

文章编号:1673-9469(2008)01-0021-04

## 基于能量最小准则确定驱动器位置及仿真

曹丽雅,高瑞贞,袁伟泽,张京军

(河北工程大学 土木学院,河北 邯郸 056038)

**摘要:**在研究智能结构振动主动控制驱动器的位置优化问题中,首先推导了压电传感方程和压电致动方程,然后根据控制信号能量的表达式,以控制能量最小为目标函数,压电驱动器的位置坐标为变量,对压电驱动器的位置进行优化。最后结合智能简支梁实例应用matlab软件计算出其粘贴压电驱动器的最优位置,并通过编写APDL(ansys parameter design language)程序对粘贴有压电材料的智能简支梁结构进行瞬态动力学分析,实现对智能梁的振动控制仿真。仿真结果表明,这种方法能有效地抑制智能梁的振动。

**关键词:**智能结构;位置优化;能量准则;APDL程序

中图分类号: TH113.1

文献标识码:A

### The optimal placement of piezoelectric actuator and simulated basing on the criterion of minimizing the control energy determinate

CAO Li-ya, GAO Rui-zhen, YUAN Wei-ze, ZHANG Jing-jun

(College of Civil Engineering, Hebei University of Engineering, Handan 056038, China)

**Abstract:** The equation of piezoelectric sensor and piezoelectric actuator were derived in the process of investigating the optimal placement of piezoelectric actuator for active vibration control of the intelligent structure firstly, then the smallest energy as the objective function and the position coordinate of the piezoelectric actuator were taken as the variable according to the energy criterion, the locations of the piezoelectric actuators were optimized. Finally, the optimal placements of the piezoelectric actuators were calculated by matlab. The vibration control of structure had become true through compiling the program of APDL (ansys parameter design language) and using transient dynamic analysis. The simulation investigated that this approach had more effective in suppressing the vibration of the intelligent beam in this paper.

**Key words:** intelligent structure; optimal placement; energy criterion; APDL

随着现代科学技术的发展,特别是航空、航天事业的不断进步,对结构的要求越来越高,由此带来的结构振动控制问题的研究就变得非常重要。1985年,Bailey<sup>[1]</sup>等采用粘贴于整个梁上的一整片压电薄膜对悬臂梁进行了振动控制尝试,从而引发了这一领域的研究。由于压电驱动器的位置对于有效控制结构振动十分重要,故驱动器的数目与位置优化成为结构振动主动控制中的一个重要课题。

对于压电元件位置优化问题,目前有很多种准则。Bayard D S<sup>[2]</sup>等采用D优化设计准则,通过

结构模态振型确定压电片最优位置;白冰<sup>[3]</sup>等人根据控制能量最小的准则对压电驱动器的位置优化进行了研究;王威远<sup>[4]</sup>等人以控制能量最小化和传感器能量最大作为优化目标,并利用遗传算法进行优化计算;Karagüllü<sup>[5]</sup>等利用ANSYS软件对智能结构建模,并完成了智能梁振动主动控制的仿真过程。本文主要研究在给定驱动器数目的情况下,采用输入驱动器的能量最小作为目标函数的方法确定压电片的最优位置,并应用ANSYS软件对控制过程进行系统仿真,验证其控制振动的结果。

## 1 压电本构方程

### 1.1 系统模型与理论

压电材料的线性本构方程可以表示为

$$\begin{aligned}\{\epsilon\} &= [s]\{\sigma\} + [d]^T\{E\} \\ \{D\} &= [d]\{\sigma\} + [\lambda]\{E\}\end{aligned}\quad (1)$$

式中  $\{\epsilon\}$ 、 $\{\sigma\}$ 、 $\{D\}$ 、 $\{E\}$  分别为应变、应力、电位移及电场强度向量,  $[s]$ 、 $[d]$ 、 $[\lambda]$  分为压电材料弹性柔度系数阵、压电应力系数阵及介电系数阵。

对于柔性简支梁系统, 只需考虑  $x$  方向的受力。 $x$  方向的应变和应力为

$$\begin{aligned}\epsilon_x &= s_{11}\sigma_x + d_{31}E_z \\ D_z &= d_{31}\sigma_x + \lambda_{33}E_z\end{aligned}\quad (2)$$

### 1.2 压电传感方程

对传感器, 外加电场为零, 当柔性梁振动时, 粘贴于梁表面的压电传感器产生感应电荷(图 1), 由(1)式、(2)式可得, 经由电荷放大器放大后第  $i$  个压电传感片产生的输出电压为

$$V_i = \frac{Rbd_{31}r_s}{s_{11}} \int_{x_{1i}}^{x_{2i}} \frac{\partial^2 w(t, x)}{\partial x^2} dx \quad (3)$$

式中  $i = 1, 2, \dots, n$ ,  $n$  压电片对数;  $b$  为传感器的宽度;  $r_s$  为  $z$  轴方向上传感器中性面到柔性梁中性面的距离;  $R$  为电荷放大器的放大倍数;  $x_{1i}, x_{2i}$  分别为第  $i$  个驱动器的左、右端坐标。

依据(3)式可对柔性梁的振动进行观测。

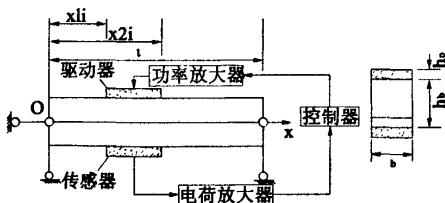


图1 压电梁的传感致动模型

Fig. 1 Modeling of the actuator and sensor in a piezoelectric

### 1.3 压电致动方程

含压电片的梁结构在作平面内的振动时, 其动力方程可表示为<sup>[6]</sup>

$$\rho_b A_b \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + C_D \frac{\partial^5 w}{\partial x^4} + K_b \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \sum_{i=1}^n M_i V_i (t) [H(x - x_{1i}) - H(x - x_{2i})] + f(t, x) \quad (4)$$

式中  $\rho_b$  为柔性梁的密度;  $A_b$  为柔性梁横截面面积;  $K_b$  为柔性梁的弯曲刚度;  $C_D$  为阻尼系数; 对均

质等截面梁,  $\rho_b, A_b$  和  $K_b$  均为常数;  $M_i$  为单位电压作用在第  $i$  块压电片上时产生的弯矩,  $M_i = d_{31} E_p (h_p + h_b)$ ;  $h_b$  为梁的厚度;  $h_p, E_p, d_{31}$  为压电片的厚度、弹性模量和压电常数;  $V_i(t)$  表示施加在第  $i$  个驱动片上的电压;  $H(x)$  为单位阶跃函数;  $f(t, x)$  为外加机械作用力。

由(4)式可知, 通过对驱动器施加电压可以控制梁的振动。

在讨论简支弹性梁的压电致动方程时, 可以按照压电-弹性基体层合梁进行分析, 将梁的挠度函数展开成级数形式<sup>[6]</sup>:

$$w(t, x) = \sum_{k=1}^N \Gamma_k(x) q_k(t) \quad (5)$$

式中  $\Gamma_k(x) = C_w \sin(k\pi x/l)$ ,  $C_w$  为任意常数;  $N$  为梁挠度函数的展开级数总项数;  $q_k(t)$  为广义坐标。

将(5)式代入(4)式, 得

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^N \rho_b A_b \Gamma_k(x) q_k''(t) + C_D \sum_{k=1}^N \frac{\partial^4 \Gamma_k(x)}{\partial x^4} q_k''(t) + K_b \sum_{k=1}^N \frac{\partial^4 \Gamma_k(x)}{\partial x^4} q_k(t) &= \frac{\partial^2}{\partial x^2} \sum_{i=1}^n M_i V_i(t) [H(x - x_{1i}) - H(x - x_{2i})] + f(t, x) \quad (6)\end{aligned}$$

作模态坐标变换, 式(6)两边都乘以  $\Gamma_j(x)$ , 并沿梁长  $l$  积分, 取  $C_w = \sqrt{2/(\rho_b A_b l)}$ , 得到压电梁的模态振动方程:

$$\begin{aligned}[q_1(t), q_2(t), \dots, q_N(t)]^T + [\zeta_{ji}] [q_1(t), q_2(t), \dots, q_N(t)]^T + [k_{ji}] [q_1(t), q_2(t), \dots, q_N(t)]^T &= [F_j(t)] + [C_{ji}] [V_1(t), V_2(t), \dots, V_N(t)]^T \quad (7)\end{aligned}$$

式中  $\zeta_{ji} = \int_0^l C_D \frac{\partial^4 \Gamma_k}{\partial x^4} \Gamma_j(x) dx$ ,

$$k_{ji} = \int_0^l K_b \frac{\partial^4 \Gamma_k}{\partial x^4} \Gamma_j(x) dx,$$

$$F_j(t) = \int_0^l f(t, x) \Gamma_j(x) dx,$$

$$C_{ji} = -\frac{2j\pi C_w M_i}{l} \sin \frac{j\pi(x_{2i} + x_{1i})}{2l} \sin \frac{j\pi(x_{2i} - x_{1i})}{2l}.$$

$C_{ji}$  为第  $i$  块压电驱动器对第  $j$  阶模态的控制电压影响系数。

### 1.4 简化控制能量最小目标函数

本文是以控制能量最小为目标函数, 压电驱动器的位置坐标为变量, 对压电驱动器的位置进行优化。目标函数为

$$\text{Min}(W_{out}) \quad (8)$$

在对含压电片的梁进行振动控制时, 假设在第  $i$  块压电驱动器上施加的电场为均匀电场, 电场与坐标  $x$  无关, 即  $\partial E_{xi}/\partial x = 0$ , 电压  $V_i(t) =$

$h_p E_x(t)$ 。对于第  $i$  块压电片, 体积元  $dV_p$  上的电场能量变化  $dW = E_x dD_x dV_p$ , 仅考虑外部输入的总能量, 不计电路损耗,  $t_p$  为衰减达到稳定的时刻, 取每块压电驱动器的长度均为  $l_p$ , 宽度为  $b$ ; 则在  $(0, t_p)$  时段内所有压电驱动器上输入的控制信号能量可表示为

$$\sum_{i=1}^N \int_0^{t_p} \int_{V_p}^0 E_x(t) dD_x dV_p dt = \frac{b \lambda_{33} l_p}{2 h_p} \int_0^{t_p} V^T V dt \quad (9)$$

欲对梁的前  $N$  阶模态进行控制, 指定前  $i$  阶模态控制力为  $f_i(t) = -g_{1i}q_i(t) - g_{2i}q_i(t)$   $i = 1, 2, \dots, N$ ;  $g_{1i}$ 、 $g_{2i}$  为反馈增益。欲求目标函数

$\text{Min}(W_{\text{out}})$ , 则必须使控制能量因子  $\Delta = \int_0^{t_p} V^T V dt$

最小, 即  $\text{Min}(\Delta)$ 。令  $f_p = [f_1(t), f_2(t), \dots, f_n(t)]^T$ , 各压电驱动器上的电压满足  $C_v V = f_p$ , 从而就有  $\int_0^{t_p} V^T \bar{C} V dt = \int_0^{t_p} f_p^T f_p dt$ , 其中  $\bar{C} = C_v^T C_v$  为正定对称系数矩阵, 则必有  $\lambda_{\min} \Delta \leq \int_0^{t_p} f_p^T f_p dt \leq \lambda_{\max} \Delta$ ,  $\lambda_{\min}$  和  $\lambda_{\max}$  分别为矩阵  $\bar{C}$  的最小和最大特征值。那么目标函数就可以转化为

$$\text{Max}(\lambda_{\min}) \quad (10)$$

由上式知欲使目标函数值最小, 只要使  $\bar{C}$  的最小特征值最大即可。因此只需确定各压电驱动器的位置, 使其满足  $\lambda_{\min}$  最大即可。

## 2 仿真实例计算

### 2.1 计算最优位置

简支梁与压电材料同宽, 材质为铝材, 具体尺寸为密度  $2700 \text{ kg/m}^3$ , 长  $400\text{m}$ , 宽  $100\text{mm}$ , 厚  $1\text{mm}$ , 弹性模量  $9.36 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ , 泊松比  $0.27$ ; 压电片长  $20\text{mm}$ , 压电片宽  $100\text{mm}$ , 压电片厚  $1\text{mm}$ , 其他压电材料参数见表 1。

在梁的振动中起主要作用的是前几阶模态, 振动控制主要是控制前几阶模态。本文采用粘贴两对上下对称布置压电片的方式来主要控制梁振动的前两阶模态, 以达到抑制梁整体振动的目的。这时就有  $i = 2, j = 2$ , 使用 matlab 计算控制能量因子  $\Delta$  和  $\lambda_{\min}(\bar{C})$  随压电片中心位置的变化规律, 绘制成图 2、图 3 所示曲线; 由图可知压电片的最优位置。

### 2.2 ANSYS 仿真

应用 matlab 求得的智能梁粘贴压电驱动器的

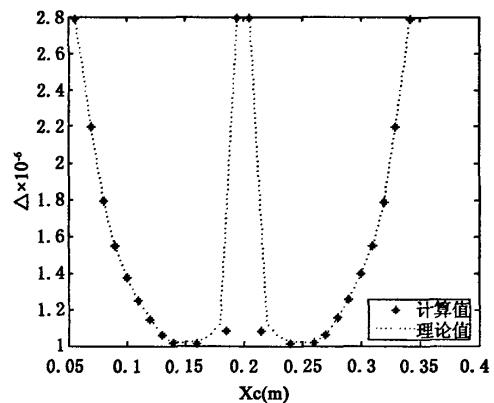


图2  $\Delta$  随  $X_c$  变化的曲线

Fig. 2 The curves of  $\Delta$  with changing  $X_c$

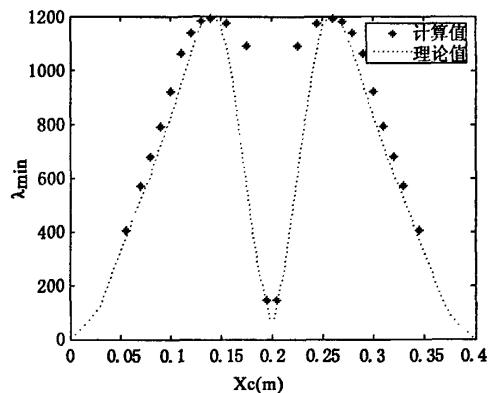


图3  $\lambda_{\min}$  随  $X_c$  变化的曲线

Fig. 3 The curves of  $\lambda_{\min}$  with changing  $X_c$

最优位置, 通过编写 APDL 程序对粘贴有压电材料的智能简支梁结构进行瞬态动力学分析。部分命令流如下:

```

n,1 ! 建模
n,41,0.4
ngen,2,41*3,all,,0.001
e,1,2,43,42,123+1,123+2,123+43,123+42
time,dt ! 定义时间步长
f,62,fz,0.15 ! 在梁中点施加冲击荷载
solve
* do,t,2*dt,ts,dt ! 定义循环分析
* get,u1,node,p,u,z
* get,u2,node,p+1,u,z
st1 = 0 + Mc * (u3 + u1 - 2 * u2) * 0.01 / (0.01 *
0.01) val = kc * pro * st1 ! 计算驱动器上电压
d,ntop11,volt,va1 ! 施加电压

```

表1 压电材料的属性

Tab.1 Property of piezoelectric

PZT-5H 压电材料	密度 (kg/m <sup>3</sup> )	介电常数 $\lambda$	压电应力常数(c/m <sup>2</sup> ) $d$	柔度系数 10 <sup>10</sup> (N/m <sup>2</sup> )					
SOLID5	7700	11.51	-135.0 × 10 <sup>-12</sup>	C <sub>11</sub>	C <sub>12</sub>	C <sub>13</sub>	C <sub>33</sub>	C <sub>44</sub>	C <sub>66</sub>

\* enddo

控制前后的简支梁中点曲线见图4。

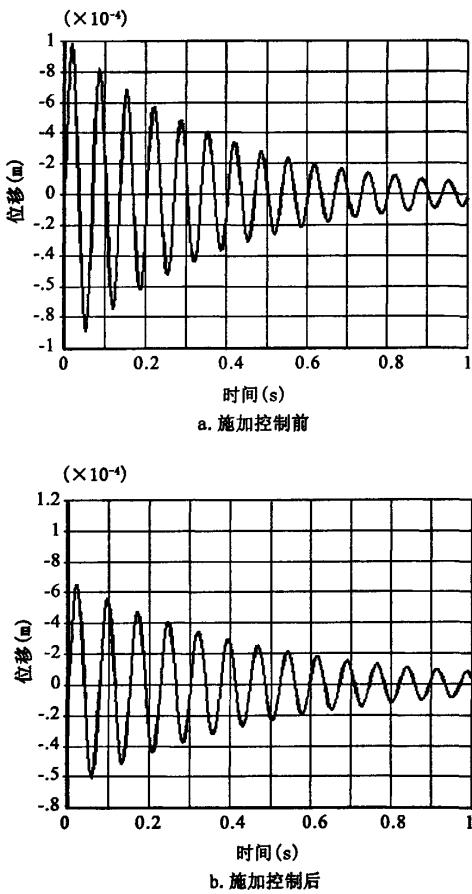


图4 梁中心点的位移曲线

Fig. 4 The displacement at the center of beam

通过对比施加荷载前后梁中点振动的位移曲线,可以看出控制后中点位移衰减很快,达到了控制的目的。

### 3 结语

在研究结构振动的控制中,必须全面考虑压

电驱动器上在一定衰减时间内施加的控制能量。本文通过使用基于控制能量最小化准则来确定压电片的最优位置,并使用 AYSYS 软件对算例进行建模仿真,结果表明:基于控制能量最小化准则确定压电片的最优位置确实能有效地抑制梁的振动。作者仅仅对压电元件的位置进行了优化,然而在实际中,压电片的数目优化配置也是一个需要研究的课题。

### 参考文献:

- [1] BAILEY T, HUBBARD J E. Distributed piezo-Electric polymer active vibration control of a cantileverbeam[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 1985, 8(6): 605 - 611.
- [2] BAYARD D S, HADAEGH F Y, MELDRUM. Optimal experiment design for identification of large space structures[J]. Automatica, 1988, 24(3): 357 - 364.
- [3] 白冰,常军,刘正兴.梁振动控制中压电作动器的位置优化准则[J].上海交通大学学报,2005,39(2):288 - 292.
- [4] 王威远,魏英杰,王聪,等.压电智能结构传感器\作动器位置优化研究[J].宇航学报,2007,28(4):1026 - 1029.
- [5] KARACULLEH, MALGACAL, Ö KTE - MHF, Analysis of active vibration control in smart structures by ANSYS[J]. Smart Materials and Structure, 2004, 13:661 - 667.
- [6] 林启荣.压电层和结构力学行为分析及其在结构振动与噪声主动控制中的应用[D].上海:上海交通大学建筑工程与力学学院,2001.
- [7] 郑骥.ANSYS 在压电智能板振动主动控制中的应用[J].河北建筑科技大学学报,2006,23(2):14 - 16.
- [8] 赵冬冬,张京军,王二成.柔性悬臂梁振动主动控制研究[J].山西建筑,2007,33(18):3 - 4.
- [9] 吴大方,刘安成,麦汉超,等.压电智能柔性梁振动主动控制研究[J].北京航空航天大学学报,2004,30(2):160 - 163.

(责任编辑 同纯有)

# 基于能量最小准则确定驱动器位置及仿真

作者: 曹丽雅, 高瑞贞, 袁伟泽, 张京军, CAO Li-ya, GAO Rui-zhen, YUAN Wei-ze, ZHANG Jing-jun

作者单位: 河北工程大学, 土木学院, 河北, 邯郸, 056038

刊名: 河北工程大学学报 (自然科学版) **[ISTIC]**

英文刊名: JOURNAL OF HEBEI UNIVERSITY OF ENGINEERING (NATURAL SCIENCE EDITION)

年, 卷(期): 2008, 25(1)

被引用次数: 1次

## 参考文献(9条)

1. BAILEY T;HUBBARDJ E J Distributed piezo-Electric polymer active vibration control of acantileverneam[外文期刊] 1985(06)
2. BAYARD D S;HADAEGH F Y;MELDRUM Optimal experiment design for indentifieafion of large space structres[外文期刊] 1988(03)
3. 白冰;常军;刘正兴 梁振动控制中压电作动器的位置优化准则[期刊论文]-上海交通大学学报 2005(02)
4. 王威远;魏英杰;王聪 压电智能结构传感器、作动器位置优化研究[期刊论文]-宇航学报 2007(04)
5. KARAGULLEH;MALGACAL;O KTE-MHF Analysis of active vibration control in gmart structures by ANSYS[外文期刊] 2004(4)
6. 林启荣 压电层和结构力学行为分析及其在结构振动与噪声主动控制中的应用[学位论文] 2001
7. 郑骥 ANSYS在压电智能板振动主动控制中的应用[期刊论文]-河北建筑科技学院学报 2006(02)
8. 赵冬冬;张京军;王二成 柔性悬臂梁振动主动控制研究[期刊论文]-山西建筑 2007(18)
9. 吴大方;刘安成;麦汉超 压电智能柔性梁振动主动控制研究[期刊论文]-北京航空航天大学学报 2004(02)

## 本文读者也读过(10条)

1. 黄爱芹 压电式电-气转换器控制系统及其可靠性研究[学位论文]2005
2. 羊箭锋 压电智能结构振动主动控制技术研究[学位论文]2004
3. 李鹏飞, 刘宏昭 弹性机构振动主动控制中压电作动器/传感器的优化配置[期刊论文]-机械设计 2004, 21(1)
4. 赵国迁, ZHAO Guo-qian 主动式动力消振器实验研究[期刊论文]-黑龙江工程学院学报(自然科学版) 2007, 21(4)
5. 王凤华, 周福霖, 黄襄云, 温留汉, 高强, Wang Feng-hua, Zhou Fu-lin, Huang Xiang-yun, Wen Liu-han, Gao Qiang 新型形状记忆合金阻尼器在古塔抗震加固中的应用与优化分析[期刊论文]-工程抗震与加固改造 2011, 33(2)
6. 隋允康, 龙连春, 任礼行, 成利 智能桁架结构刚度最优控制[会议论文]-2002
7. 黄爱芹, 孙宝元, 赵帅, HUANG Ai-qin, SUN Bao-yuan, ZHAO Shuai 压电式电/气转换器闭环控制系统[期刊论文]-液压与气动 2005(11)
8. 廖小波, 傅武军, 朱昌明 电梯水平振动主动控制实验系统及仿真[期刊论文]-起重运输机械 2006(2)
9. 周星德, 明宝华, ZHOU Xing-de, MING Bao-hua 基于遗传算法的结构振动主动控制优化方法[期刊论文]-南京工业大学学报(自然科学版) 2006, 28(2)
10. 宋轶民, 马文贵, 张策, 唐力伟, 陆钢庆 基于神经网络的智能化机构振动主动控制实验研究[期刊论文]-中国机械工程 2002, 13(5)

## 引证文献(1条)

1. 袁伟泽, 高瑞贞, 曹丽雅, 张京军 智能结构中致动器位置和尺寸的优化研究[期刊论文]-河北工程大学学报(自然科学版) 2008(3)

本文链接: [http://d.wanfangdata.com.cn/Periodical\\_hbjzkgjxyxb200801006.aspx](http://d.wanfangdata.com.cn/Periodical_hbjzkgjxyxb200801006.aspx)