文章编号:1673-9469(2018)02-0108-05

doi:10.3969/j.issn.1673-9469.2018.02.024

# 多涡旋相位径向矢量光束紧聚焦产生多聚焦光斑

#### 于娜娜,席思星,张春元

(河北工程大学 数理科学与工程学院,河北 邯郸 056038)

**摘要**:对加载对称四涡旋相位的高斯径向矢量光束的紧聚焦特性进行了理论和模拟实验研究。在 径向矢量光场加载对称的四个涡旋相位,并调节涡旋相位中心奇点与光场中心的距离,基于理查 德沃尔夫矢量衍射理论进行紧聚焦。研究结果表明,在涡旋相位中心与光场中心距离为 0.62 w 的 情况下,聚焦场中得到了 5 个焦斑的结果,改变涡旋相位间的距离可以调节中心聚焦斑与周围 4 个聚焦斑的能量分布。

关键词: 矢量光束; 径向偏振光; 紧聚焦; 涡旋相位; 多聚焦斑 中图分类号: O436.1 文献标志码: A

## Multi-focus spot generated by radial vector beam with multivortex phase

YU Nana, XI Sixing, ZHANG ChunYuan

(College of Mathematics and Physics, Hebei University of Engineering, Hebei Handan, 056038, China)

**Abstract**: In this paper, a theoretical and simulated experimental study on the tight focusing properties of radial vector Gaussian beam loaded with symmetrical four vortex phases is presented. This is the process: loading a symmetrical four vortex phase in the radial vector optical field, adjusting the distance between the singularity of the vortex phase center and the optical field center, and then compact focusing based on the Vector diffraction theory proposed by Richards and Wolf. The results prove that, when the distance between the singularity of the vortex phase center and the optical field center is 0.62w, five focal spots can be obtained. And the energy distribution of the focal spot can be regulated by adjusting the distance between the vortex phase. This research can be applied to the area of ultra-fast laser micro machining, multi-particle trapping, optical tweezers and etc.

Key words: Vector beams, Radially polarized light; Tight focus; Vortex phase; Multi-focus spot.

矢量光束的非均匀偏振分布对光场的时空演化 有重要影响,由此产生了许多新颖的特性,比如矢 量光束在高数值孔径下的聚焦特性成为人们研究的 热点<sup>[1-3]</sup>。其中径向偏振光在紧聚焦的情况下会产 生纵向电场分量,而角向偏振光会产生中空聚焦场 <sup>[4]</sup>。矢量光束的聚焦特性使其在粒子加速<sup>[5-6]</sup>与捕获 <sup>[7]</sup>、扫描光学显微镜<sup>[8]</sup>、激光切割与加工<sup>[9]</sup>等领域 具有广泛应用。Y. Kozawa 等人利用一个双环光瞳, 并改变光瞳半径和光束半径之比获得了更好的超分 辨性能<sup>[10]</sup>。Qiwen Zhan 和 James R. Leger 通过适当 调节柱矢量光场的偏振角获得了不同形状的聚焦场 分布,实现了焦斑整形<sup>[11]</sup>。Liping Gong 等通过改 变双环柱矢量光束的内外环半径比获得了平顶光场 和光学囚笼,并证明通过相位和振幅调制能够获得 焦深更深、旁瓣更弱的平顶光场<sup>[12]</sup>。2016 年我们的 研究结果表明,通过在径向高斯光束横截面的一条 直径上加载多个涡旋相位,能够生成跟涡旋相位数 量相关的光场暗点<sup>[13]</sup>。P. Suresh 在拉盖尔高斯角向 矢量光上加载多环二元相位板,通过调节各环的半 径大小从而在聚焦场的纵向方向获得了多个聚焦光

收稿日期: 2018-04-20 特约专稿

基金项目:河北省重点研发计划项目(16273901D)

作者简介:于娜娜(1987-),女,山东高唐人,硕士,从事矢量光场、光信息处理、图像处理等方面的研究。

 $斑^{[14]}$ 。常强等利用  $4\pi$  聚焦系统,采用对径向涡旋 光束进行振幅和相位调制的方式,在聚焦场的纵向 方向获得了多个聚焦光斑<sup>[15]</sup>。Kun Huang 等人发现 矢量涡旋贝塞尔高斯光束的聚焦平面上出现多个聚 焦光斑,这在多粒子捕获和激光加工等领域具有应 用潜力<sup>[16]</sup>。但是目前获得的多个聚焦光斑的分布只 能沿着光场的纵向方向,或是相邻聚焦斑中间并没 有明显界限,这使得应用于激光加工和多粒子捕获 时不能产生足够的纵深比。在本文的研究中,我们 发现通过在径向矢量光场上加载四个距离光场中心 距离相同的涡旋相位,且在涡旋相位中心与光束中 心距离为 0.62 w 时能够在焦平面获得五个具有明显 界限的聚焦光斑,且通过改变涡旋相位间的距离, 可以调节中心聚焦斑与周围四个聚焦斑的能量分布。 研究结果表明,四涡旋相位径向矢量光束的聚焦场 在超快激光微加工、光学操纵等领域有重要的应用 价值。

## 1 理论分析及公式推导

在径向高斯光束中加载四个对称的涡旋相位, 它们与光束中心的距离相等,加载四个涡旋相位 后,光场的相位分布如图 1 所示,其中 *Q*<sub>1</sub>(*a*, 0), *Q*<sub>2</sub>(-*a*, 0), *Q*<sub>3</sub>(0, *a*), *Q*<sub>4</sub>(0, -*a*) 表示四个涡旋相位





的中心(相位奇点)。

在理论推导及数值计算中采用极坐标系,加载 四个涡旋相位的径向高斯光场可以表示为

$$\vec{E}(\rho, \phi) = E_0 \exp\left(-\frac{\rho^2}{\omega^2}\right) (\rho e^{i\phi} - a) (\rho e^{i\phi} + a)(\rho e^{i\phi} - ia) (\rho e^{i\phi} + ia)\hat{e}_{\rho}$$
(1)

其中 ρ 和φ分别表示在入射面上的径向坐标和方位 角坐标。w表示径向高斯光束的束腰宽度, a 为涡 旋相位中心与光束中心的距离。在高数值孔径下, 矢量光场的紧聚焦可采用理查德沃尔夫提出的矢量 衍射理论来描述<sup>[17-18]</sup>。将公式(1)表示的入射场分 布带入查德沃尔夫矢量衍射公式后,聚焦场的径向 分量、角向分量和纵向分量分别表示为

$$E_{r} = \frac{-ikf}{2\pi} \int_{0}^{a} \left[ \rho^{4} i e^{4i\phi} \pi \left( -J_{5} + J_{3} \right) + 4a^{4} \pi (2iJ_{1}) \right] \cos\theta \sin\theta \sqrt{\cos\theta} \, \mathrm{d}\theta$$
(2)

$$E_{\varphi} = \frac{-ikf}{2\pi} \int_{0}^{a} \rho^{4} i e^{4i\phi} \pi \left(-J_{5} - J_{3}\right) \cos\theta \sin\theta \sqrt{\cos\theta} \,\mathrm{d}\theta \quad (3)$$
$$= -ikf \quad a_{5} = -ikf \quad a_{5} =$$

$$E_r = \frac{ng}{2\pi} \int_0^{d} \left[ \rho^4 e^{4i\phi} \left( 2\pi J_4 \right) - 4a^4 \left( 2\pi J_0 \right) \right] \sin\theta \sin\theta \times \sqrt{\cos\theta} \, \mathrm{d}\theta \tag{4}$$

其中r、 $\varphi$ 和 $\rho$ 表示聚焦平面的柱矢量坐标。  $\alpha$ =arcsin(*NA*)表示光轴与高数值孔径物镜的最大夹 角, *f*表示高数值孔径物镜的焦距, *J*<sub>n</sub>表示 *n* 阶贝塞 尔函数。

### 2 数值模拟

#### 2.1 多聚焦光斑的产生

基于公式(4),在 NA=0.9, a=0.62 w时,四涡旋相位径向矢量光的聚焦场的分布如图 2 所示。

由图 2 可见,当径向高斯光束的波前加载中心 对称的四个涡旋相位时,聚焦场能量的径向分量呈 四瓣对称分布,且四瓣能量中心的对称情况与所加 载的涡旋相位中心的对称情况相同,如图 2(a)所 示。聚焦场能量的角向分量是中空的环状分布,如 图 2(b)所示。图 2(c)显示了聚焦场能量的纵向分量, 其中心是一个紧聚焦光点,半径 0.2λ,这是一种超 衍射极限的焦斑分布。图 2(d)表示聚焦场能量的总 场分布,可以明显地观察到五个对称的聚焦光斑, 这五个聚焦光斑具有明显的能量界限,且五个光斑 的能量分布基本相同。这种在焦平面上同时产生多 个聚焦光点的方法可应用于超快激光微加工、光学 微操纵,多粒子捕获等方面。

#### 2.2 多聚焦光斑的能量分布与涡旋相位位置的关系

如图 2(d) 所示,在径向高斯光束上加载中心对称的四个涡旋相位时,可产生中心对称的五个聚焦 光点,当改变四涡旋相位与光场中心的距离时,可



Fig.2 Focusing field distribution of radial vector Gaussian beam loaded with four vortex phase

以调节中心光点与周围四个聚焦光点的相对能量分 布。四个涡旋相位的中心距离改变时的聚焦场能量 分布如图 3 所示。

由模拟计算结果可见,在4个涡旋相位的中心 距离较小时,聚焦场分布呈圆环状,此时并没有明 显的多聚焦光点的产生,如图 3(a)、(b) 所示。当涡 旋相位中心的距离增大至0.55 w时,出现了四个聚 焦光点,如图 3(c) 所示。随着涡旋相位与光场中心 距离的继续增大,当 a=0.62 w时,聚焦场出现五个 光场能量近似相等的聚焦光点,如图 3(d) 所示。而 随着涡旋相位与光场中心距离的进一步增大,边缘 四个聚焦斑的能量减弱,中心光点的强度增强,如 图 3(e) 所示, 当 a 增大至 0.85 w 时, 聚焦场则只存 在一个聚焦光点,且其能量沿中心阶梯状下降分布, 如图 3(f) 所示。上述研究结果表明,通过改变涡旋 相位的间距能够调控多个聚焦光点的相对能量分布, 在应用于激光微加工时,可进行多点并行加工,且 可通过改变波前涡旋相位的位置来调控光点的能量 配比从而获得不同的加工效果,在应用于光学微操 纵时,可改变同时捕获多个粒子的位置。

## 3 结论

通过控制涡旋相位与光束中心的距离,可调节 聚焦场中聚焦斑的位置,获得不同的多聚焦光斑结构。 该特性对实现激光加工物质表面多个点的并行精细 加工或不同位置的多个粒子的光学捕获有重要意义。

#### 参考文献:

- [1]HAO X, KUANG C, WANG T, et al. Phase encoding for sharper focus of the azimuthally polarized beam[J]. Optics letters, 2010, 35(23): 3928-3930.
- [2]CHEN W, ZHAN Q. Three-dimensional focus shaping with cylindrical vector beams[J]. Optics communications, 2006, 265(2): 411-417.
- [3]DORN R, QUABIS S, LEUCHS G. Sharper focus for a radially polarized light beam[J]. Physical review letters, 2003, 91(23): 233901.
- [4]YOUNGWORTH K, BROWN T. Focusing of high numerical aperture cylindrical-vector beams[J]. Optics Express, 2000, 7(2): 77-87.

[5]KIMURA W D, KIM G H, ROMEA R D, et al.Laser





Fig.3 The variation of the focusing field energy distribution with the change of distance between the four vortex phase

acceleration of relativistic electrons using the inverse Cherenkov effect[J]. Physical review letters, 1995, 74(4): 546-549.

- [6]DAI L, LI J X, ZANG W P, et al. Vacuum electron acceleration driven by a tightly focused radially polarized Gaussian beam[J]. Optics express, 2011, 19(10): 9303-9308.
- [7]KUGA T, TORII Y, SHIOKAWA N, et al.Novel optical trap of atoms with a doughnut beam[J]. Physical Review Letters, 1997, 78(25): 4713-4716.
- [8]YOUNGWORTH K S, BROWN T G.Inhomogeneous

polarization in scanning optical microscopy[J]. Proc. SPIE, 2000, 3919: 75-85.

- [9]NIZIEV V G, NESTEROV A V. Influence of beam polarization on laser cutting efficiency[J]. J. Phys. D: Appl. Phys, 1999, 32(13): 1455-1461.
- [10]KOZAWA Y, SATO S. Focusing property of a doublering-shaped radially polarized beam[J]. Optics letters, 2006, 31(6): 820-822.
- [11]ZHANG Q W, JAMES Leger.Focus shaping using cylindrical vector beams[J]. Opt. Express, 2002, 10:

324-331.

- [12]GONG L, ZHU Z, WANG X, et al.Changeable focused field distribution of double-ring-shaped cylindrical vector beams[J].Optics Communications, 2015, 342: 204-213.
- [13]HUANG S, WANG X L, ZHU Z Q, et al. Focusing field of the radial vector beams with multi-vortex phases[J]. Optics communications, 2016, 366: 142-147.
- [14]SURESH P, RAVI V, RAJESH K B. Multiple Focal Segment Generation of Tightly Focused Non Diffracting Transversely Polarized Beam with Diffractive Optical Element[J]. J. Environ. Nanotechnol, 2014, 3(4): 73-77.
- [15] 常强,杨艳芳,何英,等.4pi聚焦系统中振幅和相

位调制的径向偏振涡旋光束聚焦特性的研究 [J]. 物理 学报, 2013, 62(10): 104202.

- [16] HUANG K, SHI P, CAO G W, et al. Vectorvortex Bessel-Gauss beams and their tightly focusing properties[J]. Opt. Lett, 2011, 36(6): 888-890.
- [17]WOLF E. Electromagnetic diffraction in optical systemsI. An integral representation of the image field[J]. Proc.R. Soc. London Ser. A, 1959, 253: 349-357.
- [18]RICHARDS B, WOLF E. Electromagnetic diffraction in optical systems II. Structure of the image field in anaplanatic system[J]. Proc. Roy. Soc. A, 1959, 253: 358-379.

(责任编辑 王利君)

#### (上接第102页)

表 2 *m* 子序列的 *k*-error 线性复杂度 Tab.2 The *k*-error linear complexity of some *m*-subsequence

m 子序列	K=0	K=1	K=2	<i>K</i> =3	<i>K</i> =4
N=9(1)	255	255	255	255	255
N=9(2)	255	255	255	255	255
N=9(3)	255	255	255	255	255
N=11	1 023	1 023	1 023	1 023	1 023

随着移位寄存器级数的增加,线性复杂度的稳定性也越强,通过对 11 级移位寄存器产生的 m 子序列使用 Stamp-Martin 算法计算其在改变 k 值的情况下,其线性复杂度并不改变。

从以上数据可以看出: *k* 值不变的情况下, *m* 子 序列的线性复杂度不规则地接近周期的一半即 *N*/2, 符合 R.A.Rupped 的观点。*k* 值改变,其线性复杂度 不变并且接近周期的一半即 *N*/2,符合 H.Niederreiter 等对随机序列的 *k*-error 线性复杂度的估计。

## 5 结论

*m*子序列是在不改变*m*序列的周期的方式中改 变*m*序列的状态转换次序而得到的一类序列,实验 数据可以说明这种序列的数量庞大但却大大提高来 线性复杂度且线性复杂度的非常稳定。*m*子序列可 以在信息安全领域发挥巨大的作用。从实验分析, *m*序列中有很多共轭交叉状态对,改变 2<sup>*i*</sup>(*i*>=1)对 都可以形成新的输出序列,后续还需大量的工作验 证和推理这样的序列的通用性质及密码学上的其他 性质。

#### 参考文献:

- DING Chunsheng, XIAO Guozhen, SHAN W.The stability theory of stream ciphers[J]. LNCS 561.Berlin: Springer-Verlag, 1991.
- [2] STAMP M, MARTIN C F. An algorithm for the k-error linear complexity of binary sequences with period 2n[J].
  IEEE Transactions on Information Theory, 1993, 39(4): 1398-1401.
- [3] KUROSAWA K, SATO F, SAKATA T, et al. A realationship between linear complexity and *k*-error linear complexiy[J].IEEE Transactions on Information Theory, 2000, 46(2): 694-698.
- [4] TOR Helleseth, TORLEIV Klove. The number of Cross-Join Pairs in Maximum Length Linear Sequences[J].IEEE Transactions on information theory, 1991, 3(6): 1731-1733.
- [5] NIU Zhihua. Analysis of the Linear complexity and Its Stability For Peridoic Sequences [D].Shanxi Xian: Xidian university, 2005: 25-49.
- [6] RUPPEL R A. Analysis and Design of Stream Ciphers[J]. Springer-Verlag, 1998.
- [7] TAN Lin.On the k-error Linear Complexity of Pseudorandom Sequence [D]. Henan Zhengzhou: Pla information engingeering university, 2012: 11-18.

(责任编辑 王利君)