

文章编号:1673-9469(2009)01-0014-07

## 预应力组合梁负弯矩作用下梁端转动能力研究

贾远林,陈世鸣

(同济大学 土木工程学院,上海 200433)

**摘要:**对组合梁施加体外预应力,可有效提高截面的开裂弯矩,然而预应力的施加降低了板件的屈曲临界应力,减小了截面的转动能力。考虑局部屈曲的影响,对体外预应力组合梁进行了有限元非线性稳定分析,计算结果与试验实测值吻合,通过改变截面参数对27组组合梁在不同轴力和力比,不同翼缘宽厚比,不同腹板高厚比,不同剪跨比下的转动能力进行了计算,研究了影响转动能力的长细比参数,回归计算转动能力、计算参数和计算公式。研究表明:文中提出的长细比参数和公式与模拟结果相关程度高,形式简单,可以用来计算I、II类组合梁的转动能力。

**关键词:**预应力;组合梁;屈曲;转动能力;ABAQUS

**中图分类号:** TU394

**文献标识码:** A

### Study on rotation capacity of prestressed composite girders under negative moment

JIA Yuan-lin, CHEN Shi-ming

(School of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200433, China)

**Abstract:** In hogging moment regions, the cracking resistance of the beams can be effectively increased on adding prestressing to the composite beams with external tendons. The rotation capacity of a composite beam prestressed with external tendon in hogging moment regions is governed by local buckling. With tools of abaqus, inelastic finite element buckling analysis of composite beams in negative bending was performed, and the FE results are found agree well with the test results. By varying cross-section parameters, 27 groups of composite beams under negative bending with initial geometric imperfection are studied by means of the FE method. The slenderness of the studied beam is defined and the formula for calculating the rotation capacity is presented. The formulae are simple in form, in good agreement with the FE result and expected to be useful for designing the composite beams of class I and II.

**Key words:** prestress; composite beam; buckling; rotation capacity; ABAQUS

连续梁设计或框架节点的设计中,内力重分布都要考虑截面在负弯矩作用下截面的转动能力。对于承受负弯矩的组合梁而言,混凝土板位于受拉而钢梁处于受压的不利状态,钢梁的局部屈曲影响了截面承载能力和转动能力的发展,预应力筋的施加更促进了屈曲的发生,对此类截面的转动能力校核就显得尤为重要。关于局部失稳对组合梁的影响,EC4<sup>[1]</sup>根据组合梁中受压翼缘和腹板将组合梁分为四类截面性质,其中第1、2类截面是指承载能力达到截面塑性弯矩后出现局部失稳的组合梁截面。A R KEMP 对比了纯钢梁和

组合梁的转动能力,指出影响钢梁和组合梁转动能力的因素无明显区别<sup>[2]</sup>。Chen<sup>[3]</sup>综合考虑腹板受压区高厚比,翼缘宽厚比及截面各板件面积的比例,对于转动能力的影响提出了2类截面转动能力的计算参数和公式。Schilling<sup>[4]</sup>, Axhag F<sup>[5]</sup>以腹板高厚比为参数得出了计算转动能力的公式,Ahti Laane<sup>[6]</sup>研究了弯剪共同作用下局部失稳情况下的转动能力,考虑配筋对腹板受压区高厚比的影响基础上,提出用正则化长细比求转动能力的公式。我国研究人员用力比来表征受压翼缘的极限压应变,配合塑性铰长度来求出转动能力<sup>[7-9]</sup>。

收稿日期:2008-12-20

基金项目:国家自然科学基金项目(50678132)

作者简介:贾远林(1977-),男,河南唐河人,博士研究生,从事结构工程研究。

综合以上计算方法均以普通组合梁为研究对象。本文在有限元参数分析的基础上做了进一步的研究,配合 EC4 的分类标准,建立了适用于预应力组合梁和非预应力组合梁的统一转动能力计算公式,物理意义明确,对于完善预应力组合梁的设计方法具有实用参考价值。

## 1 有限元建模与分析

### 1.1 建模和单元的选取

研究采用 abaqus 通用有限元程序。考虑到对极限承载力的精确度和延性的要求,为避免完全积分在大弯曲变形条件下可能带来的剪力自锁,混凝土采用中的 C3D8R(6 面体 3 维空间 8 节点缩减积分实体单元)来模拟混凝土, S8R(8 节点缩减积分壳单元)来模拟钢梁。钢筋采用 T3D2(三维 2 节点桁架单元)模拟然后镶嵌到混凝土里面去的方法。预应力钢索采用 T3D2 模拟,通过降低温度的方式施加预应力。混凝土和钢梁之间不考虑滑移效应,通过约束方程的方式将混凝土节点和钢梁节点连为一体。

### 1.2 材料性质

混凝土的模拟。混凝土应力应变曲线的研究已有较长历史,很多学者提出了各种不同的数学表达式。在单轴受压的应力应变关系数学表达式中,美国学者 Hongnestad 提出的上升段为抛物线,下降段为斜直线的表达式,表达简洁,又抓住了主要特征,因而是目前世界上应用最广泛的曲线之一。此模型建议理论分析时,极限应变取 0.003 8,并建议极值点时的应变取 2 倍的极值应力除以初始弹性模量。关于拉伸曲线的数学表达式,大多数学者主张上升段用直线,主要区别在于下降段,主要有单直线下降,分段(2 段)下降,多段下降,曲线(幂函数,自然指数函数),以裂缝宽度表达等表达式。本模拟采用多段下降表达下降段,极限应变为 0.000 56。

钢材和预应力索的应力应变遵从多线性等向强化模型如图 1(a)、1(b)。其中  $E_{st} = E_s/10$ 。

### 1.3 有限元求稳定的思想

组合梁稳定分析分为弹性临界屈曲分析和弹塑性非线性屈曲分析。弹性临界屈曲分析可预测理想弹性结构的理论屈曲强度和屈曲模态,其临

界失稳应力是针对理想弹性结构的分叉失稳。非线性屈曲分析考虑实际结构的初始几何缺陷和非线性的影响,其实质是将初始缺陷和非线性的性质施加到结构上,把结构稳定表述为极值点稳定问题。理论上,初始几何缺陷有无数多种,在同样条件下,弹性临界屈曲分析所得的第一阶屈曲模态往往是诱导结构失稳的最不利位移。当整体失稳在侧向支撑的作用下得以避免时,组合梁在负弯矩区稳定表现为翼缘或腹板的局部屈曲。现行 GB50205-2001 规定型钢矫正后的腹板的允许缺陷值小于  $2H_w/1000$  且不超过 2mm( $H_w$  为腹板高)。本文采用第一阶屈曲模态乘以初始缺陷放大系数来模拟实际构件中的初始几何缺陷。

### 1.4 有限元计算与试验结果对比

采用上述模型,对 Ayyub<sup>[11,12]</sup> 所研究的预应力组合梁试件进行了非线性分析。Ayyub 共进行了 5 根负弯矩作用下倒支筒梁模拟连续梁负弯矩区的受力性能试验,试件采用混凝土板中配有粘结预应力筋,钢梁中上另加无粘结预应力筋,钢梁腹板上加横向加筋肋,并布置支撑防止整体失稳的发生。另外 Ayyub 还对试验结果用自编程序进行了分析,分析方法采用逐步增加变形的办法,不考虑失稳的影响。限于篇幅,本文只是对其中的 A、B 梁进行模拟以验证有限元模型的正确。

试验和有限元分析中均出现跨中腹板局部屈曲而后梁承载力降低而破坏。试验结果、Ayyub 模拟结果及本文模拟结果跨中位移-荷载曲线如图 2 所示。

对比结果表明:Ayyub 的分析结果由于没有考虑腹板的局部稳定问题,也就无法正确的求出组合梁极限承载能力和屈曲后梁的受力性能,本有限元模型通过考虑初始几何缺陷和非线性的影响,完整的求出了梁屈曲前后的受力性能曲线,曲线对比表明试验和本模拟结果符合较好,能够满足进一步参数分析要求。

## 2 参数分析

试验和理论分析都表明,组合梁负弯矩的非线性转角主要集中在靠近梁端支座的一小段长度之内,此段之内截面均具有最大的弯矩截面曲率,超越此区段,非线性曲率就逐渐下降为 0,支座和非线性曲率为 0 截面之间的距离就是塑性铰区长

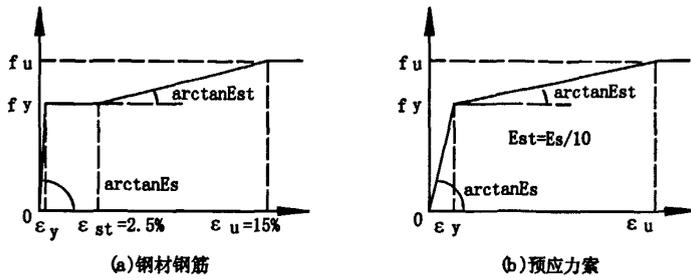


图 1 材料应力应变曲线

Fig. 1 Stress-strain relationships of materials

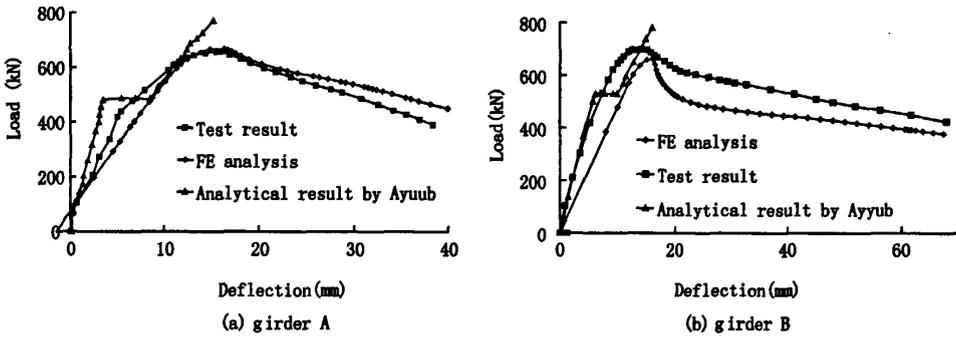


图 2 考虑失稳的有限元模拟结果和 Ayyub 试验结果对比

Fig. 2 Test and analysis moment-deflection curves of Ayyub specimens

度。转动能力概念具有丰富的内涵,从延性的本质来看,它反应了一种非弹性变形的能力,这种能力能保证强度不会因为发生非弹性变形而急剧下降,研究中,转动能力采用下式表达

$$u = \frac{\theta_u}{\theta_y} = \frac{\theta_u - \theta_y}{\theta_y} \quad (1)$$

式中  $\theta_u$  - 截面承载力下降至塑性承载力  $M_p$  之前的总的转角;  $\theta_y$  - 截面承载力下降倒至塑性承载力  $M_p$  之前的线性转角;  $\theta_a$  - 截面承载力下降至塑性承载力  $M_p$  之前的非线性转角;  $M_p$  - 采用简化塑性计算方法计算的截面塑性弯矩。

由于负弯矩区体外预应力筋距离截面中和轴较近,在梁的外荷载增大过程中预应力增量不甚显著,梁的承载力计算可不考虑应力增量的影响<sup>[5]</sup>。式(2)为截面塑性弯矩  $M_p$  的计算公式。

$$M_p = M_s + A_s f_s (y_2 + y_3/2) + A_p \sigma_p (y_1 + y_3/2) \quad (2)$$

式中  $M_s$  - 钢梁绕自身中和轴塑性抗弯承载力;

$A_s$  - 普通受拉钢筋面积;  $A_p$  - 体外预应力筋面积当  $A_p$  为 0 时,则为普通组合梁;  $f_s$  - 普通受拉钢筋强度设计值;  $\sigma_p$  - 体外预应力筋应力。

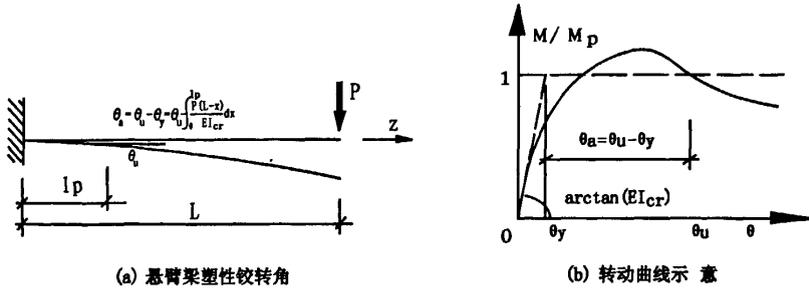
负弯矩塑性弯矩计算简图见图 3。

$\theta_a$  可用如下公式求得

$$\theta_a = \theta_u - \theta_y = \theta_u - \int_0^l \frac{P(L-z)}{EL_\sigma} dz \quad (3)$$

式中  $I_\sigma$  - 负弯矩区开裂后的惯性矩。

采用有限元方法,对影响组合梁稳定系数的参数进行了计算分析。除特殊说明外,均取以下基准参数:梁长取 3m,钢材钢筋屈服强度 345MPa,预应力钢绞线屈服强度 1 680MPa,张拉后应力 1 000MPa,弹性模量  $1.92 \times 10^5$ ;混凝土板厚 130mm,宽 1 000mm,混凝土强度为 C40;钢梁上下翼缘宽 250mm,上翼缘厚 8mm,下翼缘厚 25mm;腹板高 600mm,厚 16mm。综和力比为 0.4,普通力比为 0.3。



(a) 悬臂梁塑性铰转角

(b) 转动曲线示意

图 3 转动能力计算模型

Fig.3 Modal of calculating the rotation capacity

实际设计中,往往采取梁端下翼缘加侧向支撑的方式避免梁整体失稳的发生。研究表明为了避免整体失稳的发生,侧向支撑距离支座的距离必须满足<sup>[6]</sup>

$$L_c = 0.45 i_c \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (4)$$

其中  $i_c$  为梁受压部分的回转半径,受压部分可简化采用受压翼缘连同 1/3 腹板高。本研究中采取在悬臂梁端一倍腹板高度距离处设置侧向支撑,计算结果表明,一倍距离处支撑的设置有效避免了整体稳定的发生。

钢梁初始几何缺陷按 GB50205 - 2001 选取,取腹板高度的 2/1 000。体外预应力筋直线布置。悬臂梁受梁端集中荷载。

### 2.1 不同力比的影响

在梁屈服阶段,随着受拉钢筋配筋率的增加,腹板塑性中性轴上移,腹板受压部分高厚比增加,截面更容易进入屈服状态,承载力下降,延性降低。朱聘儒<sup>[7]</sup>和余志武<sup>[9]</sup>分别定义了力比和综和力比来分别表示钢筋和预应力钢筋含量的多少。

普通力比

$$R_0 = \frac{A_s f_s}{A_s f_y} \quad (5)$$

综和力比

$$R_p = \frac{A_s f_s + A_p \sigma_p}{A_s f_y} \quad (6)$$

普通力比反映了混凝土板中普通钢筋的配筋率,综和力比和普通力比的差反映了预应力钢筋的配筋情况。为研究不同力比对组合梁负弯矩作用下的转动能力,分析了 5 种预应力钢筋和普通钢筋的配筋情况,结果如图 4 所示。从图 4 可以看出转动能力随着综和力比的增大而减小,从综

和力比为 0.4 的转动能力 0.014 降低到综和力比为 0.6 时的 0.006,当综合力比为 0.8 时,截面承载能力没有达到全截面塑性弯矩。在相同的综和力比下,塑性转动能力并没有因为预应力钢筋和普通钢筋的配筋率比例不同而显著不同,从这里可以看出,反映预应力筋组合梁的转动能力和普通组合梁转动能力的参数和计算公式可以归并为相同的参数和公式。

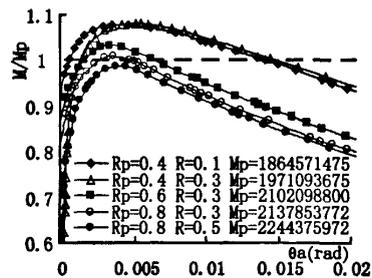


图 4 不同综合力比参数分析曲线

Fig.4 Curves of the beams with different Rp

### 2.2 不同腹板高厚比

组合梁的混凝土板通过钢梁腹板对钢梁受压翼缘进行侧向约束,腹板的高厚比增大则意味着腹板对下翼缘约束减弱以及腹板局部屈曲会使组合梁整体失稳,导致组合梁承载能力降低。对于承受负弯矩的组合梁,腹板一方面自己承受弯矩,按弹性压杆理论,腹板又提供了翼缘的侧向约束,腹板的高厚比对截面的承载能力和延性有较大的影响。通过对厚为 16mm,腹板高分别为 500mm 和腹板高为 600mm 的两根梁有限元分析,结果如图 5 所示。从图 5 可以看出,随着腹板高厚比的增大,塑性转动能力显著增加,从腹板高厚比为 600/16 时的转动能力 0.011 增加到高厚比为 500/16 时

的 0.025,可以看出腹板高厚比是影响截面转动能力的主要因素。

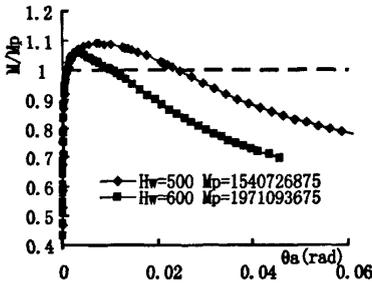


图5 腹板高厚比影响: 挠度-承载力曲线  
Fig. 5 Influence of web

### 2.3 翼缘宽厚比

组合梁的弹性地基压杆理论认为受压翼缘方向的屈曲波长与受压翼缘侧向回转半径之比是影响组合梁在负弯矩作用下的失稳极限承载力的重要参数。组合梁负弯矩区的局部失稳往往是翼缘和腹板的相关失稳,相互影响,先发生失稳又加速尚未失稳板件的失稳。EC4 规范规定 2、3 类截面翼缘的宽厚比分界点  $10\sqrt{235/f_y}$ , 参数分析中  $f_y = 345$ , 则分界点为 8.25。本文选择了翼缘宽厚比为 250/30、300/20、250/20 三组梁,外伸板件宽厚比分别为 3.9、7.1、5.85,皆属于 1、2 类截面的组合梁进行分析。计算结果如下图,从图上可以看出,随着外伸板件宽厚比的增加,接面的转动能力迅速减小,从外伸板件宽厚比 3.9 时的转动能力 0.043 迅速减少至宽厚比为 7.1 时的 0.013。外伸板件宽厚比为影响截面转动能力的主要因素。

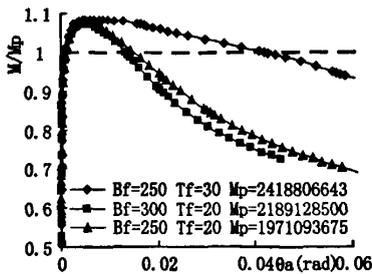


图6 翼缘宽厚比影响: 挠度-承载力曲线  
Fig. 6 Influence of compressive flange

### 2.4 梁跨高比和钢材型号的影响

随着梁长的增大,跨高比增大,塑性铰区的弯

矩梯度减小。根据稳定的能量原理,弯矩梯度越小,则对梁各板件的屈曲承载力和屈曲后延性越不利。计算了 4 根相同截面不同悬臂长度的梁,计算结果如下图 7 所示,从图 7 可以看出,随着跨高比的,梁的极限承载能力降低,塑性转动能力降低。但跨度从 1 800 到 2 400 时,极限承载能力和延性显著下降,尽管 2 400 以后有所下降,但下降不是很明显。

构件材料弹性模量不变时,相同的截面几何参数对应相同的临界屈曲应力。随着钢材型号的加大钢材的弹性模量几乎不变,而屈服应力增大,则临界屈曲应力与屈服应力的比值越小、屈曲后性能越差。分析了三种型号的截面钢材型号分别为 Q235、Q345、Q490,计算结果表明。随着钢材型号的增加,其承载能力与简化塑性算法的比值和转动能力都有所下降。

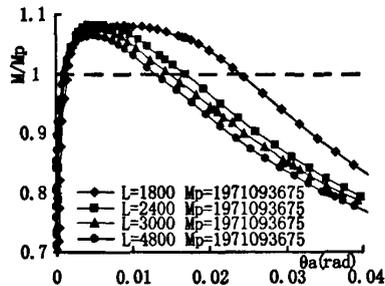


图7 跨度影响: 挠度-承载力曲线  
Fig. 7 Influence of span

## 3 负弯矩区转动能力计算公式

### 3.1 设计拟合曲线参数模拟

影响预应力组合梁稳定系数的主要为腹板高厚比、跨度与钢梁受压翼缘尺寸以及力比。结合前面有限元计算,选择了 27 根组合梁进行有限元参数分析,综和力比分别 0.4、0.5、0.6 三种情况,腹板高厚比在 31 至 50 之间,翼缘宽厚比在 8.3 和 15 之间,基本涵盖实际工程各种预应力组合梁参数变化情况。

表 1 为计算分析中组合梁截面尺寸参数以及转动能力  $\theta_a$  及  $(\theta_a - \theta_p)/\theta_p$  的计算结果。

表 1 组合梁截面及计算结果表 (mm, N·mm)

Tab.1 Properties of cross-section and FE results of the parametric study (mm, N·mm)

编号	Bf (mm)	Tf (mm)	Hw (mm)	Tw (mm)	Rp	Mp (N·mm)	$\theta_u$ (mrad)	$(\theta_u - \theta_y)/\theta_y$
1	250	15	500	12	0.4	1 190 646 031	7.76	5.01
2	250	20	500	12	0.4	1 385 474 000	17.77	11.53
3	250	20	500	16	0.4	1 540 726 875	23.95	15.37
4	250	20	600	16	0.4	1 971 093 675	15.55	9.87
5	250	25	500	16	0.4	1 731 174 960	49.07	29.86
6	250	25	600	16	0.4	2 196 904 260	24.26	17.14
7	250	30	500	16	0.4	1 917 714 843	57.23	46
8	250	30	600	16	0.4	2 418 806 643	41.08	26.56
9	300	20	600	16	0.4	2 189 128 500	14.36	8.51
10	300	25	600	16	0.4	2 458 985 343	33.94	21.18
11	300	30	600	16	0.4	2 722 696 875	71.81	46.87
12	250	20	500	16	0.5	1 599 107 343	17.43	10.94
13	250	20	600	16	0.5	2 051 450 643	10.91	6.77
14	250	25	500	16	0.5	1 806 465 146	30.56	19.38
15	250	25	600	16	0.5	2 296 542 821	15.23	8.70
16	250	30	500	16	0.5	2 011 767 773	47.34	30.13
17	250	30	600	16	0.5	2 539 579 823	23.68	14.92
18	300	20	600	16	0.5	2 275 680 375	8.8	5.54
19	300	25	600	16	0.5	2 570 094 210	22.96	14.51
20	300	30	600	16	0.5	2 861 031 093	43.00	27.03
21	250	20	500	16	0.6	1 633 230 000	13.53	8.46
22	250	25	500	16	0.6	1 853 286 093	18.73	11.76
23	250	25	600	16	0.6	2 361 829 893	10.59	6.56
24	250	30	500	16	0.6	2 072 803 125	27.01	16.99
25	250	30	600	16	0.6	2 621 021 925	15.38	9.57
26	300	25	600	16	0.6	2 640 207 375	12.39	7.76
27	300	30	600	16	0.6	2 951 820 000	18.04	11.31

3.2 参数的选择原则

1) EC4 考虑组合梁局部屈曲对承载力的影响, 根据截面翼缘和腹板的高厚比将截面分为四类, 其中 1、2 类组合梁为截面在屈曲之前达到全截面屈服。分类标准经过大量试验的证实, 为研究人员和设计人员所认可。计算转动能力的参数应该纳入分类标准的因素。

2) 负弯矩区考虑局部屈曲的转动能力公式应该反映组合梁的特点, 概念清楚, 计算简单适用。

3.3 转动能力参数选择

基于以上原则, 经过分析发现, 对于 1、2 类截面的组合梁的转动能力与公式高度相关:

$$\lambda = \frac{1\ 000}{(1.5A - \frac{b_f - t_w}{2t_f})(1.5B - \frac{ah_w}{t_w})} \quad (7)$$

式中 A、B 分别为 II 类截面与 III 类截面的分界值即  $A = 10\epsilon$ ,  $B = \frac{456\epsilon}{13\alpha - 1}$ ,  $\epsilon = \sqrt{235/f_y}$  为考虑钢材屈服强度影响的参数。

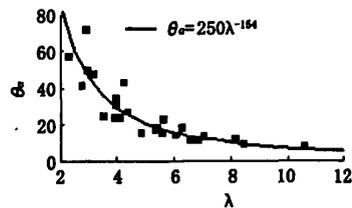


图 8 转动能力计算公式回归公式  
Fig.8 Regression of rotation capacity

公式采用幂的形式拟合见图8所示,拟合的公式为(8),相关系数0.87。从图上可以看出,对于参数选择而言,本文所选择参数带宽很窄,说明本文所选参数与转动能力的相关性很强。

$$\theta_a = 250\lambda^{-1.54} \quad (8)$$

通过本文所研究梁的转动能力结果的对比分析发现,转动能力的两种表达方式绝对转角所表达的转动能力 $\theta_a$ 和无量纲化的 $u_\theta$ 所表达的转动能力无论梁简化塑性算法计算的承载能力和开裂惯性矩如何,他们之间有着简单的线性关系如图9所示。

图中的点为有限元分析结果,图中直线为

$$\theta_a = 1.6u_\theta \quad (9)$$

公式中 $\theta_a$ 的单位 $\text{mrad}$ , $u_\theta$ 为无量纲化的转动能力参数。

将式(8)带入式(9)则得梁端非线性转动的相对转角公式

$$u_\theta = 156\lambda^{-1.54} \quad (10)$$

公式(8)(10)表明,转动能力与参数(7)关系很大,随着参数(7)的增大而转动能力降低,设计中或截面转动能力评估中,可以通过求出截面几何性质参数(7)来评估截面转动能力的大小。

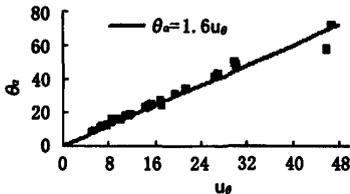


图9 绝对转动能力和相对转动能力的关系  
Fig.9 Relationship between  $\theta_a$  and  $u_\theta$

#### 4 结论

采用有限元分析方法,对体外预应力组合梁在负弯矩作用下考虑屈曲影响的截面转动能力进行了非线性失稳分析,计算结果与试验结果吻合。研究了跨高比、支撑距离中支座的距离、综合力比以及截面几何参数对预应力组合梁在负弯矩作用

下转动能力的影响。研究结果表明:本文提出计算转动能力的参数和公式简单明了,与计算结果吻合较好,可以用来计算组合梁或预应力组合梁的转动能力。

#### 参考文献:

- [1] EUROCODE 4: Design of Composite Steel and composite Structures[S]. CEN, Brussels, ENV 1994.
- [2] KEMP A R. Available rotation capacity in steel and composite beams[J]. The Structure Engineer, 1991, 69(5):116-125.
- [3] SHIMING CHEN. Instability of composite beams in hogging bending[D]. Warwick: Warwick University, 1992.
- [4] SCHILLING. Unified autostress method[J]. Engineering Journal, American Institute of Steel Construction, 1991, 28(4):166-180.
- [5] AXHAG F. Plastic design of slender steel bridge girds[D]. Lulea: Lulea University of Technology, 1998.
- [6] AHTI LAANE, JEAN PAUL LEBET. Available rotation capacity of composite bridge plate girders under negative moment and shear[J]. Journal of Constructional Steel Research, 2005, 61:305-327
- [7] 朱聘儒. 钢-砼连续组合梁塑性铰特性及内力重分布研究[J]. 建筑结构学报, 1990, 11(6):26-37.
- [8] 樊建生, 聂建国. 钢-压型钢板混凝土连续组合梁调幅系数试验研究[J]. 建筑结构学报, 2001, 22(2):57-60.
- [9] 余志武, 周凌宇. 钢-部分预应力混凝土连续组合梁内力重分布研究[J]. 建筑结构学报, 2002, 23(6):64-69.
- [10] CHEN S. Experimental study of prestressed steel-concrete composite beams with external tendons for negative moments[J]. Journal of Constructional Steel Research, 2005, 61(12):1613-1630.
- [11] AYYUB B M, SOHN Y G, SAADATAMANESH H. Prestressed composite girders I: Experimental study for negative moment[J]. Struct. Div. ASCE, 1992, 118(10): 2743-2762.
- [12] AYYUB B M, SOHN Y G, SAADATAMANESH H. Prestressed composite girders II: Analytical study for negative moment[J]. Struct. Div. ASCE, 1992, 118(10): 2763-2783.

(责任编辑 刘存英)