

基于联合分布法的岩坡稳定可靠分析研究

韩孝峰¹,孙树林^{1,2},阮晓波²,陈晓磊²

(1. 河海大学 地球科学与工程学院,南京 210098;2. 河海大学 水文水资源与水利工程科学国家重点实验室,南京 210098)

摘要:岩坡稳定性分析问题是一个可靠性问题,结合由 Hoek - Brown 经验准则衍生的线性参数,采用概率密度函数联合分布法确定平面滑动岩坡的最终安全系数的概率分布,借助 Matlab 软件对该计算过程实现表达,并对岩坡安全系数的影响因素进行敏感性分析。结果表明:概率密度函数联合分布法可以用作对平面破坏岩坡稳定性分析方法的补充及对岩坡稳定的前期快速评价;安全系数的分布曲线呈正态分布;正常情况下,水平地震加速度 α 对岩坡稳定的影响性强于张拉裂缝中水深 Z_w 对岩坡稳定的影响性。

关键词:岩坡;等效参数;密度函数;联合分布;可靠度分析;敏感性分析

中图分类号:TU42

文献标识码:A

Study of probabilistic rock slope analysis based on the jointly distributed random variables method

HAN Xiao - feng¹, SUN Shu - lin^{1,2}, RUAN Xiao - bo², CHEN Xiao - lei²

(1. College of Earth Sciences and Engineering, Hohai University, Jiangsu Nanjing 210098, China; 2. State Key Laboratory of Hydrology - Water Resources and Hydraulic Engineering, Hohai University, Jiangsu Nanjing 210098, China)

Abstract: Rock slope stability analysis is a probabilistic problem. The equivalent linear parameters derived from the Hoek - Brown criterion and the jointly distributed random variables methods are used to determine the probability distribution of the safety factor. The program from the Matlab is provided to take place of the calculation. The result confirms the feasibility of the jointly distributed random variables method and shows that the safety factor approximately obeys the normal distribution. The jointly distributed random variables method can provide a rapid evaluation. Besides, the sensitivity analysis to the parameters shows that the more effective parameter is the horizontal seismic acceleration rather than the water depth of the tension crack.

Key words: rock slope; equivalent parameters; density function; joint distribution; reliability analysis; sensitive analysis

岩坡稳定性分析研究一直是岩土工程界热点问题,目前有许多学者都认为岩体边坡的力学参数具有很大的变异性及测量误差在模型计算中会引起不确定性,故在处理该问题时应采用可靠性分析方法^[1]。此外,美国科学院设立的岩土工程减灾可靠性方法研究委员会也指出:可靠性方法工程设计和决策中,采用这一方法来定量地分析这些不确定因素尤为有效^[2]。

目前对于岩坡稳定的可靠性分析方法常见的有一次二阶矩法、点估计法、响应面法、蒙特卡洛模拟法和随机有限元法^[3-5]等等。值得指出的是

这些方法有的计算过程十分冗长,特别是蒙特卡洛模拟方法。此外以上方法考虑参数变异性时大多采用的都是 Mohr - Coulomb 线性准则,忽略了岩石破坏包络线的非线性。作为对以上方法的补充和协调,也作为对岩坡稳定问题前期快速的可靠性评估,本文结合着非线性破坏准则 Hoek - Brown 衍生的等效线性参数,采用了概率密度函数联合分布法对岩坡稳定问题进行一些研究。

1 平面滑动岩坡模型

本文研究采用如图 1 所示的岩坡模型。针对

韩孝峰^[6]等提出的无限边坡稳定分析模型中没有考虑到地下水和地震作用的影响,该岩坡模型中考虑了水平地震作用力和地下水对稳定分析的影响。该岩坡坡高为 H ,坡角为 ψ_f ,滑动面与水平面夹角为 ψ_p , Z 为坡顶由于受拉而产生的裂缝宽度, Z_w 为张拉裂缝中水的深度, F_w 为张拉裂缝中静水的水平压力, U 为滑动面内由于渗透而产生的静水压力, W 为滑动岩块的自重, α 为水平地震加速度。

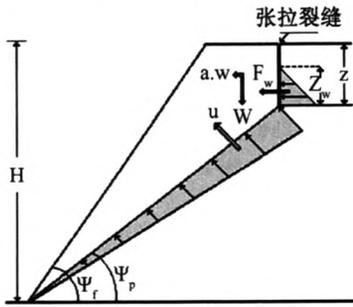


图1 平面滑动岩坡破坏模型

Fig.1 Rock slope with sliding failure

对上述滑动岩块进行受力分析,岩块的下滑力为:

$$F_{\text{下滑}} = W \sin\psi_p + \partial_w \cos\psi_p + F_w \cos\psi_p$$

破坏面正压力为:

$$N = W \cos\psi_p - \alpha W \sin\psi_p - U - F_w \sin\psi_p$$

则抗滑力为

$$F_{\text{抗滑}} = c \cdot A + (W \cos\psi_p - \alpha W \sin\psi_p - U - F_w \sin\psi_p) \cdot \tan\varphi$$

根据安全系数的定义可得到该岩坡安全系数的表达式为

$$F_s = \frac{c \cdot A + (W \cos\psi_p - \alpha W \sin\psi_p - U - F_w \sin\psi_p) \cdot \tan\varphi}{W \sin\psi_p + \partial_w \cos\psi_p + F_w \cos\psi_p} \quad (1)$$

式中 $Z = H (1 - \sqrt{\cot\psi_f \cdot \tan\psi_p})$; $W = \frac{\gamma H^2}{2}$

$$\left[\left(1 - \left(\frac{Z}{H} \right)^2 \right) \cot\psi_p - \cot\psi_f \right]; U = \frac{\gamma_w Z_w A}{2}; A = \frac{H - Z}{\sin\psi_p};$$

$$F_w = \frac{\gamma_w Z_w^2}{2}.$$

2 基于 Hoek - Brown 准则的等效线性参数

Hoek^[7]等人于 2002 年提出了 Hoek - Brown

经验准则的最新表达式为 $\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_{ci} \left(m_b \frac{\sigma_3}{\sigma_{ci}} + s \right)^\alpha$, 其中 $m_b = m_i \exp \left(\frac{GSI - 100}{28 - 14D} \right)$, $s = \exp \left(\frac{GSI - 100}{9 - 3D} \right)$, $\alpha = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} (e^{-GSI/15} - e^{-20/3})$ 。式中

GSI 表示地质强度系数, σ_{ci} 表示完整岩石的单轴抗压强度, m_i 表示岩体材料参数, 参数 D 反映岩

体受外界干扰的程度,其值在 0 到 1 之间波动。对于本文的平面滑动岩坡模型,不必考虑应力干扰因素, $D=0$ 。根据以上准则可以生成等效线性参数如下:

$$c' = \frac{\sigma_a [(1+2a)s + (1-a)m_b \sigma_{3n}] (s + m_b \sigma_{3n})^{a-1}}{(1+a)(2+a) \sqrt{1 + 6am_b (s + m_b \sigma_{3n})^{a-1} / (1+a)(1+2a)}} \quad (2)$$

$$\varphi' = \sin^{-1} \left[\frac{6am_b (s + m_b \sigma_{3n})^{a-1}}{2(1+a)(2+a) + 6am_b (s + m_b \sigma_{3n})^{a-1}} \right] \quad (3)$$

式中 $\sigma_{3n} = \frac{\sigma_{3\max}}{\sigma_a}$ 。Hoek 也指出对于坡角不大于

45°的岩坡, $\sigma_{3\max}$ 的公式为 $\frac{\sigma_{3\max}}{\sigma_{cm}} = 0.72 \left[\frac{\sigma_{cm}}{\gamma H} \right]^{-0.91}$,

$\sigma_{cm} = \sigma_{ci} \frac{[m_b = 4s - a(m_b - 8s)] (m_b/4 + s)^{a-1}}{2(1+a)(2+a)}$ 。而

值得说明的是 Li AJ^[8]等人也指出对于陡坡 ($\beta > 45^\circ$), $\sigma_{3\max}$ 的公式应当修正成为 $\frac{\sigma_{3\max}}{\sigma_{cm}} = 0.2 \left[\frac{\sigma_{cm}}{\gamma H} \right]^{-1.07}$ 。

3 概率密度函数联合分布法

3.1 随机变量的选取及密度函数的确定

考虑到岩坡稳定的变异性和不确定性,在进行可靠度分析时要选取岩坡的相关参数作为随机变量,而这些随机变量均具有特定的概率分布。在传统的可靠度分析方法中,随机参数往往是岩石的重度、内摩擦角以及粘聚力。但本文的岩坡模型考虑了地震及地下水对稳定性的影响以及采用了 Hoek - Brown 准则衍生的等效线性参数,故该岩坡模型所选取的随机变量与传统做法有所不同。本文中所定义的随机变量有岩石的重度 γ 、张拉裂缝中水深 Z_w 、水平地震加速度 α 、地质强度系数 GSI 、完整岩石的单轴抗压强度 σ_{ci} 以及岩体材料参数 m_i 。基于乐观估计原则,这些随机变量之间都是假定不相关的。

在概率可靠度分析理论中,随机变量的分布形态均为正态分布和对数正态分布, Hoek^[7]也提出岩石强度参数 GSI 、 σ_{ci} 和 m_i 是呈正态分布的,岩石重度 γ 也可对多个测定数值分析做出正态分布模型化,其分布密度函数为 $f_r(\gamma) = \frac{1}{\sigma_r \sqrt{2\pi}} = \exp$

$\left(-\frac{(\gamma - \bar{\gamma})^2}{2\sigma_r^2} \right) (\bar{\gamma} - 4\sigma_r \leq \gamma \leq \bar{\gamma} + 4\sigma_r)$ 。 GSI 、 σ_{ci} 、 m_i 的概率密度分布函数形式与岩石重度一样。这些

随机变量的取值区间选为均值正负4倍方差之间,根据正态分布图象特点,这个区间所对应的函数曲线下的面积已经占到总面积的99.99%,这样可以避免面积校正。水平地震加速度和张拉裂缝中水位高度的概率分布密度函数为^[9-10]: $f_{z_w}(Z_w)$

$$= \frac{\lambda_{z_w} e^{-\lambda_{z_w} \cdot Z_w}}{1 - e^{-\lambda_{z_w} \cdot Z_{w \max}}}; 0 \leq Z_w \leq Z_{w \max} \text{ 和 } f_a(a) = \frac{\lambda_a e^{-\lambda_a \cdot a}}{1 - e^{-\lambda_a \cdot a_{\max}}}; 0 \leq a \leq a_{\max} \text{ 其中, } \lambda_{z_w} = \frac{1}{\lambda_{z_w \text{ mean}}}, a = \frac{1}{a_{\text{mean}}}$$

3.2 密度函数联合分布法原理

假设随机变量 X 的密度分布函数为 $f_x(x)$, 那么对于随机变量 X 的复合函数 $Y = g(X)$ 的密度分布函数可用式 $f_y(y) = f_x(g^{-1}(y)) \times \left| \frac{dg^{-1}(y)}{dy} \right|$ 计算。若 X、Y 是两个独立的随机变量, 则 $Z = X + Y$ 和 $Z = Y/X$ 的概率密度分布函数分别可以表示为 $f_z(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f_x(x) f_y(z-x) dx, (-\infty < z < +\infty)$ 和 $f_z(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f_x(x) f_y(z \cdot x) dx, (-\infty < z < +\infty)$ 。

3.3 平面滑动岩坡安全系数概率密度函数的确定

由式(3)变形可得

$$\tan\varphi = \frac{6am_b(s+m_b\sigma_{3n})^{a-1}}{\sqrt{4(1+a)^2(2+a)^2+12a(1+a)(2+a)m_b(s+m_b\sigma_{3n})^{a-1}}} \quad (4)$$

将等效线性参数式(2)、式(4)代入式(1)可得到考虑了无限岩坡破坏非线性的安全系数表达式为

$$F_s = [A \cdot \sigma_{ci} [(1+2a)s + (1+a)m_b\sigma_{3n}] (s+m_b\sigma_{3n})^{a-1}] / [(W \sin\psi_p + aW \cos\psi_p + F_w \cos\psi_p) \sqrt{(1+a)(2+a)(1+6am_b(s+m_b\sigma_{3n})^{a-1})} + [(W \cos\psi_p - aW \sin\psi_p - U - F_w \sin\psi_p) \cdot 6am_b(s+m_b\sigma_{3n})^{a-1}] / [(W \sin\psi_p + aW \cos\psi_p + F_w \cos\psi_p) \sqrt{4(1+a)^2(2+a)^2+12a(1+a)(2+a)m_b(s+m_b\sigma_{3n})^{a-1}}]]$$

再将 $Z = H(1 - \sqrt{\cot\psi_f \cdot \tan\psi_p})$ 、 $W = \frac{\gamma H^2}{2}$

$$\left[\left(1 - \left(\frac{Z}{H} \right)^2 \right) \cot\psi_p - \cot\psi_f \right], U = \frac{\gamma_w Z_w A}{2}; A = \frac{H-Z}{\sin\psi_p}$$

$F_w = \frac{\gamma_w Z_w^2}{2}$ 代入得出安全系数的最终形式后,采用

密度函数联合分布法求得安全系数的密度分布函数,从而可以得出安全系数的概率分布,借助 Mat-

lab 软件编程计算,最终就能够获得对此平面滑动岩坡稳定性的概率可靠性评价。安全系数的密度函数的确定步骤如图2所示。

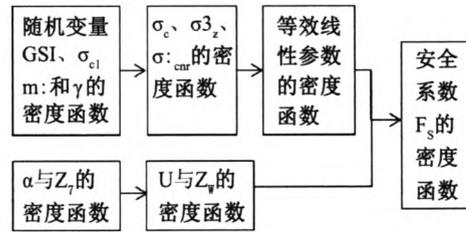


图2 采用概率密度函数联合分布方法计算安全系数的步骤

Fig.2 The steps of calculating the safety factor using the jointly distributed random variables method

4 结果分析

4.1 算例

为了验证以上方法的可行性和有效性,本文中采取此方法对一平面滑动岩坡的稳定问题进行评估。该平面滑动模型如图1所示,其基本参数取值为:坡高 $H = 60 \text{ m}$, 滑动面倾角 $\psi_p = 35^\circ$, 坡角 $\psi_f = 50^\circ$, $\gamma_w = 10 \text{ kN/m}^3$ 。而对于随机变量的取值参数如表1所示。

表1 平面滑动岩坡稳定分析随机变量参数取值

Table 1. Parameters of the sliding rock slope

参数	GSI	σ_{ci}/MPa	m_i	$\gamma/\text{kN}\cdot\text{m}^{-3}$	a	Z_w/m
均值	35	3	25	18	0.08	7
方差	2.5	0.25	0.125	1		

运用数学软件 Matlab 编制计算程序来实现概率密度联合分布法。另外,为了对该方法的精度进行评价,又对上述算例运用了能够几乎得到精确解的 M-C 模拟法计算,选取 10^6 个样本点。其计算结果对比如图3所示。

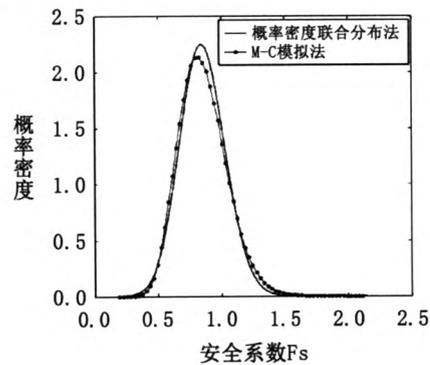


图3 概率密度联合分布法与蒙特卡洛模拟法计算安全系数结果对比

Fig.3 The comparison of the jointly distributed random variables method and the M-C method

从图3中可以看出蒙特卡洛模拟法计算出的安全系数的分布曲线为典型的正态分布曲线。从两条曲线对比中可以看出概率密度联合分布法计算所得曲线与精确解曲线重合度很高,峰值点位置相差不大且在峰值点处对应的概率密度接近。在计算过程中,M-C模拟法耗时较长,而密度函数联合分布法仅需数分钟即完成计算,说明概率密度联合分布法在一定程度上可以用来对岩坡稳定的可靠性做出快速评价。

4.2 随机变量敏感性分析

本例中无限岩坡的安全系数是由6个随机变量的密度函数联合分布而得,对于岩石的重度 γ 、地质强度系数 GSI 、完整岩石的单轴抗压强度 σ_{ci} 以及岩体材料参数 m_i ,韩孝峰^[6]在文献中已经作过相应的敏感性分析,结果表明岩石的重度 γ 和完整岩石的单轴抗压强度 σ_{ci} 对岩坡安全系数的影响较为明显。本文中继续探讨张拉裂缝中水深 Z_w 和水平地震加速度 a 对岩坡安全系数的影响性。

在对以上两个随机变量进行敏感性分析时,采用的仍然是控制变量法。保持其他5个随机参数取值范围不变,控制指标的取值范围变化10%,观察安全系数累积概率曲线的位置变化程度,从而可以确定控制指标对安全系数的影响程度。通过以上方法,张拉裂缝中水深 Z_w 和水平地震加速度 a 对岩坡安全系数的影响性可从图4中看出:在安全系数很小的情况下,张拉裂缝中水深 Z_w 比水平地震加速度 a 敏感,而大多数情况下,即当安全系数大于0.4时,水平地震加速度 a 是比张拉裂缝中水深 Z_w 要敏感的。考虑到本算例中岩坡安全系数概率主体分布在1.0左右,认为水平地震加速度 a 对安全系数的影响性更大。

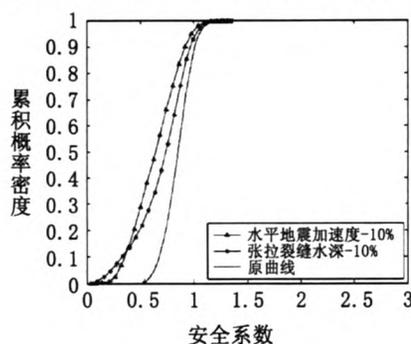


图4 确定随机参数影响性的敏感性分析

Fig.4 Sensitivity analysis of the parameters

5 结论

1)安全系数的概率密度分布曲线呈正态分

布。随机变量概率密度联合分布法计算结果曲线与M-C模拟法计算结果曲线相近且计算速率要远远快于后者,表明该方法具有可行性,可作为岩坡稳定可靠性方法的补充并为岩坡稳定提供快速定性的前期评价。

2)通过对张拉裂缝中水深 Z_w 和水平地震加速度 a 这两个随机变量的敏感性分析得知安全系数随这两个参数的变化而发生变化的趋势合理,且正常情况下,水平地震加速度 a 对岩坡稳定的影响性强于张拉裂缝中水深 Z_w 对岩坡稳定的影响性。

参考文献:

- [1] 唐小松,李典庆,周创兵.基于认知聚类分区方法的边坡可靠度分析[J].岩土力学,2011,32(2):571-578.
- [2] 蒋水华,李典庆,周创兵.基于随机响应面法和Sarma法的边坡可靠度分析[C]//第十一届土力学及岩土工程学术会议,2011,6-13.
- [3] 徐鼎平,朱大鹏.太和铁矿西端帮冰碛土边坡稳定性分析方法研究[J].岩石力学与工程学报,2008,27(z2):3335-3340.
- [4] 程晔,周翠英,文建华,等.基于响应面与重要性抽样的岩土工程可靠度分析方法研究[J].岩石力学与工程学报,2010,29(6):1263-1269.
- [5] 龙海涛,王亚坤,刘洋.边坡稳定性计算中蒙特卡洛法的运用[J].甘肃水利水电技术,2012,48(4):21-23.
- [6] 韩孝峰,孙树林,阮晓波,等.基于Hoek-Brown准则的无限岩坡稳定性概率可靠度分析研究[J].科学与技术,2012,13(8):126-130.
- [7] HOEK E., CARRANZA-TORRES C., CORKUM B. Hoek-Brown failure criterion - 2002 edition [J]. Proceedings of the North American rock mechanics society meeting in Toronto:2002,1:267-273.
- [8] A. J. LIA, R. S. MERIFIELD, A. V. LYAMIN. Stability charts for rock slopes based on the Hoek-Brown failure criterion [J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences,2008,45(5):689-700.
- [9] JIMENEZ-RODRIGUEZ R, SITAR N. Rock wedge stability analysis using system reliability methods [J]. Rock Mech Rock Eng, 2007,40(4):419-27.
- [10] JIMENEZ-RODRIGUEZ R, SITAR N. Inference of discontinuity trace length distributions using statistical graphical models [J]. Int J Rock Mech Min Sci,2006,43(6):877-893.

(责任编辑 刘存英)