文章编号:1673-9469(2023)01-0104-09 DOI:10.3969/j.issn.1673-9469.2023.01.015

单自由度吊丝配重式重力补偿机构的精度分析

姜建建[1,2],黄志来[1,2],周慧明[1,2],张如燕[1,2],房 翔[2],王 彪[1,2*]

(1.特种重载机器人安徽省重点实验室,安徽 马鞍山 243000;2.安徽工业大学 机械工程学院,安徽 马鞍山 243000)

摘要: 以单自由度吊丝配重式系统为研究对象,建立系统误差模型。为评估各类几何误差及惯性力对补偿精度的影响,将起吊点和悬挂点的偏离量作为误差评估指标,选定同步误差对应的误差评估指标进行误差匹配,可分析各类误差的影响。研究发现吊丝长度与补偿精度成正相关,各类几何误差对评估指标的影响有差异。惯性力引起的误差可等效成求解悬链线问题,经分析发现,其导致起吊点方向偏转为最大影响因素。算例表明,角加速度过大时,系统对吊丝长度有更高的要求。

关键词: 机械臂;微重力补偿;误差评估指标;惯性影响分析

中图分类号: TP242 **文献标识码:** A

Accuracy Analysis of Single-Degree-of-Freedom Hanging Wire Counterweight-Type Gravity Compensation Mechanism

JIANG Jianjian[1,2], HUANG Zhilai[1,2], ZHOU Huiming[1,2], ZHANG Ruyan[1,2], FANG Xiang[2], WANG Biao[1,2*]

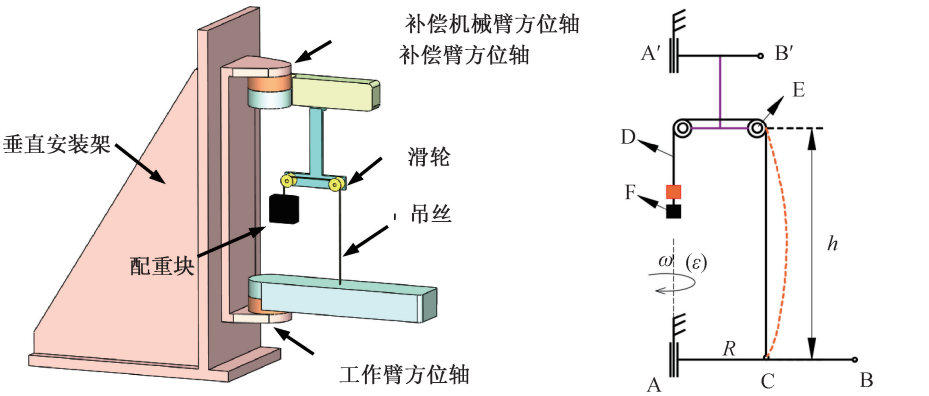
(1. AnHui Province Key Laboratory of Special Heavy Load Robot, Ma'anshan, Anhui 243000, China;
2. School of Mechanical Engineering, Anhui University of Technology, Ma'anshan, Anhui 243000, China)

Abstract: The system error model is established by taking the single degree of freedom wire counterweight system as the research object. In order to evaluate the influences of various types of geometric errors and inertial forces on the compensation accuracy, the deviation of the lifting point and suspension point is taken as the error evaluation index, and the error evaluation index corresponding to the synchronization error is selected for error matching, which can analyze the influences of various types of errors. It is found that the length of the hanging wire is positively correlated with the compensation accuracy, and there are differences in the influence of various types of geometric errors on the evaluation index. The error caused by inertia force can be equated by solving the suspension chain line problem, and it is found that the inertia force causes the deflection of the lifting point direction as the biggest influencing factor. The calculation example shows that the system has higher requirements on the length of the hanging wire when the angular acceleration is too large.

Key words: mechanical arm; microgravity compensation; parameters of error evaluation; analysis of inertial influence

我国在载人航天、登月工程等领域的高速发展,对空间机械臂的性能提出了更加严格的要求。空间机械臂的研究,需在地面模拟太空微重力环境[1-2]。目前模拟微重力环境的主要方法有抛物线飞行法、气浮法、水浮法、悬吊法等。抛物线飞行法[3]是利用飞机释放重力加速度来创造最接近真实的微重力环境,成本高,时间短。气浮法[4-6]与水浮法[7-8]是靠气体或液体浮力支撑物体,降低

收稿日期: 2020-05-12
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(52005006)
作者简介: 姜建建(1995-),男,安徽阜阳人,硕士研究生,从事结构设计及仿真分析方面的研究。
*通讯作者:王彪(1962-),男,安徽芜湖人,硕士,副教授,从事固体力学、数值计算及结构优化方面的研究。



(a) 吊丝式重力补偿机构模型示意图　　(b) 吊丝式重力补偿机构原理图

图 1　单自由度重力补偿系统机构

Fig. 1　Gravity compensation system with 1-DOF

重力对物体的影响,实验系统所需保障条件较高。悬吊法[9]通过竖直吊丝将待测试件的质心连接在配重块或力矩电机上以补偿物体重力影响,该系统结构简单且实验成本低,易于实现竖直方向重力补偿,应用较为广泛。

悬吊法起源于日本,该法最早被用于空间机器人的微重力试验,随后各国对悬吊法进行了研究。NASA 格伦研究中心[10]建立了增强型零重力运动模拟器,该装置通过调整受试者的悬吊角度和试验台的角度模拟航天员在太空微重力环境下的运动情况。Fischer 等[11]研制了太阳翼微重力试验系统,对太阳翼及悬吊系统建立力学模型,预测悬吊系统调整效果并优化系统。俄罗斯移动车辆工程研究所[12]开发了多吊点多自由度火星车重力补偿系统,由拉力分配结构将单吊索力分配至各个吊点。NASA[13]研发了 6 自由度悬吊式重力模拟装置,训练宇航员在微重力环境下如何使用工具等。高丽大学[14]采用四条斜拉绳索实现航天员空间内三维移动,由电机和卷筒恒定吊索拉力。近年来我国在悬吊法重力补偿技术上发展很快,吴跃民等[4]开发了 2 自由度太阳翼微重力模拟系统,实现了重载时悬吊点小范围低阻力运行。高吾益[15]提出了吊丝式天车结构的重力补偿方案,有效地提高了重力补偿精度;李海月[16]等人将悬吊法与气浮法结合,利用悬吊法弥补了气浮法在空间竖直方向上的重力补偿不足。王开宝[17]等建立了月球表面取样装置的悬吊式重力补偿机械结构模型,设计了主、从机械臂的补偿控制方案。叶雪钠等[18]使用工业相机实时高精度测量悬吊式重力补偿的绳索运动摆角,可作为控制系统输入参数提高重力补偿精度。

本文针对单自由度半主动吊丝重力补偿机构,建立几何模型,分析误差来源,对各级误差设定统一的误差评估指标。再对各级误差建立数学模型,直接求得各项因素的影响因子,根据统一的误差评估指标对量化后的各级误差进行评估。

1　吊丝式重力补偿机构模型

吊丝配重式重力补偿系统工作原理如图 1 所示,AB 为工作臂,A′B′为补偿臂,A、A′均为主动式旋转方位轴,C 是工作臂质心,D 为吊丝,E 为滑轮,F 为配重块。吊丝 D 缠绕在滑轮 E 上,一端与配重块 F 连接,另一端连接质心 C,滑轮 E 与补偿臂通过支架固连。配重块对物体的重力补偿方式为被动式,而补偿臂对工作臂的跟随为主动式,因此该补偿机构为半主动式重力补偿。

两方位轴 A、A′同步运动是保证重力补偿精度的关键。为了实现同步运动,两机械臂需要设置共同的“零位”(标定或校准机制)。两机械臂的方位轴铅垂且同轴的前提下,选取工作臂的适当位姿(比如 0°方位角)作为工作臂零位。然后调整补偿臂及配重系统,使系在工作臂质心上的吊丝铅垂,从而得到系统零位。

2　误差评估指标

“误差”是指地面测试系统制造、装配和运行中产生的几何误差和同步误差。几何误差如构件几何尺寸误差,两方位轴间的同轴度、平行度、垂直度误差等。同步误差也属几何误差的范畴,但它来源于两臂运动的不同步。控制系统的几何误差和同步误差,可提高补偿精度。

影响补偿精度的因素很多且来源彼此独立,因此可单独分析某项误差引起的补偿力大小偏差,直接求得各项误差的影响因子,指导系统设计。因此,需要对两臂的补偿力误差合理建模,基于误差模型,对各类误差提出统一的误差评估指标,以度量各项误差对补偿力大小偏差的贡献量,简化误差分析过程。此外,工作臂的误差控制应使各类几何误差引起的、用误差评估指标度量的补偿力偏差保持在相近的水平,至少处于同一数量级,这就是“误差匹配”。这种匹配能使设计出的重力补偿机构既经济又具有较高精度。而同步误差主要取决于系统的控制精度,相对于制造和装配精度,控制精度一般较高,且易于实现更高精度的控制。所以,这里的“误差匹配”主要选用同步误差作参照,来匹配其他误差。

几何上,半主动式吊丝重力补偿机构的误差分析可以采用图 2 所示模型来描述。

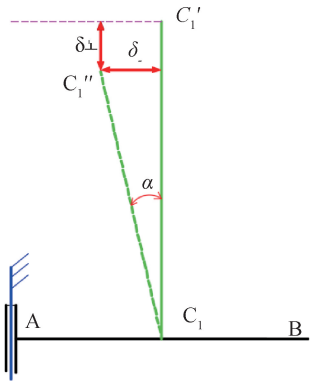


图 2 误差评估指标

Fig. 2 The parameters of error evaluation

图 2 中 C_1 为工作臂质心起吊点,C'_1 为悬挂点,$C_1C'_1$ 是理想的吊丝位置。对模型而言,几何误差的影响都可分为两类。第一种是使起吊点偏离质心点位置。第二种是使悬挂点 C'_1 发生偏离,设偏离到 C''_1 点。

2.1 起吊点的偏离

这里起吊点偏离质心点对应于补偿力作用点偏差,是指补偿力作用线未通过工作臂的质心,相对于质心有一定偏离。这将直接降低重力补偿精度。起吊点的偏离不受方位轴运动的影响,它由系统安装和测量精度决定。要减少作用点偏差,要更精确地测定质心位置。

2.2 悬挂点的偏离

设起吊点到悬挂点的吊丝原长为 h,吊丝张力为 T。悬挂点的偏移量可分解为水平偏移 δ_- 和铅垂偏移量 $\delta_\perp$。不随方位轴的运动而变化的偏移分量属于静态偏差,否则为动态偏差。静态偏差对系统的影响大小取决于系统的校零精度等级,而动态偏差即:δ_- 和 $\delta_\perp$ 是时间 t 的函数(这是重点要关注的)。下面计算这两个偏移分量对补偿力的影响。

悬挂点的偏移引起的从起吊点到悬挂点的吊丝段长度变化为

$$\Delta(t) = h - \sqrt{\delta_-^2 + (h - \delta_\perp)^2} \tag{1}$$

设吊丝发生偏转,而其张力不变,则张力在铅垂方向的投影为

$$T_\perp = T\cos\alpha = \frac{(h - \delta_\perp)T}{\sqrt{(\delta_-)^2 + (h - \delta_\perp)^2}} \tag{2}$$

对应的补偿力误差值为

$$\Delta T = T - T_\perp = T\frac{\sqrt{[\delta_-]^2 + (h - \delta_\perp)^2} - (h - \delta_\perp)}{\sqrt{[\delta_-(t)]^2 + (h - \delta_\perp(t))^2}} \approx T\frac{\delta_-}{h} \tag{3}$$

显然 h 越大误差越小。当 δ_- 或 $\delta_\perp$ 与时间无关时,它引起的补偿误差为静态偏差,可通过初始校零来控制。

3 误差对补偿精度的影响

工作臂和补偿臂都有自己的驱动,重力补偿过程中,要求两臂协同配合,才能保证重力补偿精度。下面分析与两臂配合相关的几何误差对应的 δ_- 和 $\delta_\perp$。几何误差包括:两臂的角同步误差,两方位轴同轴度误差,悬挂点处滑轮安装位置误差,两臂的平行度误差,两方位轴的平行度误差。

3.1 两臂角同步误差

设机械臂 AB 和 A′B′的角同步误差为 $\Delta\theta_1$,AC_1 长度为 S_1。铅垂投影图如图 3 所示。

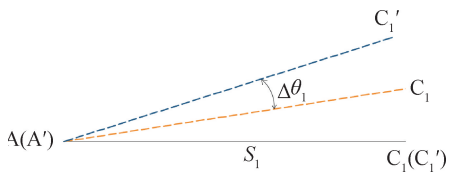


图 3 角同步误差的偏差

Fig. 3 The deviation of angular synchronization error

角同步误差引起的悬挂点偏差(即误差评估指标)为

$$\left.\begin{aligned}\delta_{-} &= 2S_1\sin\left(\frac{\Delta\theta_1}{2}\right) \approx S_1\Delta\theta_1 \\ \delta_{\perp} &= 0\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

可见,机械臂的角同步误差引起的悬挂点偏差与方位角无关。若角同步误差为常量,则悬挂点偏差为静态偏差,否则为动态偏差。

3.2　两个方位轴同轴度误差

假设两个方位轴同轴度误差为 $AA' = \Delta_1$,AB 的转角为 θ_1,同步性无误时,A′B′的转角也为 θ_1。设定 AB 和 A′B′投影共线时的转角为零,水平面投影图如图 4 所示。

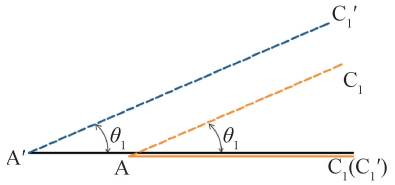


图 4　方位轴同轴度误差的偏差

Fig. 4　The deviation of coaxiality error in azimuth axis

则其对应的误差评估指标为

$$\left.\begin{aligned}\delta_{-} &= 2\Delta_1\sin\frac{\theta_1}{2} \leqslant 2\Delta_1 \\ \delta_{\perp} &= 0\end{aligned}\right\} \tag{5}$$

由上式可见,两个方位轴的同轴度误差引起的悬挂点偏离与方位角有关,属于动态偏差。

3.3　滑轮安装位置误差

假设悬挂点处滑轮安装位置在方位轴半径方向的误差为 Δ_2。设某一时刻工作臂绕方位轴 A 的转角为 θ_1。无同步误差时,A′B′的转角也为 θ_1。此时,两臂运动构形的水平面投影图如图 5 所示。悬挂点的水平偏移量恒为 Δ_2,与方位角及时间无关,属于静态偏差,其对应的误差评估指标为 $\delta_{-} = 0$,$\delta_{\perp} = 0$。

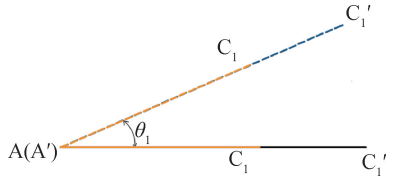


图 5　滑轮安装位置误差的偏差

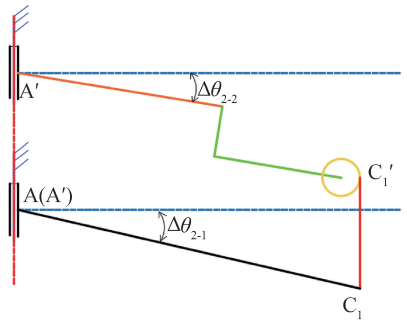
Fig. 5　The deviation of position error about pulley installation

悬挂点处滑轮安装位置在方位轴圆周方向和铅垂方向的偏移量也与时间无关,属于静态偏差,对应的误差评估指标也是零。

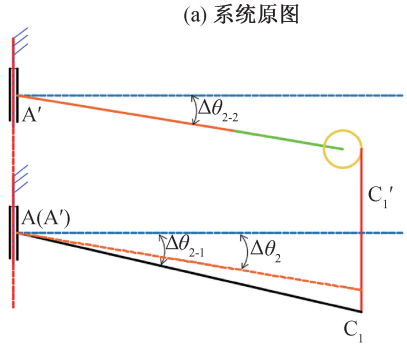
3.4　两臂平行度误差

如图 6 所示,若上下两个方位轴铅垂且同轴,则两臂与各自方位轴的垂直度误差的差异将导致平行度误差。设工作臂 AB 因其与方位轴有垂直度误差而产生水平度误差为 $\Delta\theta_{2-1}$,补偿臂 A′B′因其与方位轴有垂直度误差而产生水平度误差为 $\Delta\theta_{2-2}$。经初始系统校零后,两臂重力补偿机构在如图 6(a)所示的铅垂面内(补偿臂上右端的直角拐相当于滑轮架)。保持滑轮位置不变,等效机构如图 6(b)所示。图 6(b)中标示出了两臂的平行度误差所对应的角度 $\Delta\theta_2 = \Delta\theta_{2-1} - \Delta\theta_{2-2}$。

由图 6(b)可见,在 $\Delta\theta_2$ 系统校零及两臂同步运动的前提下,$\Delta\theta_2$ 不随两臂的运动而变化,因此两臂的平行度误差所对应的误差评估指标:$\delta_{-} = 0$,$\delta_{\perp} = 0$。



(a) 系统原图



(b) 等效图

图 6　垂直度误差的偏差

Fig. 6　The deviation of perpendicularity error

3.5　两个方位轴的平行度误差

如图 7 所示,经系统调整校零后,且 A 和 A′点位于同一铅垂线上(否则属于同轴度问题),若两臂均垂直于各自的方位轴,则两个方位轴的铅垂度误差的差异将导致两臂的平行度误差。若两个铅垂度误差相同,则两臂相互平行,在两臂同步的前提下,系统构型不随方位轴转动而变化,故误差评估指标为零。

由于两个方位轴不再铅垂,导致两臂上各点随方位轴转动的运动轨迹不再是一个位于水平面里的圆,所以,由两个方位轴的铅垂度误差的差异而引起的平行度误差所引起的误差评估指标不同于 3.4 所述。

设工作臂因方位轴有铅垂度误差而产生一个水平度误差 $\Delta\theta_{3-1}$。补偿臂因方位轴有铅垂度误差而产生一个水平度误差 $\Delta\theta_{3-2}$。经初始系统校零后,两臂重力补偿机构位于如图 7(a)所示的铅垂面内。同样地,保持滑轮位置不变,等效机构如图 7(b)所示。图 7(b)中标示出两个方位轴平行度误差所对应的角度 $\Delta\theta_3 = \Delta\theta_{3-1} - \Delta\theta_{3-2}$。

设两臂转角同为 θ_1,补偿臂 A′B′向工作臂 AB 的方位轴投影为 $\theta_1\cos\Delta\theta_3$。$\Delta\theta_3$ 的本质是影响了方位轴的有效转角,从而影响方位轴的角同步性,产生的方位轴角同步误差值为

$$\Delta\theta_1 = \theta_1 - \theta_1\cos\Delta\theta_3 = 2\theta_1\left(\sin\frac{\Delta\theta_3}{2}\right)^2 \approx \frac{\theta_1\Delta\theta_3^2}{2} \tag{6}$$

误差随方位角 θ_1 增大而增大,属于动态误差。

利用方位轴的角同步性误差值对应的误差评估指标计算方法,两个方位轴平行度误差对应的误差评估指标为

$$\left.\begin{aligned}\delta_- &\approx 2S_1\sin\left(\frac{\Delta\theta_1}{2}\right) \approx \frac{S_1\theta_1\Delta\theta_3^2}{2}\\ \delta_\perp &= S_1\tan\Delta\theta_3\cos\Delta\theta_1 \leqslant S_1\Delta\theta_3\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

由上式可见,两个方位轴平行度误差所引起的悬挂点偏离与方位角有关,属于动态偏差,其中 δ_- 最终取决于两臂的同步精度。

将两臂各项误差的分析结果汇总成表 1 所示。按照几何误差引起的吊丝悬挂点偏离的静态或动态属性,几何误差可以分成两大类:第一类包括悬挂点处滑轮安装位置误差和方位轴垂直度误差,它们只引起悬挂点的静态偏差。第二类包括方位轴同轴度误差和平行度误差,它们所引起的悬挂点的位置偏差与方位轴的方位角有关,属于动态偏差。

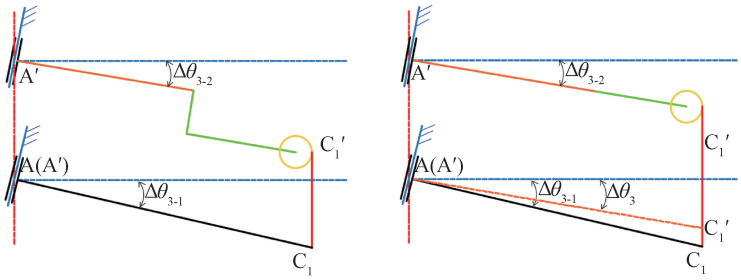
同步误差比较特殊。由式(4)可见,表面上,两臂的角同步误差引起的悬挂点偏差与方位角无关。若同步误差为常量,则悬挂点偏差为静态偏差,否则为动态偏差。

4 吊丝动态性能的影响

4.1 吊丝动态性能模型

吊丝作为补偿系统中重要的执行元件,若不考虑其惯性影响,由 2.2 节可知,吊丝越长,补偿系统精度越高。但吊丝过长,两臂转动时,其本身在惯性力作用下会变形,易产生振动,所以吊丝的长度设计需考虑振动问题影响。

当两方位轴以角速度 ω、角加速度 ε 旋转时,原本铅垂的吊丝,会因惯性影响而发生弯曲,作用在质心 C 上的补偿力的方向将发生偏转(图 1 红色曲线所示),从而影响补偿力的方向精度。下面



(a) 系统原图 (b) 等效图

图 7 铅垂度误差的偏差

Fig. 7 The deviation of plumbness error

表 1 误差分析结果汇总表

Tab. 1 Summary of the results about error analysis

误差来源	δ_-	$\delta_\perp$	主要影响因素
两臂的角同步误差	$S_1\Delta\theta_1$	0	δ_-
两个方位轴同轴度误差	$2\Delta_1\sin\frac{\theta_1}{2} \leqslant 2\Delta_1$	0	δ_-
两个方位轴平行度误差	$0.5S_1\theta_1\theta_3^2$	$S_1\tan\Delta\theta_3\cos\theta_1 \leqslant S_1\Delta\theta_3$	$\delta_\perp$
两臂的平行度误差	0	0	无
悬挂点处滑轮安装位置	0	0	无

对配重、滑轮和起吊段吊丝组成系统的问题进行分析。

三者组成的系统中,有两种因素:惯性力作用使吊丝外张、配重及吊丝自重使吊丝复位,当两种影响因素均衡时,系统达到一种平衡即稳态(平衡态)。现在单为吊丝建模,求其平衡态。

由两臂的运动规律未知,但它包括启动、正常运转和制动三个过程。设如下参数:吊丝的长度为 h,线密度为 ρ,吊丝直径为 d。吊丝跟方位轴平行,距离为 R,方位轴的角速度 ω,角加速度 ε,则吊丝将受有一个沿吊丝长度方向均匀分布的惯性力,方向沿方位轴半径,大小为 $\rho R\sqrt{\omega^4+\varepsilon^2}$。重力也是一个分布力,它沿着铅垂方向,载荷集度为 ρg。这两者可以合成为一个分布力,分布力大小及分布力与水平方向的夹角为

$$\left.\begin{aligned} q &= \rho\sqrt{\left(R\sqrt{\omega^4+\varepsilon^2}\right)^2+g^2} = \rho\sqrt{\left(R^2\sqrt{\omega^4+\varepsilon^2}\right)+g^2} \\ \theta_0 &= \arctan\left(\frac{g}{R\sqrt{\omega^4+\varepsilon^2}}\right) \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

这相当于在一个等效加速度为 $a=\sqrt{(R\sqrt{\omega^4+\varepsilon^2})^2+g^2}$ 的重力作用下分析吊丝的形状问题,是一个悬链线问题[19],如图 8 所示。

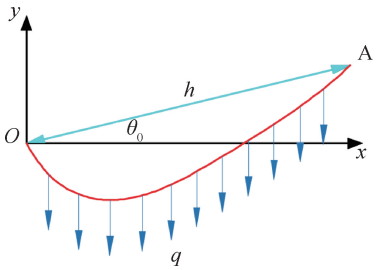


图 8　吊丝悬链线模型

Fig. 8　The model of catenary about hanging wire

为方便研究,建立如图 8 所示的坐标系统。根据悬链线理论可知其方程为

$$y_{悬} = \frac{T_0}{q}\left[\mathrm{ch}\,\frac{q}{T_0}\left(x-\frac{L}{2}\right) - \mathrm{ch}\,\frac{qL}{2T_0}\right] \tag{9}$$

右端边界条件为

$$h\sin\theta_0 = \frac{T_0}{q}\left[\mathrm{ch}\,\frac{q}{T_0}\left(h\cos\theta_0-\frac{L}{2}\right) - \mathrm{ch}\,\frac{qL}{2T_0}\right] \tag{10}$$

式中,T_0 为补偿力目标值,L 为悬链线在 x 轴上的截距(待定),h 为常数(如图 8 和图 9 所示),q 和运动参数有关(如式(8)所示)。式(9)是满足式(10)的特殊的悬链线定解问题。特殊性在于截距 L 是待定的。

直接求解悬链线方程式(9)比较烦琐,现将式(9)中双曲函数按级数展开:

$$\begin{aligned} \mathrm{ch}\,\frac{q}{T_0}\left(x-\frac{L}{2}\right) &= 1 + \frac{\left[\frac{q}{T_0}\left(x-\frac{L}{2}\right)\right]^2}{2!} + \frac{\left[\frac{q}{T_0}\left(x-\frac{L}{2}\right)\right]^4}{4!} + \cdots = 1 + \frac{\left[\frac{q}{T_0}\left(x-\frac{L}{2}\right)\right]^2}{2!} + Q_1 \\ \mathrm{ch}\,\frac{qL}{2T_0} &= 1 + \frac{\left[\frac{qL}{2T_0}\right]^2}{2!} + \frac{\left[\frac{qL}{2T_0}\right]^4}{4!} + \cdots = 1 + \frac{\left[\frac{qL}{2T_0}\right]^2}{2!} + Q_2 \end{aligned} \tag{11}$$

略去 Q_1 和 Q_2,即取两个级数的前两项,进行化简,可将式(9)简化为

$$y_{抛} = \frac{q}{2T_0}x^2 - \frac{qL}{2T_0}x \tag{12}$$

相对于式(9)的悬链线模型,式(12)可称之为吊丝构形的抛物线模型。相应地,右端边界条件可改写为

$$h\sin\theta_0 = \frac{q}{2T_0}(h\cos\theta_0)^2 - \frac{qL}{2T_0}(h\cos\theta_0) \tag{13}$$

据此,可直接求出截距 L:

$$L = h\cos\theta_0 - \frac{2T_0}{q}\tan\theta_0 \tag{14}$$

关于抛物线模型的近似程度,已经有评估这一近似计算引起的计算误差的文献[20]。引入无量纲参数:

$$\gamma = \frac{qL}{T_0} \tag{15}$$

γ 越小,抛物线模型精度越高。

4.2　吊丝的惯性影响分析

方位轴的旋转对起吊段吊丝构形的影响可以用最大水平偏离量、起吊点偏转角、长度变化,三个指标来度量。

4.2.1　最大水平偏离量

图 8 中弦 OA(即吊丝原来的铅垂位置)在图示坐标中的方程为:$x\tan\theta_0 - y = 0$。

悬链线上,距离此线段最远的点(设其坐标为 (x_m, y_m))到此线段的距离即为“吊丝的最大水平

偏离量”,用 $d_{\max}$ 表示。由点到直线的距离公式可知:

$$d_{\max}=\frac{|\tan\theta_0 x_m-y_m|}{\sqrt{(\tan\theta_0)^2+1}} \tag{16}$$

悬链线上点 (x_m,y_m) 处的切线平行于弦 OA,故:

$$\frac{\mathrm{d}y_{悬}}{\mathrm{d}x}\Big|_{x=x_m,y=y_m}=\tan\theta_0 \tag{17}$$

即:

$$\left.\begin{aligned}\tan\theta_0&=\frac{q}{T_0}x_m-\frac{qL}{2T_0}\\ y_m&=\frac{q}{2T_0}x_m^2-\frac{qL}{2T_0}x_m\end{aligned}\right\} \tag{18}$$

由式(14)和式(18)可得:

$$\left.\begin{aligned}x_m&=\frac{h\cos\theta_0}{2}\\ y_m&=\frac{h\cos\theta_0}{2}-\frac{qh^2}{8T_0}\cos\theta_0^2\end{aligned}\right\} \tag{19}$$

将式(19)代入式(16)可得吊丝最大水平偏离量:

$$\mathrm{d}_{\max}=\frac{|\tan\theta_0 x_m-y_m|}{\sqrt{(\tan\theta_0)^2+1}}=\frac{qh^2(\cos\theta_0)^3}{8T_0} \tag{20}$$

误差匹配。假设吊丝离方位轴距离为 R,则方位轴的同步误差 $\Delta\theta_1$ 引起的悬挂点的水平偏移量为 $\delta_-=R\Delta\theta_1$。吊丝在惯性作用下的最大水平偏移量 $d_{\max}$ 发生位置接近吊丝中间部位,因此,其等效的误差评估指标为 $\delta_-=2d_{\max}$(按三角形分布近似计算)。当这两指标相匹配时,有下式成立:

$$R\Delta\theta_1=2d_{\max} \tag{21}$$

将式(8)和式(20)代入式(21),并整理可得起吊段吊丝长度满足:

$$h=\sqrt{\frac{4T_0R\Delta\theta_1}{q(\cos\theta_0)^3}}=\sqrt{\frac{4T_0(R^2(\omega^4+\varepsilon^2)+g^2)\Delta\theta_1}{\rho R^2(\omega^4+\varepsilon^2)^{\frac{3}{2}}}} \tag{22}$$

4.2.2 起吊点偏转角

下面再来求吊丝起吊点的偏转角。对抛物线模型式(12)求导可得:

$$\frac{\mathrm{d}y_{抛}}{\mathrm{d}x}\Big|_{x=0}=\frac{q}{T_0}x-\frac{qL}{2T_0}\Big|_{x=0}=-\frac{qL}{2T_0} \tag{23}$$

则吊丝在起吊点的方向偏转角满足:

$$\tan\theta_{偏}=\tan\left(\theta_0+\arctan\left|-\frac{qL}{2T_0}\right|\right)=\frac{\tan\theta_0+\frac{qL}{2T_0}}{1-\tan\theta_0\frac{qL}{2T_0}} \tag{24}$$

将式(14)代入上式并整理可得:

$$\tan\theta_{偏}=\frac{1}{\frac{2T_0}{qh\cos\theta_0^3}-\tan\theta_0} \tag{25}$$

因惯性影响产生的吊丝在起吊点的方向偏转角满足式(25)。沿着吊丝在起吊点的切线方向,此方向偏转等效的悬挂点的水平偏移量为

$$\delta_-=h\tan\theta_{偏} \tag{26}$$

考虑方位轴角同步性误差与之匹配,即有:

$$h\tan\theta_{偏}=R\Delta\theta_1 \tag{27}$$

将式(25)代入式(27),并整理可得起吊段吊丝长度满足:

$$h=\frac{R\Delta\theta_1}{\tan\theta_{偏}}=\left(\frac{2T_0}{qh\cos^3\theta_0}-\tan\theta_0\right)R\Delta\theta_1 \tag{28}$$

解上面这个方程(舍去负根),可得:

$$h\leqslant\sqrt{\frac{2T_0R\Delta\theta_1}{q\cos\theta_0^3}} \tag{29}$$

将式(8)代入上式,并整理可得起吊段吊丝长度满足:

$$h\leqslant\sqrt{\frac{8T_0(R^2(\omega^4+\varepsilon^2)+g^2)\Delta\theta_1}{\pi d^2\rho_v R^2(\omega^4+\varepsilon^2)^{\frac{3}{2}}}} \tag{30}$$

其中 ρ_v 为吊丝材料的体密度,d 为吊丝直径。

为比较最大水平偏离量与起吊点的方向偏转角的影响,将式(22)除以式(30):

$$\sqrt{\frac{\frac{4T_0R\Delta\theta_1}{q(\cos\theta_0)^3}}{\frac{4T_0R\Delta\theta_1}{q(\cos\theta_0)^3}}}=2>1 \tag{31}$$

显然起吊点的方向偏转角影响更大,即式(30)为起吊段吊丝长度满足的条件。

4.2.3 吊丝长度变化

根据文献[21]可知起吊段吊丝长度 S 为

$$S=\int_0^{h\cos\theta_0}\sqrt{1+(y'_{悬})^2}\,\mathrm{d}x\approx h+\frac{q^2h^3\cos^4\theta_0}{24T_0^2} \tag{32}$$

因此,起吊段吊丝长度变化值 ΔL:

$$\Delta L=S-h\approx\frac{q^2h^3\cos^3\theta_0}{24T_0^2} \tag{33}$$

式(33)的 ΔL 等效于悬挂点的铅垂偏移,即:$\delta_\perp=\Delta L$。考虑方位轴角同步性误差与之匹配,即有:$\Delta L=R\Delta\theta_1$。

将式(33)代入上式,并整理可得起吊段吊丝长度满足:

$$h = \sqrt[3]{\frac{24T_0^2 R\Delta\theta_1}{q^2\cos^3\theta_0}} \tag{34}$$

为比较最大水平偏离量与起吊点的长度变化的影响,直接将式(22)和式(32)比较不好判断,现在比较式(20)和式(33):

$$\frac{\dfrac{qh^2(\cos\theta_0)^3}{8T_0}}{\dfrac{q^2h^3(\cos\theta_0)^3}{24T_0^2}} = \frac{3}{\dfrac{qh}{T_0}} > 1 \tag{35}$$

在同等情况下,显然最大水平偏离量的影响更大,综合分析可知,式(30)为起吊段吊丝长度满足的条件。

以上分析中,令 $R = S_1$ 即可对两臂进行分析,同时还需要避开方位轴驱动的工作频率,以防止发生共振。

4.3　算例

两机械臂关节技术指标为:方位轴转速 $n \in [1,5]$ rpm ,负载 1.28 kg。若分别选用尼龙和钢质吊丝(尼龙材质的密度为 1.76 g/cm^3,钢的密度为 7.85 g/cm^3),取参数[22] $T_0 = 13$ N,$\omega = \pi/6$ rad/s,$\Delta\theta_1 = 0.03°$,$R = 200$ mm,来进行计算,结果如表 2 所示。

表 2 算例计算结果

Tab. 2 The results of example calculation

角加速度 ε/(rad·s^{-2})	吊丝直径 d/mm	γ (尼龙)	γ(钢)	吊丝长度 h(尼龙)/m	吊丝长度 h(钢)/m
10	0.25	2×10^{-3}	2×10^{-3}	19.84	9.39
50	0.25	4×10^{-4}	4×10^{-4}	2.25	1.07
100	0.25	4×10^{-4}	4×10^{-4}	1.34	0.64
200	0.25	5×10^{-4}	5×10^{-4}	0.90	0.43
10	0.50	1×10^{-3}	5.5×10^{-3}	9.92	4.69
50	0.50	2×10^{-4}	9.7×10^{-4}	1.24	1.24
100	0.50	2×10^{-4}	8.7×10^{-4}	0.69	0.33
200	0.50	3×10^{-4}	1×10^{-3}	0.45	0.21

注:γ:为无量纲参数,$\gamma = qL/T_0$,可见,在所取计算参数范围内 $\gamma<<1$,故吊丝构形的抛物线模型可用。

式(15)中,当 $r < 1$ 时,其计算的误差约为 1%,由表 2 可以看出,在这里使用这一近似方法是可行的。

方位轴转速 n 有界,则 ω 有界。而 ε 在系统启停阶段比较大,现根据式(30)绘制 ε 与吊丝设计许可长度 h 关系如图 9 所示。由图 9 可知,同等规格下,尼龙材质更好用,可以使用更长的吊丝。ε 过大时,系统对吊丝长度 h 有更严格的限制。即 ε 过大时,吊丝过长,会使吊丝摆动幅度较大而影响补偿精度。同时系统启动后需较长时间才能达到平稳状态,从而影响系统的效率。在系统启动和制动阶段,如果对 ε 作一定限制,可以使此重力补偿系统,在启停阶段仍维持较高补偿精度。

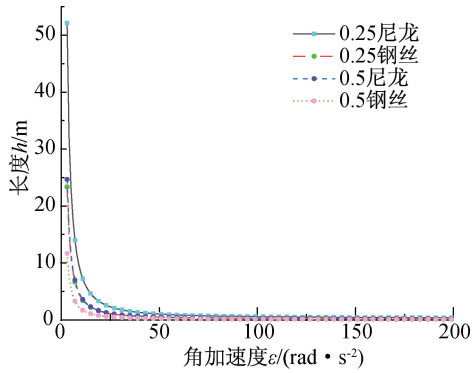


图 9 角加速度与吊丝设计许可长度关系

Fig. 9 The curve of angular acceleration vs length of hanging wire

5　结论

1)悬挂点偏离中的静态偏差,对补偿力的影响取决于系统校零精度,动态偏差随吊丝高度 h 增高而减小。要使重力补偿无误,除对静态偏差精准校零外,需使评估指标 δ_- 和 $\delta_\perp$ 为零。δ_- 和 $\delta_\perp$ 决定相关误差对补偿误差的影响。

2)各类几何误差中,两臂同步误差引起的悬挂点偏差与方位角无关;悬挂点处滑轮安装位置与两臂平行度引起的悬挂点偏差均属于静态偏差,可提高系统校零精度以减小补偿误差;方位轴的同轴度误差与平行度误差引起的悬挂点偏离均与方位角有关,属于动态偏差,应重点关注。

3)吊丝惯性对补偿精度的影响,计算结果表明:角加速度过大时,系统对吊丝长度有严格限制。吊丝过长,则吊丝摆幅较大而大幅降低补偿精度。为兼顾系统运行效率,在系统启动和制动阶段,对角加速度作一定的限制,可使该系统在启停阶段仍维持较高补偿精度。

参考文献:

[1] 徐柏松. 低重力模拟系统的设计[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学,2015.

[2] 朱战霞,袁建平. 航天器操作的微重力环境构建[M].

中国宇航出版社,2013.
[3] 屈 斌,王 启,王海平,等.失重飞机飞行方法研究[J].飞行力学,2007,25(2):65-71.
[4] 吴跃民,罗 强,王 晛,等.气浮悬吊式太阳翼重力补偿装置的设计与验证[J].机械工程学报,2020,56(13):149-155.
[5] LI D M, RAO W, HU C W, et al. Overview of the Chinese Space Station Manipulator[C]. AIAA SPACE 2015 Conference and Exposition, Pasadena, California. 2015: 1-6.
[6] LIU Y, PENG F, HUA Z, et al. Improved Model-Free Adaptive Control of Pneumatic Gravity Compensation System[J]. Journal of Advanced Computational Intelligence and Intelligent Informatics, 2020, 24(3): 357-365.
[7] WERNETH R L. Lessons Learned from Hubble Space Telescope Extra Eehicular Activity Supportability[J]. AIP Conference Proceedings, 2001, 552(1): 176.
[8] MENON C, BUSOLO S, COCUZZA S, et al. Issues and Solutions for Testing Free-flying Robots[J]. Acta Astronautica, 2007, 60(12): 957-965.
[9] 李君山.基于吊丝悬架的地面微重力补偿试验系统研究[D].合肥:中国科学技术大学,2014.
[10] TOTMAN C, PERUSEK G, GRODSINSKY C, et al. Ground-Based Simulations of ISS Exercise Countermeasures at NASA Glenn Research Center's Exercise Countermeasures Laboratory: Compliant Interface Dynamics Using a Floating Treadmill[C]. Aiaa Aerospace Sciences Meeting & Exhibit. 2013.
[11] FISCHER A, PELLEGRINO S. Interaction Between Gravity Compensation Suspension System and Deployable Structure[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2000, 37(1): 93-99.
[12] KEMURDJIAN A, KHAKHANOV U A. Development of Simulation Means for a Gravity Forces[C]. International Conference & Exposition on Robotics for Challenging Situations & Environments. 2000:220-225.
[13] ANONYMOUS. Active Response Gravity Offload System[J]. NASA Tech Briefs, 2018, 42(7):50-51.
[14] KIM M G, CHO S, TRAN T Q, et al. Scaled Jump in Gravity-Reduced Virtual Environments[J]. IEEE Trans Vis Comput Graph, 2017, 23(4): 1360-1368.
[15] 高吾益.吊丝主动重力补偿系统设计与研究[D].哈尔滨:哈尔滨工程大学,2010.
[16] 李海月,程 泽,赵丹妮.基于悬吊法和气浮法的多自由度微重力模拟展开试验系统研究[J].工程设计学报,2020,27(4):508-515.
[17] 王开宝,刘晓飞,李建永,等.表取采样机构悬吊式低重力补偿装置设计[J].北华大学学报:自然科学版,2021,22(4):540-545.
[18] 叶雪辋,甘叔玮,张小虎,等.绳索摆角高精度视觉测量系统设计及其在悬吊式重力补偿系统中的应用[J].实验力学,2021,36(6):735-745.
[19] 郭小刚,金 星,周 涛,等.经典悬链线理论精确解与近似解的非线性数值计算[J].计算力学学报,2018,35(5):635-642.
[20] 马艳红,时成龙,洪 杰,等.函数传递法求解悬链线问题[J].北京航空航天大学学报,2021,47(10):1933-1940.
[21] ZHENG Y C, OUYANG Z Y, LI C L. China's Lunar Exploration Program: Present and Future[J]. Planetary and Space Science, 2008, 56: 881-886.
[22] 杨 毅.低重力补偿与测试系统的设计与分析[D].北京:中国科学院大学,2017.

(责任编辑 王利君)