

文章编号:1673-9469(2022)01-0078-06

doi: 10.3969/j.issn.1673-9469.2022.01.012

## 基于灰色系统理论的高校用水量预测

史红伟<sup>1</sup>,陈家亮<sup>2,3</sup>,张继群<sup>4</sup>,李志会<sup>2,3</sup>,张 峰<sup>2,3</sup>

(1. 中国水务投资有限公司,北京 100053; 2. 河北工程大学 水利水电学院,河北 邯郸 056038;  
3. 河北省智慧水利重点实验室,河北 邯郸 056038; 4. 水利部节约用水促进中心,北京 100000)

**摘要:** 为了准确预测高校用水量,基于灰色系统理论建立了高校用水量预测模型,确定了用水人数、占地面积、绿化率、管网有效供水率和节水器具普及率五个影响用水量的主要因素,并计算出各因素的灰色关联系数及关联度,对用水量预测模型进行求解。预测结果显示,排除学校放假影响因素,其他季度用水量预测值与用水量实测值相对误差小于5%,模型后验差比为0.089,预测结果与实际基本保持一致,模型预测精度良好。

**关键词:** 灰色模型;GM(1,1);节水影响因素;灰色关联度;用水量预测

**中图分类号:** TU991.31

**文献标识码:** A

## Prediction of University Water Consumption Based on Grey System Theory

SHI Hongwei<sup>1</sup>, CHEN Jialiang<sup>2,3</sup>, ZHANG Jiqun<sup>4</sup>, LI Zhihui<sup>2,3</sup>, ZHANG Zheng<sup>2,3</sup>

(1. China Water Investment Co. LTD, Beijing, 100053; 2. School of Water Conservancy and Hydroelectric Power, HUE, Handan, Hebei 056038, China; 3. Hebei Key Laboratory of Intelligent Water Conservancy, Hebei University of Engineering, Handan, Hebei 056038, China; 4. Water Conservation Promotion Center, Ministry of Water Resources, Beijing 100000, China)

**Abstract:** Based on the grey system theory, the prediction model of water consumption in colleges and universities was established with five main factors affecting water consumption including number of people using water, land area, greening rate, water supply efficiency of pipe network and penetration rate of water-saving appliances, the grey correlation coefficient and correlation degree of each factor were calculated, and then the water consumption prediction model was used and analyzed. The prediction results show that excluding the influencing factors of vacation, the relative error between the predicted water consumption and the measured water consumption in other quarters is less than 5%, and the posterior error ratio of the model is 0.089. The prediction results are basically consistent with the actual situation, and the prediction accuracy of the model meets the engineering standard.

**Key words:** Grey model; GM(1,1); influencing factors of water saving; grey relational degree; forecast of water consumption

为贯彻落实“节水优先”的新时期治水方针,不仅需要开发高效的节水技术与装备,还需要探索新的节水机制,才能实现全民节水,合同节水管理作为一种新的节水机制,已经在国内高校开始规模推广,收效良好。用水量预测对于做好高校水源规划、采取相应节水措施具有重要意义,是高校供水工程与节水管理的核心。灰色系统理论在水资源管理中水量、水质、水安全方面的问题得到

了广泛的应用。Yuan等运用改进的灰色功率模型(GPM(1,1)模型)预测工业用水量,引入了人工鱼群算法对模型参数进行优化<sup>[1]</sup>。Li等提出了一种改进的灰色养殖水质预测模型,将灰色模型与BP神经网络结合<sup>[2]</sup>,该方法的预测精度比传统预测方法提高了15%。Liu等提出的基于博弈论的水质综合识别指数既考虑了水质数据的无序程度和变化程度,又考虑了超标污染指标的影响,为研究

收稿日期:2021-12-07

基金项目:国家自然科学基金联合基金重点支持项目(U20A20316);河北省自然科学基金创新研究群体项目(E2020402074)

作者简介:史红伟(1970-)男,籍贯,硕士,高级工程师,主要从事智慧水务管理工作。

水环境管理决策提供科学支持<sup>[3]</sup>。Li 等从供水、经济、社会等方面建立了水资源安全评价指标体系和等级,并且运用网络分析法和灰色关联分析联合建立水资源安全评价模型,评估和分析了贵州 2008 年至 2018 年水资源的安全状况<sup>[4]</sup>。一些学者运用经济学理论研究节水管理的风险和评价模型。Parreño 等通过合作博弈论计算 4 家企业与水相关的成本和利润的分配问题,结果表明采用合作策略的企业增加水循环利用是有效的节水管理措施<sup>[5]</sup>。Liu 等提出一种基于模糊逻辑和博弈论的层次结构风险评估模型并开发了基于云的在线平台,以此来全面评价饮用水供应系统,以提高饮用水安全的可靠性<sup>[6]</sup>。Hu 等将实物期权理论应用于评估合同节水管理项目的不确定性和投资经济可行性,综合考虑了水价、节水量、水运费用和运行维护成本等方面的不确定性,在现有模型的基础上,对两种期权的行权价格进行了改进,并利用二叉树期权定价模型求解,实例研究河北工程大学合同节水管理项目,得出灵活的策略和管理可以获得附加价值的结论<sup>[7]</sup>。

高校用水量预测方面缺乏针对性研究,各影响因素之间如用水人数、占地面积、绿化率、管网有效供水率等缺少全面分析。针对这一问题,本文首先运用灰色关联分析法对高校用水量各影响因素之间进行计算,确定与之关联度最紧密的三个主要因素为占地面积、用水人数和节水器具普及率。然后基于灰色系统理论方法建立 GM(1,1)模型,对高校用水量进行短期预测以及用水趋势分析。最后以某大学 2014—2016 年用水数据为例,运用更适合工程预测的灰色模型预测用水量。

### 1 灰色预测模型建立

本文主要使用 GM(1,1)灰色预测模型,先将原始数据累加生成数列,再计算其背景值,构造矩阵并计算矩阵乘向量,最后计算还原值。采用 MATLAB 进行计算,具体步骤如下:

#### (1) 组成新数列

设一组原始数据为  $X^{(1)} = (x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n))$ ,  $n$  为数据个数。对  $X^{(0)}$  累加以便弱化随机序列的波动性和随机性,得到新的数列为

$$X^{(1)} = (x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n)) \quad (1)$$

式中:  $x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i)$ ,  $k=2,3,\dots,n$ 。

令  $z^{(1)}$  为数列  $x^{(1)}$  的邻均值等权数列。

$$z^{(1)} = (z^{(1)}(2), z^{(1)}(3), \dots, z^{(1)}(k)), k=2,3,\dots,n \quad (2)$$

式中:  $z^{(1)}(k) = 0.5x^{(1)}(k-1) + 0.5x^{(1)}(k)$ ,  $k=2,3,\dots,n$ 。

#### (2) 根据灰色理论建立微分方程 GM(1,n)

根据灰色系统理论对  $x^{(1)}$  建立关于  $t$  的白化形式的一阶一元微分方程 GM(1,1)。

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = u \quad (3)$$

式中  $a, u$  分别为发展系数和灰色作用量,  $a$  的有效区间是  $(-2, 2)$ 。

#### (3) 对累加生成的数据做均值生成 $B$ 与常数项向量 $Y_n$ :

$$B = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2)1 \\ -z^{(1)}(3)1 \\ \cdot \\ \cdot \\ -z^{(1)}(n)1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}(x^{(1)}(1) + x^{(1)}(2))1 \\ -\frac{1}{2}(x^{(1)}(2) + x^{(1)}(3))1 \\ \dots \\ \dots \\ -\frac{1}{2}(x^{(1)}(n-1) + x^{(1)}(n))1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$Y_n = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \cdot \\ \cdot \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix} \quad (5)$$

#### (4) 用最小二乘法求解灰参数 $\hat{a}$ , 则 $\hat{a} = (B^T B)^{-1} B^T Y_n$ 。

将灰参数  $\hat{a}$  代入  $\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = u$ , 并对  $\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = u$  进行求解,得

$$\hat{x}^{(1)}(t+1) = (x^{(1)}(1) - \frac{u}{a})e^{-at} + \frac{u}{a} \quad (6)$$

$$\hat{x}^{(0)}(t+1) = \hat{x}^{(1)}(t+1) - \hat{x}^{(1)}(t) \quad (7)$$

#### (5) 将上述结果累减还原,即可得到预测值

$$\hat{x}^{(0)} = (\hat{x}^{(0)}(1), \hat{x}^{(0)}(2), \dots, \hat{x}^{(0)}(n), \hat{x}^{(0)}(n+1), \dots, \hat{x}^{(0)}(n+m)) \quad (8)$$

(6) 模型检验:由于预测模型与实际数据具有一定偏差,因此需要对灰色预测模型进行精度检验,主要有后验差检验法和残差检验法。后验差检验法是将预测序列方差与原序列方差比较,得出后验差比  $C$  值,根据经验将  $C$  划分为几个等级,当  $C \leq 0.35$ ,模型精度非常好;  $0.35 < C \leq 0.65$ ,模型精度合格;  $C > 0.65$ ,模型精度不合格。残差检验法

是将实际值与预测值作差比较,计算相对误差<sup>[8]</sup>。

## 2 灰色关联度分析法

灰色关联度分析法是运用灰色系统理论对各子系统进行灰色关联度分析的方法,意在寻求系统中各子系统(或因素)之间的数值关系<sup>[9-10]</sup>。灰色关联度法的计算步骤如下所示:

(1) 选择均值法处理数据

$$X_i = \frac{x_i(k)}{\bar{X}_i}$$

$$\bar{X}_i = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_i(k) \quad (9)$$

(2) 确定参考数列和比较数列

$$X_0 = \{x_0(1), x_0(2), x_0(3), \dots, x_0(n)\} \quad (10)$$

$$X_i = \{x_i(1), x_i(2), x_i(3), \dots, x_i(n)\} \quad (11)$$

式中,  $i=1, 2, \dots, m$ 。

(3) 确定关联系数

$$Y_{0i}(k) = \frac{\Delta(\min) + \rho\Delta(\max)}{\Delta_i(k) + \rho\Delta(\max)} \quad (12)$$

式中,  $\rho$  为分辨系数,为提高数据的显著性,一般选取 0~1 之间的数值。

(4) 确定关联度

$$Y_{0i} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n Y_{0i}(k) \quad (13)$$

## 3 基于灰色系统理论的用水量预测

运用灰色系统理论和灰色关联法分析预测用水量,由于影响用水量因素不明,需要从多项要素中分析,分析过程如下,确定主要影响因素。由于用水数据短缺,将高校用水系统定义为灰色系统,建立灰色预测模型进行短期用水量预测<sup>[11-12]</sup>。

### 3.1 灰色关联法分析用水要素

#### 3.1.1 确定用水量影响因素

根据有关用水量影响因素的文献及经验,影响用水量主要因素为用水人数、占地面积、绿化率、管网有效供水率和节水器具普及率这五项。高校样本用水数据如表 1 所示<sup>[13]</sup>。

#### 3.1.2 计算各因素的关联系数

由关联系数结果(表 2)可知,针对 5 个评价项:用水人数、占地面积、绿化率、管网综合漏损率、节水器具普及率以及 7 项数据(表 2)进行灰色关联度分析,并且以节水量作为“参考值”(母序列),研究 5 个评价项(用水人数、占地面积、绿化率、管网综合漏损率、节水器具普及率与节水量的关联关系(关联度),基于关联度提供分析参考。使用灰色关联度分析时,分辨系数取 0.5,结合关联系数计算公式计算出关联系数值,并根据关联系数值,然后计算出关联度值用于评价判断<sup>[14]</sup>。

表 1 某高校样本用水数据表

Tab. 1 University Sample Water Data Table

序号	名称	年用水量 / $\times 10^4 \text{ m}^3$	用水人数 /万人	占地面积 / $\times 10^4 \text{ m}^2$	绿化率/%	管网有效供水 率/%	节水器具普及 率/%
1	河北工程大学	302.0	3.0	59.2	30.0	90.0	100
2	北京交通大学	95.2	4.3	67.0	35.0	91.0	100
3	江南大学蠡湖新校区	115.4	3.2	217.0	52.0	98.0	100
4	清华大学	462.9	4.0	400.0	32.0	96.0	100
5	天津大学	180.0	3.0	221.0	29.6	92.0	100
6	西安建筑科技大学	114.0	3.6	133.0	30.0	91.2	100
7	山东农业大学	95.1	3.4	343.0	30.0	88.0	100

表 2 关联系数结果

Tab. 2 Results of correlation coefficient

项数	用水人数/万人	占地面积/ $\times 10^4 \text{ m}^2$	绿化率/%	管网综合漏损率/%	节水器具普及率/%
第 1 项	0.472	0.528	0.469	0.469	0.469
第 2 项	0.777	0.965	0.767	0.767	0.767
第 3 项	0.729	0.752	0.722	0.722	0.722
第 4 项	0.363	0.851	0.361	0.361	0.361
第 5 项	0.613	0.919	0.609	0.609	0.609
第 6 项	0.733	1.000	0.725	0.725	0.725
第 7 项	0.775	0.522	0.767	0.767	0.767

3.1.3 计算各因素的关联度

表 3 关联度结果

Tab. 3 Correlation results

评价项	关联度	排名
用水人数/万人	0.780	2
占地面积/ $\times 10^4 \text{ m}^2$	0.797	1
绿化率/%	0.656	5
管网综合漏损率/%	0.762	3
节水器具普及率/%	0.630	4

结合上述关联系数结果进行加权处理,最终得出关联度值,使用关联度值针对 7 个评价对象进行评价排序;关联度值介于 0~1 之间,该值越大代表其与“参考值”(母序列)之间的相关性越强,也即意味着其评价越高。从表 3 可以看出:针对本次 5 个评价项,占地面积的综合评价最高(关联度为:0.797),其次是用水人数(关联度为:0.780)<sup>[15]</sup>。

3.2 GM(1,1) 灰色预测模型

3.2.1 用水量分析

表 4 某学校 2014—2016 年逐月用水量

Tab. 4 Monthly water consumption of a school from 2014 to 2016

月份	2014 年用水量/ $\text{m}^3$	2015 年用水量/ $\text{m}^3$	2016 年用水量/ $\text{m}^3$
1 月	249 748	—	146 650
2 月	199 093	—	90 432
3 月	234 188	141 004	144 798
4 月	279 632	163 464	173 378
5 月	227 253	131 174	120 742
6 月	272 045	157 035	158 012
7 月	258 434	137 605	131 954
8 月	172 980	71 908	69 258
9 月	254 918	114 016	135 704
10 月	275 885	122 992	144 764
11 月	298 327	159 142	157 298
12 月	301 379	154 806	167 544

由表 4 可知该学校 1—12 月份用水量变化较大,这与学生在校人数和季节有关。2、5、8 月份用水量,明显低于月平均用水量,这是由于 2、8 月份正值学校寒暑假期间,用水人数大幅减少,用水量仅为月平均用水量的一半。5 月份用水量较少的原因可能是毕业年级学生外出实习。2015 年进行节水改造后,明显比 2014 年用水量降低,但是月用水量变化规律基本相同,总结可得逐月用水量变化趋势如图 1。

3.2.2 建立灰色预测模型

根据灰色关联分析得出前三项重要影响因素,结合该学校用水数据,建立 GM(1,1) 灰色模型<sup>[16]</sup>。

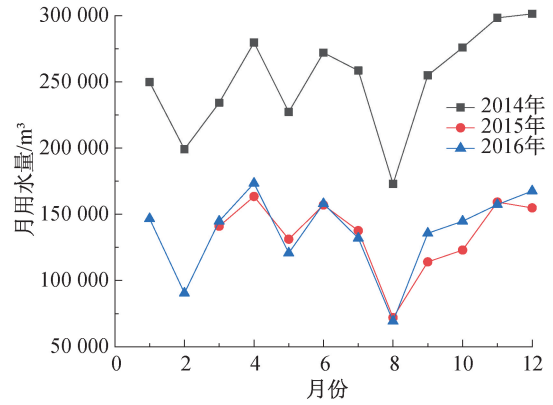


图 1 逐月用水量变化趋势

Fig. 1 Monthly trend of water consumption

高校样本季度用水量数据如表 5 所示。根据数据,构建新数列,GM(1,1) 模型级比值表格见表 6。

表 5 高校样本季度用水量数据

Tab. 5 Quarterly Water Consumption Data of University Samples

季度	2014 年用水量/ $\text{m}^3$	2015 年用水量/ $\text{m}^3$	2016 年用水量/ $\text{m}^3$
1	683 029	389 390	381 880
2	778 930	451 673	452 132
3	686 332	323 529	336 916
4	875 591	436 940	469 606

表 6 GM(1,1) 模型级比值表格

Tab. 6 GM(1,1) model level ratio table

序号	原始值	级比值 $\lambda$	原始值+平移转换 shift 值 (shift = 903 346)	转换后的及比值 $\lambda$
1	38 939.000	—	942 285.000	—
2	451 673.000	0.695	1 355 019.000	0.695
3	323 529.000	1.104	1 226 875.000	1.104
4	436 940.000	0.915	1 340 286.000	0.915

从表 6 可知,针对 2015 年进行 GM(1,1) 模型构建,首先进行模型级比值检验,用于判断数据序列是否适用模型构建。级比值为上一期数据/当期数据。结果显示:原始数据并没有通过级比检验,因此进行平移转换,即在原始值的基础上加入平移转换值 903 346.00,最终平移转换后的数据级比检验值均在标准范围区间 $[0.670, 1.492]$ 内,意味着本数据适合进行 GM(1,1) 模型构建<sup>[17]</sup>。

3.2.3 计算模型参数

表 7 模型构建结果

Tab. 7 Model construction results

发展系数 $a$	灰色作用量 $b$	后验差比 $C$ 值
0.005 8	1 324 296.509 1	0.088 5



表 8 GM(1,1)模型检验表

Tab. 8 GM (1,1) model test

序号	原始值	预测值	残差	相对误差/%	级比偏差
1	683 029	683 029	0.000	0.000	—
2	778 930	754 331.8	24 598.2	3.15	0.094
3	686 332	874 020.9	-187 688.9	27.35	0.137
4	825 591	793 531.1	32 059.9	3.88	0.092

从表 7 可知,后验差比  $C$  值  $0.089 < 0.35$ , 意味着模型精度等级非常好。

### 3.2.4 模型验证

从表 8 可知,模型构建后可对相对误差和级比偏差值进行分析,验证模型效果情况;模型除第三季度外相对误差低于 5% 表明模型拟合效果良好,第三季度相对误差值超出 20% 主要是因为第三季度所属月份为 7、8、9 月份,正值暑假期间,高效学生大部分已离校导致用水量与其他季度数据存在较大不同导致误差较大。而其他季度数据模型拟合结果基本符合实际情况。经过计算可绘得如图 2 所示某高校 2016 年四个季度用水量预测值。

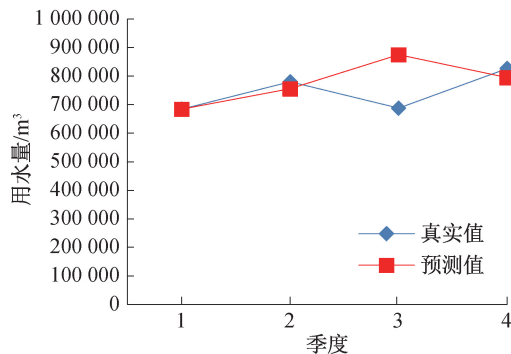


图 2 某高校 2016 年用水量模型拟合及预测

Fig. 2 Water consumption model fitting and prediction in 2016

## 4 结论

1) 运用灰色关联法从占地面积、用水人数、管网有效供水率、节水器具普及率、绿化率五个因素中计算了其与水量的关联关系即关联度分别为 0.780、0.797、0.656、0.762、0.630。得出影响用水量的三个主要因素:占地面积、用水人数和管网有效供水率。

2) 运用上一年用水量数据置入灰色系统预测模型预测 2016 年用水量数据,经检验,排除学校暑假放假影响因素,其他季度用水量预测值与用水量实测值相对误差小于 5%,模型后验差比为 0.089,预测结果与实际基本保持一致,模型预测精度良好。结果表明本预测模型用水量预测符合

实际用水量数据,模型有效可行。灰色预测模型对未来合同节水管理模式的全面推广和对水资源合理配置利用具有较高的参考意义。

### 参考文献:

- [1] YUAN Y B, ZHAO H, YUAN X H, et al. Application of Fractional Order Based Grey Power Model in Water Consumption Prediction[J]. Environmental Earth Sciences, 2019, 78(8):266.
- [2] LI Z B, JIANG Y, YUE J, et al. An Improved Gray Model For Aquaculture Water Quality Prediction[J]. Intelligent Automation & Soft Computing, 2012, 18(5): 557-567.
- [3] LIU Y, HU Y C, HU Y M, et al. Water Quality Characteristics and Assessment of Yongding New River by Improved Comprehensive Water Quality Identification Index Based on Game Theory[J]. Journal of Environmental Sciences, 2021, 104: 40-52.
- [4] LI B, WANG X Q, WEI T, et al. Analysis of Sustainable Utilization of Water Resources in Karst Region Based on the Ecological Footprint Model-Liupanshui City Case[J]. Journal of Water Supply Research and Technology-AQUA, 2018, 67(6): 566-575.
- [5] PARREÑO C A, QUIRANTE N, FEMENIA R R, et al. Caballero Economic and Environmental Strategic Water Management in the Shale Gas Industry: Application of Cooperative Game Theory[J]. AIChE Journal, 2019, 65(11):1-15.
- [6] LIU B, HUANG J J, YU L, et al. Risk Assessment of Hybrid Rain Harvesting System and Other Small Drinking Water Supply Systems by Game Theory and Fuzzy Logic Modeling[J]. Science of the Total Environment, 2020, 708:1-11.
- [7] HU H, WANG X S, GAO Z C, et al. A Real Option-based Valuation Model for Water Saving Management Contract[J]. Journal of Cleaner Production, 2020(pre publish): 125442.
- [8] 张红鸽. 基于灰色系统理论的危险源辨识方法研究[D]. 太原:太原理工大学, 2007.
- [9] 刘志明,周真中,王永强,等. 基于灰色预测模型的水资源现状分析和预测探讨[J]. 长江科学院院报, 2019, 36

- (9):34-39.
- [10]王娟. 基于灰色关联度法的空气质量数据校准研究[J]. 微型电脑应用, 2021, 37(3):44-47.
- [11]蔡挺彬, 冯书兴, 张雪芹, 等. 基于灰色关联分析的雷达外测数据精度评估方法[J]. 科学技术与工程, 2021, 21(10):4272-4277.
- [12]张丽洁, 沙秀艳, 尹传存, 等. 基于变权优化背景值改进的GM(1,1)灰色预测模型及其应用[J]. 计算机与现代化, 2021, 305(1):1-6+27.
- [13]高文娜. 基于区位熵灰色关联度的关中平原城市群产业协同分析[J]. 当代经济, 2021, 524(8):54-58.
- [14]林英姿, 刘万全, 李冠. 利用灰色模型预测年用水量[J]. 中国资源综合利用, 2014, 32(11):57-59.
- [15]杨华龙, 刘金霞, 郑斌. GM(1,1)灰色预测模型的改进与应用[J]. 数学的实践与认识, 2011, 41(23):39-46.
- [16]王正新, 党耀国, 刘思峰. 基于离散指数函数优化的GM(1,1)模型[J]. 系统工程理论与实践, 2008(02):61-67.
- [17]XIAO Xiping, HU Yichen, GUO Huan. Modeling Mechanism and Extension of GM(1,1)[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2013, 24(03):445-453.

(责任编辑 王利君)

(上接第64页)

- [6]谭艺帅, 彭有开, 吴徽. 不同再生细骨料取代率下的再生混凝土单轴受压本构关系[J]. 混凝土, 2019(03):65-70.
- [7]赵敏, 刘元珍, 姜鲁, 等. 不同状态再生细骨料对再生保温混凝土抗压强度的影响[J]. 科学技术与工程, 2017, 17(10):281-285.
- [8]GB/T 25177—2010, 混凝土用再生粗骨料[S].
- [9]GB/T 25176—2010, 混凝土和砂浆用再生细骨料[S].
- [10]GB/T 228.1—2010, 金属材料拉伸试验[S].
- [11]DL/T 5150—2017, 水工混凝土试验规程[S].
- [12]远新. 基于再生骨料品质和取代率的再生混凝土配合比设计方法研究[D]. 青岛:青岛理工大学, 2018.
- [13]赵文兰, 姚志斌, 于秋波, 等. 轻质混凝土与变形钢筋粘结锚固性能试验研究[J]. 建筑结构, 2019, 49(4):70-75.
- [14]郑建岚, 庄金平. 自密实混凝土与钢筋的粘结性能试验研究[J]. 工程力学, 2013, 30(2):112-117.
- [15]仲源, 沙吾列提, 拜开依, 等. 掺沙漠砂混凝土与HRB400钢筋的粘结锚固性能研究[J]. 建筑科学, 2020, 36(3):86-93.

(责任编辑 王利君)