

文章编号:1673-9469(2022)04-0106-07

DOI:10.3969/j.issn.1673-9469.2022.04.015

铬污染场地电阻率法探测效果研究

刘阿伟¹, 温来福^{1*}, 郝海强^{2,3}

(1. 河北工程大学 地球科学与工程学院, 河北 邯郸 056038; 2. 华北有色工程勘察院有限公司, 河北 石家庄 050021;
3. 河北省矿山地下水安全技术创新中心, 河北 石家庄 050021)

摘要: 为了研究高密度电阻率法对铬污染场地的探测效果, 建立了典型铬污染模型, 采用有限差分法以及最小二乘法对其进行正反演计算, 分析铬污染的电阻率特征, 得到了高密度电阻率法不同装置类型下的不同污染程度的探测效果。随后对河北某铬污染场地进行高密度电阻率法探测, 得到该厂区地下污染羽的分布范围, 探测结果得到了钻孔取芯验证。通过理论分析和实际探测结果表明, 地下土体受到铬污染后, 其电阻率表现为相对低阻特征, 与同层未污染土体存在明显的电阻率差异; 随着污染程度减弱, 高密度电阻率的识别能力也随之降低, 并且不同装置类型的探测效果也存在差异。

关键词: 铬污染; 高密度电阻率法; 数值模拟; 反演; 探测效果

中图分类号: P319.2

文献标识码: A

Research on the Detection Effect of the Resistivity Method in Chromium Contaminated Site

LIU Awei¹, WEN Laifu^{1*}, HAO Haiqiang^{2,3}

(1. School of Earth Science and Engineering, Hebei University of Engineering, Handan, Hebei 056038, China;

2. North China Engineering Investigation Institute Co., Ltd., Shijiazhuang, Hebei 050021, China;

3. Technological Innovation Center for Mine Groudwater Safety of Hebei Province, Shijiazhuang, Hebei 050021, China)

Abstract: To study the detection effect of the high-density electrical resistivity method on chromium-contaminated sites, the resistivity model of chromium pollution was established. The finite difference method and the least square method were used to perform forward and inversion to analyze the resistivity characteristics of chromium pollution. Then, the detection effect of different pollution concentrations under different device types is obtained. Subsequently, the high-density electrical resistivity method was carried out on a chromium contaminated site in Hebei, and the distribution of the underground pollution plume was obtained. The detection results were verified by drilling. Theoretical analysis and actual detection results show that the resistivity of underground soil polluted by chromium is relatively low, which is significantly different from that of uncontaminated soil. With the weakening of pollution degree, the identification ability of high-density electrical resistivity also decreases and the detection effects of different device types are also different. The above research results provide an important theoretical and practical basis for the site investigation of the same type of heavy metal pollution in the future.

Key words: chromium pollution; high-density electrical resistivity method; numerical simulation; inversion; detection effect

收稿日期: 2022-03-26

基金项目: 河北省自然科学基金资助项目(D2020402032); 邯郸市科学技术研究与发展计划项目(19422121008-40)

作者简介: 刘阿伟(1994-), 男, 山西临汾人, 硕士研究生, 主要从事应用地球物理方面的研究工作。

* 通讯作者: 温来福(1988-), 男, 河北保定人, 博士, 讲师, 主要从事应用地球物理方面的教学与科研工作。

近年来,随着产业结构的调整和城市化进程的加快,大量重工企业搬迁或停产后遗留了许多可能对人身健康造成危害的污染场地,而土壤重金属污染则是其中一个相对严重的问题^[1-2]。随着我国对环境治理力度的加大,对土壤重金属污染治理也随之成为了一个重点的治理领域^[3-4]。因此,获取污染场地的地下污染羽分布信息,实现污染场地的污染程度和污染范围及发育状况的初步判断,是对污染场地重新修复利用以及污染防治的前提。

高密度电阻率法作为一种具有快速以及无损检测等优点并且研究相对成熟的方法,在隧道工程、采空区、岩溶探测,污染场地的调查等方面都得到了广泛的应用^[5-6]。近年来,高密度电阻率法在土壤的污染探测方面取得了一定成果。王玉玲等基于电阻率模型和小范围场地,验证了电阻率法能够成功检测出重金属污染造成的电阻率低阻异常^[7];Helene 等用电阻率法对西班牙莫图卡一个制革厂铬污染土壤进行监测,证明电阻率数据对铬污染残留的测定至关重要,通过跟踪监测还监测到该制革厂中总铬浓度逐年下降的情况。假设铬以毒性较小的三价铬的形态存在,可以认为研究区铬污染的自然衰减达到了很好的效果^[8]。聂慧君等在湖南某铬污染场地运用高密度电阻率法得出主要污染因素为六价铬,并根据反演结果推断出了污染范围和深度^[9];邱波等使用电阻率法对垃圾填埋场的渗滤液范围进行探测,准确识别出了垃圾渗滤液范围和严重污染区域^[10];Helene 等对一个在 2014 年就已关闭的垃圾填埋场废料池的渗滤液渗漏进行了长达 3 年的地球物理监测,证实了此垃圾填埋场地里的防渗膜发生破损且含水层已被污染^[11];邱小峰利用高密度电阻率法和钻孔取样分析法对上海某废弃化工企业土壤污染进行研究,结果表明该方法可以较好地识别出污染范围以及污染发育规模和位置^[12]。本文在介绍了高密度电阻率法原理的基础上,分析了高密度电阻率不同装置对于污染场地的探测效果,开展了铬污染场地的理论模型以及现场探测研究,对于此类重金属污染场地调查具有重要的理论和实践意义。

1 高密度电阻率法基本原理

高密度电阻率法是在常规电法勘探基础上发展起来的一种勘探方法,该方法仍然是以岩土体的电性差异为基础,但传统的电阻率法的“单点”测量相比,高密度电阻率法测量方式进行了升

级,吸收了阵列勘探方法的思想,兼具了电剖面 and 电测深的特点,而且融合了地学层析成像技术^[13-14]。进行数据采集时将测量电极布置到提前设定好间距的测点处,供电电极和接收电极由主机自主控制,可实现数据的快速和自动采集。在多路转换器的程控下,通过测量主机可实现各类装置、不同排列极距的视电阻率值观测,从而实现在剖面上一次性布极可获取多种装置类型的地电断面分布信息,它是目前技术水平较高、信息量大、智能化程度高以及探测精度较高的环境地球物理探测方法之一^[15-16]。

高密度电法基本原理与传统的直流电阻率法完全相同,通过供电电极 A、B 向地下供电,然后测量电极 M、N 两极的电位差 ΔU_{MN} ,从而获得该测点的视电阻率 ρ_s ,其表达式为:

$$\rho_s = K \cdot \Delta U_{MN} / I \quad (1)$$

式中, K 为装置系数, $\Delta U_{MN} = U_M - U_N$, I 为供电电流。

图 1 给出了野外工作常用的两种装置类型(温纳装置和偶极-偶极装置)的示意图。其中,温纳装置电极的布置特点是 $AM = MN = NB = na$ (n 为隔离系数, a 为电极距),偶极-偶极装置电极的布置特点是 $AB = MN = a$, $BM = na$ 。

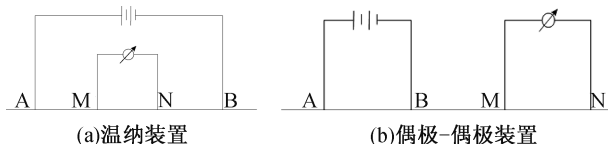


图 1 不同装置类型示意图

Fig. 1 Schematic diagram of different devices

2 正反演基本理论

2.1 有限差分正演

直流电场的有限差分法是利用差分代替微分将连续的电位方程和边值问题转化为离散的差分方程,随后求解差分方程得到各离散点的函数值,达到求解偏微分方程的目的^[17]。对于高密度电阻率二维正演来说,其本质上是直流电法中的点电源二维正演问题,假设介质的电导率沿 y 方向不变,那么波数域电位 $\bar{\phi}$ 满足的基本方程如下:

$$-\nabla[\sigma(x,z)\nabla\bar{\phi}(x,k_y,z)] + k_y^2\sigma(x,z)\bar{\phi}(x,k_y,z) = \bar{Q}\delta(x_s)\delta(z_s) \quad (2)$$

式中, σ 是介质的电导率, $\bar{\phi}$ 为地下介质的波数域电位, k_y 是空间域波数, $\bar{Q}$ 是波数域内稳定电流密度。

对于给定的地电模型,首先将其离散剖分成若干个大小不一的矩形网格,如图2所示。其中横向(x 方向)网格节点编号为 $i=1,2,\dots,N$,纵向(z 方向)网格节点编号为 $j=1,2,\dots,M$,图中 $\Delta A_{i,j}$ 代表节点 (i,j) 附近封闭的网格区域。

对式(2)两侧在 $\Delta A_{i,j}$ 网格区域内求积分有:

$$-\iint_{\Delta A_{i,j}} \nabla \cdot [\sigma(x_i, z_j) \nabla \phi(x_i, k_y, z_j)] dx_i dz_j + \iint_{\Delta A_{i,j}} k_y^2 \sigma(x_i, z_j) \phi(x_i, k_y, z_j) = \frac{1}{2} \delta(x_s) \delta(z_s) \quad (3)$$

对于内部节点,可以得到

$$C_L^{ij} \cdot \bar{\phi}_{i-1,j} + C_R^{ij} \cdot \bar{\phi}_{i+1,j} + C_T^{ij} \cdot \bar{\phi}_{i,j-1} + C_B^{ij} \cdot \bar{\phi}_{i,j+1} + C_P^{ij} \cdot \bar{\phi}_{i,j} = \frac{1}{2} \delta(x_s) \delta(z_s) \quad (4)$$

式中 C_L^{ij} 是节点 (i,j) 和节点 $(i-1,j)$ 的混合系数, C_R^{ij} 是节点 (i,j) 和节点 $(i+1,j)$ 的混合系数, C_T^{ij} 是节点 (i,j) 和节点 $(i,j-1)$ 的混合系数, C_B^{ij} 是节点 (i,j) 和节点 $(i,j+1)$ 的混合系数, C_P^{ij} 是节点 (i,j) 自伴随系数。

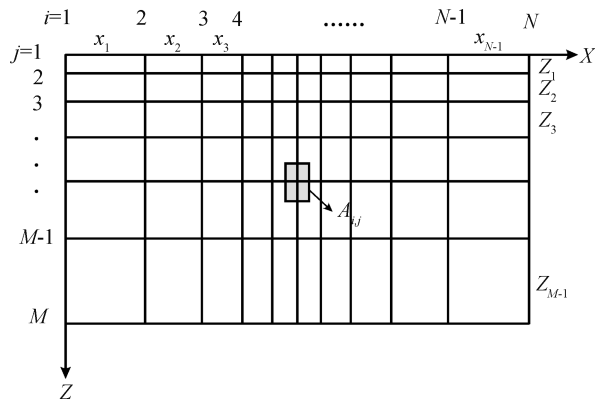


图2 有限差分网格剖分示意图

Fig. 2 Schematic diagram of finite-difference mesh division

同理,对于边界节点应用相应的边界条件,可以得到与(4)式类似的差分方程。此时,将剖分后的所有网格节点的差分方程联立就可以得到 $M \times N$ 个线性方程组,表示为矩阵形式为:

$$C \cdot \bar{\phi} = S \quad (5)$$

式中, C 为稀疏矩阵, $\bar{\phi}$ 为各网格节点的波数域电位值组成的列向量,右端项 S 与供电电流有关,并且只在供电点处 S_i 有值($S_i = I/2$),具体表达式为:

$$C = \begin{pmatrix} C_{1,1} & \cdots & C_{1,MN} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{MN,1} & \cdots & C_{MN,MN} \end{pmatrix}, \bar{\phi} = \begin{pmatrix} \bar{\phi}_1 \\ \vdots \\ \bar{\phi}_{MN} \end{pmatrix}, S = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ S_i \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

通过求解式(5)所示线性方程组,得到各网格节点的波数域电位值后,利用反傅氏变换得到各网格节点空间域电位值,进而求得不同装置下的视电阻率值。

2.2 阻尼最小二乘法

阻尼最小二乘法是由高斯-牛顿法演化而来,是一种应用最为广泛的反演方法之一。该方法的核心思想就是通过不断地修正地电模型参数,使实测值与正演计算结果之间的拟合差取得极小值,其基本算法为^[18-19]。

$$(A^T A + \alpha I) \Delta \rho = -A^T e_k \quad (6)$$

式中, A 为雅克比矩阵, $\Delta \rho$ 为模型参数修改量, α 为阻尼因子, I 为单位矩阵, e_k 是实测视电阻率与正演计算值之间的残差。

在反演迭代过程中,通过求解式(6)得到模型的修正量 $\Delta \rho$,更新模型参数后,计算拟合差是否满足精度要求,若不满足,需调整阻尼因子重新迭代,直至满足反演迭代结束条件,得到最终的模型电阻率值,即反演电阻率值。

3 理论模型及探测效果分析

3.1 地电模型的建立

铬污染属于重金属污染中的一种,其电阻率表现为低阻特征。根据前人的研究成果可知,随着污染程度的增加,受污染的地下介质电阻率越来越低。据此建立不同污染程度的地电模型如图3所示,模型共分为三层:第一层为回填土,第二层为粉质黏土,第三层为粉砂岩。由于回填土的存在,所以将铬污染设置于粉质黏土层中,污染区域电阻率分别设置为 $5 \Omega \cdot m$ 和 $20 \Omega \cdot m$,代表不同污染程度。为了更加接近于实际场地污染情况,污染区域在纵向上随深度的增加而减小,其它模型参数见表1。

理论模型正演采用有限差分法,网格剖分参数为:横向网格数240,网格间距为0.5 m,纵向网格数16,网格间距随深度增加而增大,剖分结果如

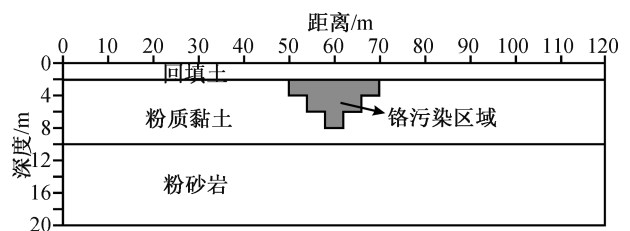


图3 铬污染场地模型示意图

Fig. 3 Schematic diagram of chromium-contaminated model

表 1 模型参数表		
Tab. 1 Table of model parameters		
地层	厚度/m	电阻率/($\Omega \cdot \text{m}$)
回填土	2	200
粉质黏土	8	50
粉砂岩	10	100

图 4 所示。高密度电阻率法探测装置类型采用温纳装置和偶极-偶极装置两种,电极数 121,电极距 $a=1\text{ m}$ 。

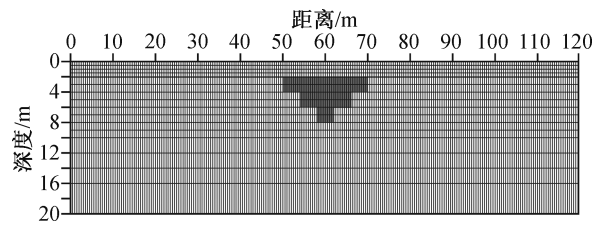


图 4 模型的剖分结果
Fig. 4 Result of model division

3.2 探测效果分析

图 5 和图 6 分别为不同污染程度的场地模型高密度电阻率正反演结果,下面分别从不同装置类型以及不同污染程度的探测效果两方面进行分析。

3.2.1 不同装置类型探测效果分析

图 5(a) 和 (b) 分别为温纳装置正反演结果,图 5(c) 和 (d) 分别为偶极-偶极装置正反演结果。从正演视电阻率断面图中可以看到两种装置对低阻污染区域都有反应:从异常响应的形态来看,温纳装置正演结果中呈现出明显的倒三角异常形态,与模型设置基本吻合,但在偶极-偶极装置正演结果中呈现了“人”字型异常形态,所以温纳装置更能反演污染区域的形态。从异常响应强度来看,相对于偶极-偶极装置,温纳装置正演结果异常响应更加明显,视电阻率值更低,更接近于污染区域的理论电阻率值。

从反演电阻率断面中可以看到,两种装置在污染区域对应的位置都存在明显的低阻异常,反演电阻率为 $5\text{ }\Omega \cdot \text{m}$ 左右,与模型设置吻合。从地层来看,两种装置反演电阻率断面图随深度增加地层电阻率呈现出“高-低-高”的变化特征,在 10 m 深度附近,存在明显的电性分界面,与模型设置地层基本吻合。上方电性层电阻率在 $30\sim70\text{ }\Omega \cdot \text{m}$ 范围内,为粉质黏土层的反应;下方电性层电阻率在 $70\sim120\text{ }\Omega \cdot \text{m}$ 范围内,为粉砂岩的反应。对比两种装置的反演结果可以看到:从地层反应能力来

说,偶极-偶极装置效果最佳,但是对于低阻污染区域的识别效果来说,温纳装置更为明显,图 6 亦表现出同样的结果。

3.2.2 不同污染程度探测效果分析

图 5 和图 6 分别是不同污染程度的高密度电阻率法正反演结果。对比两图可以看出,虽然在两种情况下,探测结果都在污染区域表现为低阻异常,但是随着污染程度的降低,即污染区域电阻率增加,低阻异常响应变弱。由此可以推断,随着污染程度的进一步降低,低阻异常响应越弱,其电阻率值越接近正常地层,直至不能有效地探测出场地的物污染情况。

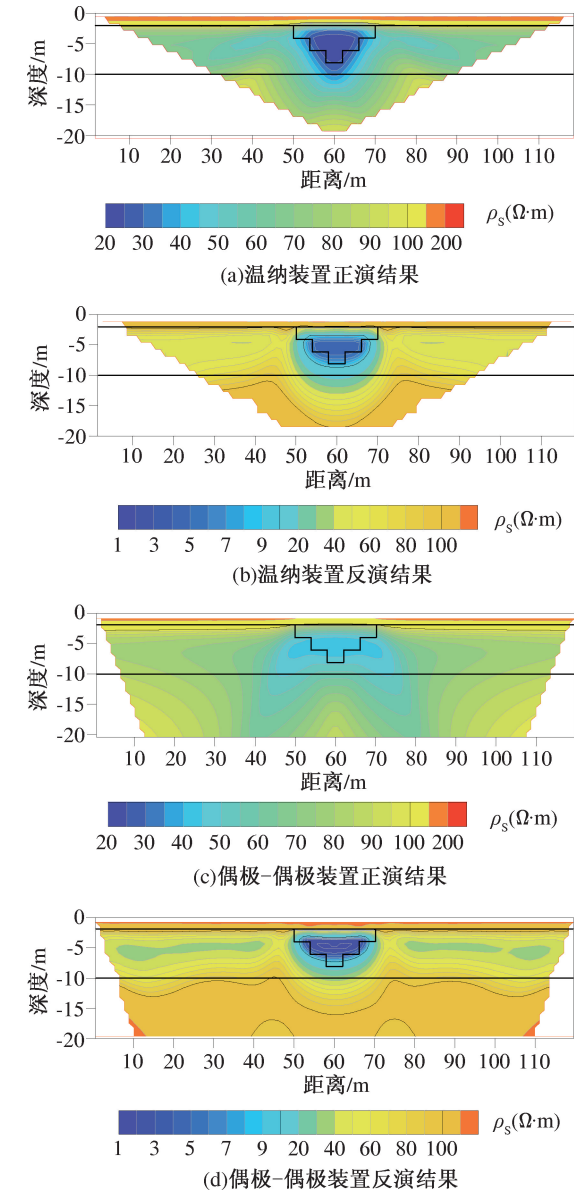


图 5 不同装置正反演电阻率断面图
(污染区域电阻率为 $5\text{ }\Omega \cdot \text{m}$)

Fig. 5 Cross-section of forward and inverse with different devices (resistivity of polluted area is $5\text{ }\Omega \cdot \text{m}$)

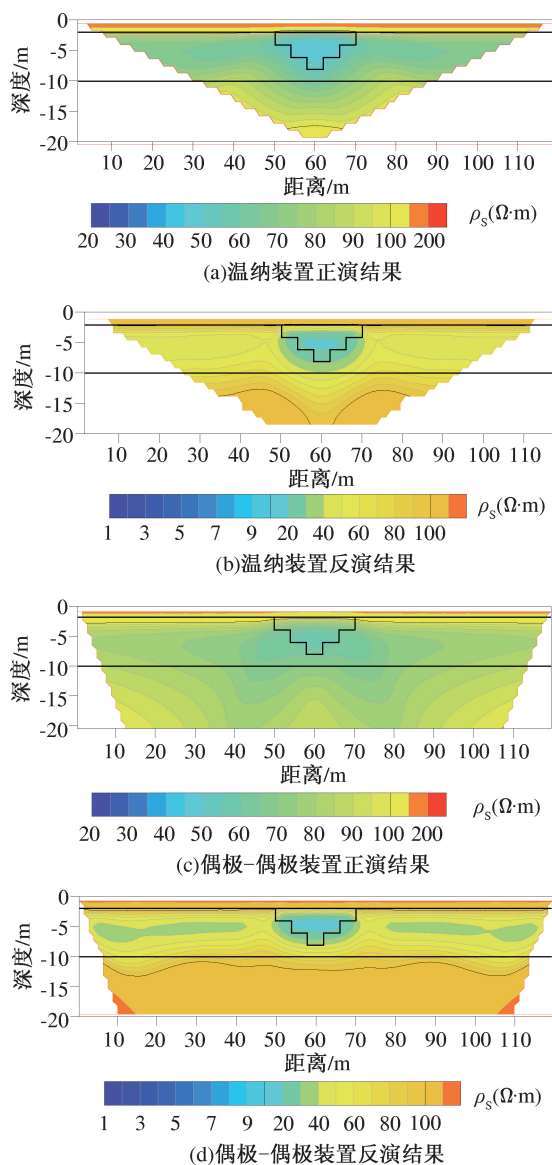


图6 不同装置正反演电阻率断面图
(污染区域电阻率为 $20 \Omega \cdot \text{m}$)

Fig. 6 Cross-section of forward and inverse with different devices (resistivity of polluted area is $20 \Omega \cdot \text{m}$)

4 工程实例

4.1 场地概况及工程布置

河北某铬酸酐化工厂生产期间曾将铬渣堆放在厂院内裸露地面,对地下以及周边环境造成了严重的污染,后于2012年停产转售为粮食存储库。现场调查资料显示厂区内地面大部分被水泥硬化,裸露区呈现淡黄色。为了有效查明原厂区内范围的地表土层中铬的地下污染分布范围,为该场地铬污染评价和修复提供依据,采用高密度电阻率法对其进行探测。

本次高密度电阻率法采用重庆地质仪器厂产

DUK-2A 高密度电法测量系统,在原厂区范围内依次布置了两条垂直的测线,依次编为 I、II,如图7所示。为了更好地反应地下污染羽的形态,根据前文理论研究结果,选择温纳装置开展现场探测工作,电极距 2 m。

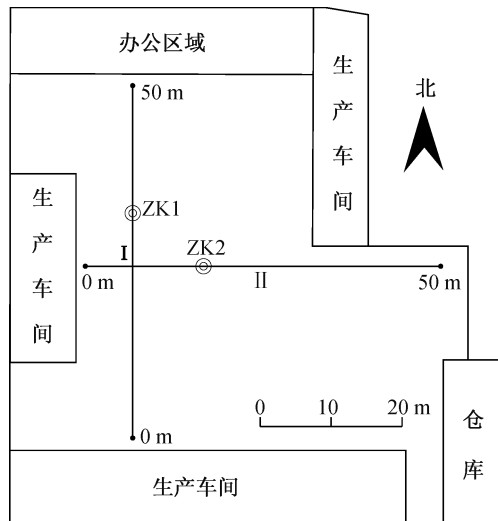


图7 污染场地测线及钻孔布置图

Fig. 7 Layout of survey lines and boreholes

4.2 探测结果分析

两条测线的探测结果如图8所示。其中,图8(a)为测线 I 反演电阻率断面图,从图中可以看到地下存在两处明显的低阻异常,如图中虚线所示,分别在测线 8.0~22.0 m 以及测线 27.0~40.0 m 位置处,电阻率值 $\leq 22 \Omega \cdot \text{m}$,推断两处低阻异常为铬污染物自地表在雨水渗漏淋漓或扩散作用下向地下土层运移形成的污染羽,按其异常分布可推断其污染最大延深可达 4.0 m,污染羽扩展最深处位于剖面的 14.0 m 位置处。

图8(b)为测线 II 反演电阻率断面图,从图中可以看到地下存在一处明显的条带状低阻异常,如图中虚线所示,在测线 7.5~34.0 m 位置处,电阻率值 $\leq 22 \Omega \cdot \text{m}$,推断其也是自地表向地下土层运移形成沿剖面分布的污染羽。按其异常分布可推断其污染最大延深可达 4.0 m,污染羽扩展最深处位于剖面的 12.0 m 位置处。

根据上述成果在测线 I 的 31 m 位置以及测线 II 的 20 m 位置处分别布置一个钻孔,进行取芯铬含量测定,钻孔编号分别为 ZK1 和 ZK2,钻孔位置如图7所示。两个钻孔取芯后铬含量测定结果如图9所示,从图中可以看到 ZK1 铬含量随深度的增加出现“高-低-高-低”的变化特征,地下土体在 3 m 深

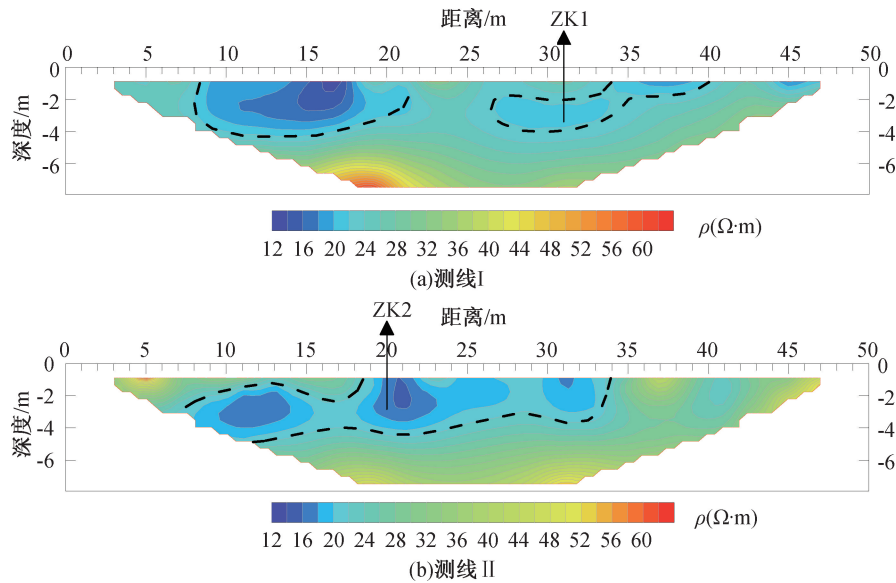


图8 不同测线反演电阻率断面图

Fig. 8 Resistivity cross-section diagram of two survey lines inversion

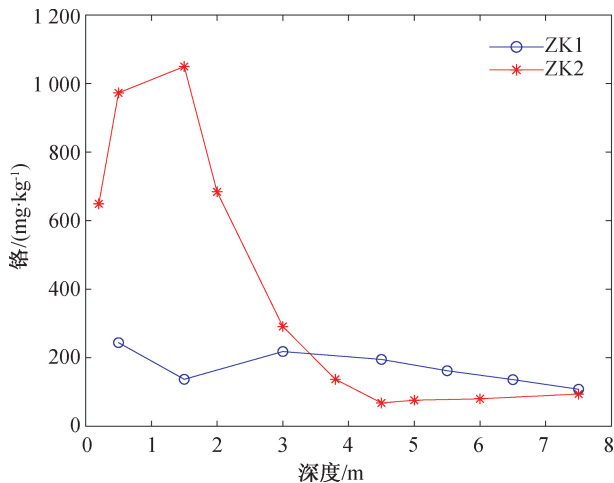


图9 铬污染浓度随深度的变化曲线

Fig. 9 Chromium pollution concentration variation curve with depth

度时铬含量值最高,与图8(a)反演电阻率断面图中呈现结果基本一致。ZK2 铬含量在浅部较高(0~3 m),随着深度增加,铬含量逐渐降低,与图8(b)反演电阻率断面图中呈现结果也基本一致。

对比两个钻孔数据,在深度小于3 m时,ZK1 铬含量整体比 ZK2 要低,即该位置处电阻率值较高,这与图8中反演结果也一致,也证明了本次高密度电阻率法探测结果的正确性。

5 结论

1)建立了铬污染场理论模型,对比分析了高密度电阻率法各装置对铬污染场地探测效果,结果表明不同装置均可以对地下铬污染范围进行

有效识别。但从探测效果来说,温纳装置对于铬污染形态的刻画效果显著,而偶极-偶极装置对于地层的分界更有优势。因此,建议在地下污染范围探测时应优先采用温纳装置。

2)根据理论研究成果采用温纳装置对河北某铬污染场地进行探测,共圈定污染羽3处,均位于地下4.0 m 深度范围内,且呈条带状分布。探测结果得到了钻孔取芯验证,说明高密度电阻率法能够准确地圈定地下污染羽的分布范围,可以为下一步污染的评价和修复工作提供依据。

参考文献:

- [1] 宋玉婷,彭世逞.我国土壤重金属污染状况及其防治对策[J].吉首大学学报:自然科学版,2018,39(5):71-76.
- [2] 刘国辉,徐晶,王猛,等.高密度电阻率法在垃圾填埋场渗漏检测中的应用[J].物探与化探,2011,35(5):680-683+691.
- [3] 陈世宝,王萌,李杉杉,等.中国农田土壤重金属污染防治现状与问题思考[J].地学前缘,2019,26(6):35-41.
- [4] 任剑峰,王波.某废弃油库土壤重金属污染健康风险评估[J].安徽大学学报:自然科学版,2021,45(4):100-108.
- [5] 严加永,孟贵祥,吕庆田,等.高密度电法的进展与展望[J].物探与化探,2012,36(4):576-584.
- [6] 董浩斌,王传雷.高密度电法的发展与应用[J].地学前缘,2003,10(1):171-176.
- [7] 王玉玲,能昌信,王彦文,等.重金属污染场地电阻率法探测数值模拟及应用研究[J].环境科学,2013,34(5):1908-1914.
- [8] HELENE L P, MOREIRA C A, CARRAZZA L P. Ap-

- plied Geophysics on a Soil Contaminated Site by Chromium of a Tannery in Motuca (SP) [J]. Revista Brasileira de Geofisica, 2016, 34(3): 309-317.
- [9] 聂慧君, 祝晓彬, 吴吉春, 等. 高密度电阻率法在湖南某铬污染场地调查中的应用[J]. 勘察科学技术, 2018, 220(6): 50-54.
- [10] 邱波, 王斌战, 周世昌, 等. 高密度电法在垃圾填埋场渗滤液调查中的研究[J]. 资源环境与工程, 2020, 34(S2): 128-133+176.
- [11] HELENE L P, MOREIRA C A, BOVI R C. Identification of Leachate Infiltration and Its Flow Pathway in Landfill by Means of Electrical Resistivity Tomography [J]. Environmental Monitoring and Assessment, 2020, 192(4): 1-10.
- [12] 邱小峰. 高密度电法在上海某地区环境污染调查中的应用[J]. 工程勘察, 2021, 49(5): 71-78.
- [13] 李方敏. 垃圾填埋场渗漏检测中高密度电阻率法的应用[J]. 科技创新与应用, 2015(30): 47.
- [14] 郑冰, 李柳德. 高密度电法不同装置的探测效果对比[J]. 工程地球物理学报, 2015, 12(1): 33-39.
- [15] 徐小兵, 程久龙, 韩承强, 等. 高密度电阻率法层析成像技术及其在水文地质中的应用[J]. 煤矿开采, 2006, 11(5): 21-22+54.
- [16] 肖宏跃, 雷宛, 雷行健. 高密度电阻率法中几种装置实测效果比较[J]. 工程勘察, 2007(9): 65-69.
- [17] 李金铭. 地电场与电法勘探[M]. 北京: 地质出版社, 2005.
- [18] 周金, 程久龙, 温来福. 矿井瞬变电磁法反演方法研究进展与展望[J]. 煤矿安全, 2017, 48(4): 180-183+187.
- [19] 聂利超, 李术才, 刘斌, 等. 电阻率层析成像法探测滑坡面正演模拟与反演成像研究[J]. 岩土力学, 2011, 32(9): 2873-2879.

(责任编辑 周雪梅)

(上接第 99 页)

- [5] 孙吉书, 邱博超, 肖田. 降雨作用下路堤边坡水毁机理及影响因素分析[J]. 河北科技大学学报, 2021, 42(4): 415-423.
- [6] JIANG J, EHRET D, WEI X, et al. Numerical Simulation of Qiaotou Landslide Deformation Caused by Drawdown of the Three Gorges Reservoir, China[J]. Environmental Earth Sciences, 2011, 62(2): 411-419.
- [7] 许方领, 阮怀宁, 黄肖, 等. 考虑降雨入渗的非饱和土边坡流固耦合数值分析[J]. 河南科学, 2019, 37(6): 955-961.
- [8] 王磊, 李荣建, 刘军定, 等. 连续降雨下黄土陡坡开裂及稳定性评价[J]. 水利水运工程学报, 2022(04): 77-86.
- [9] 汪华安, 焦春茂, 陈晓. 基于颗粒流方法的滑坡机理数值分析[J]. 三峡大学学报: 自然科学版, 2020, 42(1): 47-51.
- [10] 张家勇, 邹银先, 杨大山. 基于 PFC3D 的鱼鳅坡滑坡运动过程分析[J]. 中国地质灾害与防治学报, 2021, 32(4): 33-39.
- [11] 吴谦, 王常明, 宋朋燃, 等. 黄土陡坡降雨冲刷试验及其三维颗粒流-固耦合模拟[J]. 岩土力学, 2014, 35(4): 977-985.
- [12] 周峙. 降雨-蒸发作用下皖江裂隙性粘土裂隙演化机制及边坡破坏机理[D]. 武汉: 中国地质大学, 2021.
- [13] 司宪志, 宁宇, 石崇, 等. 基于连续-非连续方法的高填方边坡变形稳定性分析[J]. 河北工程大学学报: 自然科学版, 2021, 38(2): 53-60.
- [14] 蒋中明, 龙芳, 熊小虎, 等. 边坡稳定性分析中的渗透力计算方法考证[J]. 岩土力学, 2015, 36(9): 2478-2486.
- [15] 陈闻潇, 石崇, 李汪洋, 等. 基于连续-非连续耦合方法的降雨滑坡数值模拟研究[J]. 河南科学, 2020, 38(5): 763-770.
- [16] 王乐荣, 石崇, 翟淑花, 等. 坡面泥石流启动机理的细观数值模拟研究[J]. 河南科学, 2022, 40(3): 419-426.
- [17] 石崇, 张强, 王盛年. 颗粒流(PFC5.0)数值模拟技术及应用[J]. 岩土力学, 2018(S2): 1.
- [18] 孙其诚, 王光谦. 颗粒物质力学导论[M]. 北京: 科学出版社, 2009.
- [19] 陈晓, 石崇, 杨俊雄. 土石混合体边坡细观特征对滑面形成影响研究[J]. 工程地质学报, 2020, 28(4): 813-821.
- [20] 胡小荣, 蔡晓锋, 刘操. 饱和砂土的三剪弹塑性边界模型研究(三)—PFC3D 数值试验验证[J]. 应用力学学报, 2022, 39(2): 324-335.
- [21] 苏燕, 邱俊炳, 兰斯梅, 等. 基于室内试验的降雨型滑坡机理研究[J]. 福州大学学报: 自然科学版, 2015, 43(1): 118-122.

(责任编辑 周雪梅)