X_2)$ (15)
代入式 (4)、(5) 或式 (6) 解出 B:

转动机制:

$$B(\psi_{m} \neq 0) = \{S_{2} - \frac{A}{1 + 9\psi_{m}^{2}} [((1 + k_{v}) + 3\psi_{m}k_{h})\cos\beta_{2} + (16)] \\ (3(1 + k_{v})\psi_{m} - k_{h})\sin\beta_{2}]e^{-\psi_{m}\beta_{2}} + N_{m}\frac{1 - e^{2\psi_{m}\beta_{2}}}{W}\}e^{-2\psi_{m}\beta_{2}}$$

$$B(\psi_{m} \neq 0) = S_{2} - A[(1 + k_{v})\cos\beta_{2} - k_{h}\sin\beta_{2}] - 2N_{m}\beta_{2} \quad (17)$$

平动机制:

$$B = S_{2} - \frac{k_{h} + (1 + k_{v}) \tan(\theta - \phi_{m})}{\tan(\theta - \phi_{m}) \tan\phi_{m} - 1} X_{2}$$
(18)

(3) 滑体的极限平衡方程

对于转动机制,滑移体满足原坐标下的水平、 竖直以及弯矩平衡方程:

$$\overline{H} = \int_{X_{1}}^{X_{2}} [N_{m} + S(\psi_{m} - Y') - k_{h}(\overline{Y} - Y)] dX = 0 \quad (19)$$

$$\overline{V} = \int_{X_{1}}^{X_{2}} [N_{m}Y' + S(\psi_{m}Y' + 1) - (1 + k_{v})(\overline{Y} - Y)] dX = 0 \quad (20)$$

$$\overline{M} = \int_{X}^{X_{2}} \{N_{m}(Y - XY') + S[\psi_{m}(Y - XY') - (YY' + X)] + (1 + k_{v})(\overline{Y} - Y)X + k_{h}(\overline{Y} - Y)\frac{\overline{Y} - Y}{2}\} dX = 0 \quad (21)$$

$$\mathrm{h} \stackrel{\text{spin}}{=} 5 \mathrm{fr} \stackrel{\text{m}}{=} 5 \mathrm{fr} \stackrel{\text{m}}{=} 1 \quad (22)$$

其中

$$m_{1} = (1 + k_{v}) \{ \int_{\beta_{1}}^{\beta_{2}} [-(Y_{c} - 1) - (-Ae^{-\psi_{m}\beta}\cos\beta)] \times Ae^{-\psi_{m}\beta}\sin\beta e^{-\psi_{m}\beta}(\cos\beta - \psi_{m}\sin\beta) d\beta - (-X_{c} - Ae^{-\psi_{m}\beta_{1}}\sin\beta_{1}) \Big| \frac{-X_{c} + Ae^{-\psi_{m}\beta_{1}}\sin\beta_{1}}{2} \Big| - (23) - (23) \Big| \frac{\cot i}{2} \Big| \frac{\cot i}{3} - X_{c} \Big| \} + k_{h} \{ \int_{\beta_{1}}^{\beta_{2}} [-(Y_{c} - 1) - (23) - (-Ae^{-\psi_{m}\beta}\cos\beta)] [-\frac{-(Y_{c} - 1) + (-Ae^{-\psi_{m}\beta}\cos\beta)}{2}] \times Ae^{-\psi_{m}\beta}(\cos\beta - \psi_{m}\sin\beta) d\beta(\cos\beta - \psi_{m}\sin\beta) d\beta - (-X_{c} - Ae^{-\psi_{m}\beta_{1}}\sin\beta_{1})(Y_{c} - \frac{1}{2}) - \frac{\cot i}{2}(Y_{c} - \frac{2}{3}) \}$$

$$m_{2} = -\frac{A^{2}}{2\psi_{m}} \left(e^{-2\psi_{m}\beta_{2}} - e^{-2\psi_{m}\beta_{1}}\right)$$
(24)

对于平动机制,稳定数 Nm 表示为

$$N_m = -\frac{v_1}{v_2} \tag{25}$$

$$v_{1} = \int_{X_{1}}^{X_{2}} S(\tan \phi_{m} \tan \theta + 1) dX - \frac{1}{(1+k)} (2X - \cot i - X^{2} \tan \theta)$$
(26)

$$\frac{1}{2}(1+k_v)(2X_2 - \cot i - X_2^2 \tan \theta)$$
$$v_2 = \tan \theta X \tag{27}$$

(4) 相容条件

$$\left(g - Y'\frac{\delta g}{\delta Y'}\right)\Big|_{X=X_1} = 0$$
(28)

转动与平动破坏机制的相容条件可分别表示为

$$\left[S(\beta)(\psi_{m}\cos\beta + \sin\beta) + N_{m}\cos\beta - (1+k_{v})(Y-Y)\sin\beta - k_{h}(\overline{Y}-Y)(\overline{Y}+Y+2Y_{c})/2Ae^{-\psi_{m}\beta}\right]_{\beta=\beta_{1}} = 0 \quad (29)$$

$$\left\{N_{m} + S(X)[\psi_{m} + \tan(\theta - \phi_{m})] - k_{h}(Y - Y) - (1 + k_{y})\tan(\theta - \phi_{m})(\overline{Y} - Y)\right\}\Big|_{X = X_{1}} = 0$$
(30)

将该等式运用到E点(图1),发现在该点(\overline{Y} -Y)= D_c ,可得出:

$$S_{2} = [(1+k_{v})D_{c}\sin\beta_{2} + k_{h}D_{c}\frac{1+3Y_{c} - Ae^{-\psi_{m}\beta_{2}}\cos\beta_{2}}{2Ae^{-\psi_{m}\beta_{2}}} - N_{m}\cos\beta_{2}]/(\psi_{m}\cos\beta_{2} + \sin\beta_{2})$$
(31)

$$S_{2} = [k_{h}D_{c} + (1+k_{v})\tan(\theta - \phi_{m})D_{c} - N_{m}] / [\psi_{m} + \tan(\theta - \phi_{m})]$$
(32)

(5) 张裂缝判定准则

$$\begin{cases} \lim S(X,Y) = -T \\ X \to X_2 \\ Y \to 1 - D_e \end{cases}$$
(33)

~

当出现裂缝时,将满足如下条件:

$$S(\beta = \beta_2 \text{ or } X = X_2)$$
-T (34)
代人式 (31)、(32) 和式 (33),可以得出:
 $\overline{S} = S_2 + T = 0$ (35)

对于转动与平动破坏机制,联立这些等式,给 定 i、qm、kh、kv和 T则可得到闭合解的计算方案。 Baker^[7]证明了分别对应平动和转动机制,问题退 化为解两到三组非线性联立方程。为了找到相应的 两到三个根 (θ 和 D_c ; β_1 、 β_2 和 D_c),这里采用最速 下降法。

2 地震边坡的屈服加速度

2.1 稳定图

本文利用屈服加速度作为 N=c/γH 函数,进行地 震边坡稳定性的评价。当边坡产生屈服加速度 (k_y) 时,会发生即时破坏,也就是 F_s =1.0。考虑土体特 性和边坡几何结构,计算结果代表屈服加速度的状 态。由于安全系数 F_s =1.0,则 N_m和 φ_m表示为 N 和 φ。

这里给出边坡 (*i* =90°、60°, φ =10°、30°) 在 对数螺旋线破坏机制和库仑直线破坏机制下的临界 结果。作为参考,同时给出忽略裂缝的结果。同时 考虑水平与竖向地震作用的影响,引入 $\lambda = k_v / k_h$,分 别计算出 $\lambda = 1$ 、0.5、0、-0.5、-1 时的稳定数,取竖 向地震力作用方向向下为正,临界值取 λ 绝对值相 同时的最大值。

可以看出,在两种破坏机制下,忽略张裂缝会获得更大的边坡屈服加速度,高估地震边坡的稳定性。随着土体粘聚力增大或内摩擦角的减小,影响程度愈发显著。对于粘聚力和内摩擦角较小的平缓边坡,临界破坏模式是转动破坏。对于较陡边坡,临界破坏模式是平动破坏。忽略张裂缝的影响,大多数情况下临界破坏机制是转动破坏。

对比图 2 和图 3 看出, 竖向地震动对边坡稳定 性影响随着地震强度的增加而逐渐增大,且大多数情 况下,竖向地震力向下作用时获得的边坡屈服加速度 最小。然而对于缓坡,随着内摩擦角增大,在屈服加 速度较大时,竖向地震向上作用时为临界状态。

2.2 张裂缝影响规律

张裂缝的产生预示了边坡的潜在不稳定性,也 就是说,它预示了潜在裂缝的最大深度(即滑动面





上的正应力由坡顶的负值变为零时的深度)。选取 图 2 和图 3 中的临界屈服加速度,对应的裂缝深度 (*D*_c)和距坡顶的水平距离(*L*_c)见图 4 至图 7。

随着屈服加速度的增大,裂缝的深度增大。对 于平缓边坡,由于临界破坏机制的转变,裂缝深度 与裂缝最不利位置会发生突变,如图 5 和图 7,由 转动破坏机制转变为平动破坏机制。











Fig.4 Normalized depth of tension cracks in slopes with $i=90^{\circ}$







Fig.6 Normalized location of tension cracks in slopes with $i=90^{\circ}$



Fig.7 Normalized location of tension cracks in slopes with $i=60^{\circ}$

没有地震作用时,平缓边坡可能出现深度较小 的裂缝,见图5,然而,一旦出现地震响应,裂缝 的深度变大,可能超过坡高的一半。对于陡坡,裂 缝深度可能很大。在静力情况下,垂直边坡裂缝最 大深度,这表明张裂缝的最大深度不会超过1/3坡高。 然而,在边坡遭受地震作用时,裂缝深度会显著增大, 垂直边坡裂缝深度可超过坡高一半。

除此之外, 土体的内摩擦角对裂缝最不利位置 有显著影响。由图6和图7可见, 土体内摩擦角越 大, 裂缝越接近边坡的表面。对于垂直边坡, 土体 粘聚力对裂缝的最不利位置影响较小(图6)。竖向 地震动引起的坡顶张裂缝深度逐渐增大, 但是对张 裂缝位置影响较小, 除了粘聚力较小的平缓边坡。 图5和图7中,在内摩擦角较大且屈服加速度较大时, 裂缝深度与裂缝最不利位置发生突变, 这是由于此 时临界状态由竖向地震力的作用方向由竖直向下转 变为竖直向上。

3 结论

 1) 坡顶张裂缝的出现显著降低了地震边坡的稳 定性,相比忽略张裂缝影响获得的边坡屈服加速度 更小,对于垂直边坡最大达到 50%。

2)在不考虑张裂缝分析地震边坡稳定性时,边 坡的最危险破坏方式为转动破坏,但是考虑张裂缝 时,边坡最危险破坏机制转变为库仑平动破坏。

3)随着边坡的屈服加速度增大,张裂缝变得更 深且距边坡表面更近。相比静力条件下裂缝的最大 深度(对于垂直边坡达到),地震情况下的裂缝最大 深度可超过坡高的一半。

4)通常情况下,竖向地震力向下作用时获得的 边坡屈服加速度最小,但是对于缓坡问题,竖向地 震向上作用时产生的边坡屈服加速度最小。

参考文献:

- [1] 冯文凯,许强,黄润秋.斜坡震裂变形力学机制初探[J]. 岩石力学与工程学报,2009(Z1):3124-3130.
- [2] 郑颖人,叶海林,黄润秋.地震边坡破坏机制及其破裂面的分析探讨[J].岩石力学与工程学报,2009(8): 1714-1723.
- [3] 门 妮. 汶川地震背后山滑坡稳定性与动力响应分析[J]. 国际地震动态, 2016(4): 42-44.
- [4] 景立平,陈国兴,李永强,等.汶川 8.0 级地震水坝震 害调查 [J]. 地震工程与工程振动, 2009(1): 14-23.
- [5] 邢爱国,吴志坚,陈龙珠,等.汶川地震在甘肃省的次生典型边坡灾害特征[J].西北地震学报,2010, 32(1):95-98.
- [6]BAKER R.Tensile strength, tension cracks, and stability of slopes[J].Soils & Foundations, 1981, 21(2): 1-17.
- [7]SPENCER E.Effect of tension on the stability of embankments [J].Journal of Soil Mechanics and Foundations Division, 1968, 94(5): 1159 - 1173.
- [8]MICHALOWSKI R.Stability assessment of slopes with cracks using limit analysis [J].Canadian Geotechnical Journal, 2013, 50(10): 1011-1021.
- [9]UTILI S.Investigation by limit analysis on the stability of slopes with cracks [J].Geotechnique, 2013, 63(2): 140-154.
- [10]BAKER R, GARBER M.Theoretical analysis of the stability of slopes[J].Geotechnique, 1978, 28(4): 395-411.

(责任编辑 王利君)