

抗差自适应 Kalman 滤波及其在 GNSS 导航中的应用

邹敏¹, 王国栋², 刘超¹

(1. 安徽理工大学 测绘学院, 安徽 淮南 232001; 2. 浙江有色测绘院, 浙江 绍兴 312000)

摘要:针对 Kalman 滤波易受粗差影响而导致结果失真的问题,提出一种抗差自适应 Kalman 滤波方法,该方法结合自适应滤波与抗差 Kalman 滤波的优点,同时设计自适应因子和抗差因子,采用改进的两段 Huber 函数与 2~3 倍的观测噪声中误差来充当抗差因子与粗差判别标准。并对 Kalman 滤波和抗差自适应滤波(Adaptive Robust Kalman Filtering, ARKF)结果进行比较。车载实验结果表明,ARKF 可以有效抵制观测异常对状态估值的影响,同时在系统先验信息不能精确给出的情况下,显著改善了滤波估值的稳定性和可用性。

关键词:Kalman 滤波;粗差;抗差自适应 Kalman 滤波;GNSS

中图分类号:P228

文献标识码:A

Adaptive robust Kalman filtering and its application in GNSS

ZOU Min¹, WANG Guodong², LIU Chao¹

(1. School of Geodesy and Geomatics, Anhui University of Science and Technology, Anhui Huainan, 232001, China;

2. The Youse Surveying and Mapping Institute of Zhejiang, Zhejiang Shaoxing, 312000, China)

Abstract: The Kalman filtering is easily affected by the gross error and it will cause larger distortion of the result. To overcome this problem, an adaptive robust Kalman filtering was proposed. It combines the advantages of adaptive Kalman filtering and robust Kalman filtering by using the adaptive factor and the robust factor. And the improved two segments Huber function was designed as the robust factor, the two to three times observation noise error was designed as the gross error determination standard respectively. Compared the result of Kalman filtering and adaptive robust Kalman filtering, the latter could effectively resist the influence of abnormal observation to the state estimation, and can improve the stability and availability of the filtering estimation significantly.

Key words: KF; gross error; ARKF; GNSS

Kalman 滤波(Kalman Filtering, KF)在 GPS 导航领域已得到了广泛的应用,只要给出正确的噪声特性, KF 将给出滤波状态的最优估计。事实上,动力学模型给出的先验信息不足以表征载体真实的运动状态。这样给出的 KF 估计值不再是最优估计值,甚至可能导致滤波发散^[1-2]。同时,随着导航卫星系统诸如 GLONASS、Galileo、我国北斗二代等的不断加入,粗差发生的几率必将不断增加。这些都是导致 KF 结果失真的原因,无法满足高精度 GNSS 导航的需要。针对 KF 存在的问题,很多学者对其做了一些改进,主要集中在以下

几方面:自适应滤波^[3-5](Adaptive Kalman Filtering, AKF)、抗差 Kalman 滤波^[6-9](Robust Kalman Filtering, RKF)^[10-12]、抗差自适应 Kalman 滤波^[13-14](Adaptive Robust Kalman Filtering, ARKF)。此外,为了获得正确的系统状态估计,许多学者还提出了以扩展 Kalman 滤波^[15]、无迹 Kalman 滤波^[16]、小子域滤波^[17]等为例的非线性滤波方法。现有的 ARKF 的文献中抗差和自适应因子较多采用三段函数,粗差判断标准也是根据经验值,这有可能导致观测噪声或状态噪声协方差阵奇异,得不到最优的滤波估值。因此,本文采用改

收稿日期:2016-04-20

基金项目:国家自然科学基金资助项目(41404004);安徽省自然科学基金资助项目(1408085QD72);安徽理工大学科研启动基金资助项目(11152)

作者简介:邹敏(1992-),女,安徽滁州人,硕士,从事 GNSS 数据处理的研究。

进的两段 Huber 函数来设计抗差因子,粗差判别标准采用 2~3 倍的观测噪声中误差,充分利用当前观测信息。对不同速度谱密度情况下的 Kalman 滤波和抗差自适应滤波进行比较,同时对加入粗差前后的 KF 和 ARKF 也进行比较。

1 Kalman 滤波

给定离散化的线性动力学系统方程和观测方程:

$$\begin{cases} x_{k+1} = \phi_{k,k-1} x_k + w_k \\ z_k = H_k x_k + v_k \end{cases} \quad (1)$$

式中, x_k 表示第 k 历元 $n \times 1$ 阶状态向量; $\phi_{k,k-1}$ 为 $n \times n$ 阶状态转移矩阵; w_k 为 $n \times 1$ 阶系统随机过程噪声向量; z_k 表示 $m \times 1$ 阶观测向量; H_k 是 $m \times n$ 阶设计矩阵; v_k 为 $m \times 1$ 阶随机观测噪声向量。

设 P_k 为残差向量的协方差矩阵, Q_k 和 R_k 分别为噪声向量 w_k 和 v_k 的协方差阵,则 Kalman 滤波的递归过程如图 1 所示。其中, + 表示滤波估计值; - 表示预测值。

2 抗差自适应 Kalman 滤波

2.1 抗差因子模型

抗差因子的确定基于等价权原理,即通过权函数构造抗差因子,对存在粗差的观测值进行降权处理,降低异常观测在参数估计中的份额。为了克服判别条件采用经验值的盲目性,充分利用当前观测信息,对 Huber 权函数的判别条件进行改进:

$$\lambda_k = \begin{cases} 1 & s_k \leq c \\ \frac{c}{s_k} & s_k > c \end{cases} \quad (2)$$

式中, c 取 $2\sigma \sim 3\sigma_0$ (σ_0 为观测噪声的中误差)。而

$$s_k = \frac{|v_k^-|}{\sqrt{r_k \sigma_v}} \quad (3)$$

式中, v_k^- 、 r_k 和 σ_v 分别为观测向量的预测残差、多余观测分量和量测标准差。多余观测分量 r 由卫星几何分布及观测向量的协方差阵确定:

$$r = \text{diag}(P_k^- W) \quad (4)$$

式中, P_k^- 为预测残差向量的协方差矩阵; W 为观测量的权矩阵; $\text{diag}(\cdot)$ 表示提取某矩阵的对角线元素。

2.2 自适应因子模型

自适应因子模型^[18]分为归零函数和非归零降函数。所谓归零函数,即当判别统计量大于某个极值时,自适应因子为零;而非归零降函数指的是,自适应因子随着判别统计量增大而下降,但不为零。为了防止自适应因子取零情况下预测状态协方差阵奇异,本文选取了类似于 Huber 函数的两段函数自适应因子:

$$a_k = \begin{cases} 1 & \Delta x_k \leq k \\ \frac{k}{\Delta x_k} & \Delta x_k > k \end{cases} \quad (5)$$

式中, k 为常数, $k = 1.0 \sim 2.5$; Δx_k 为状态不符值统计量。

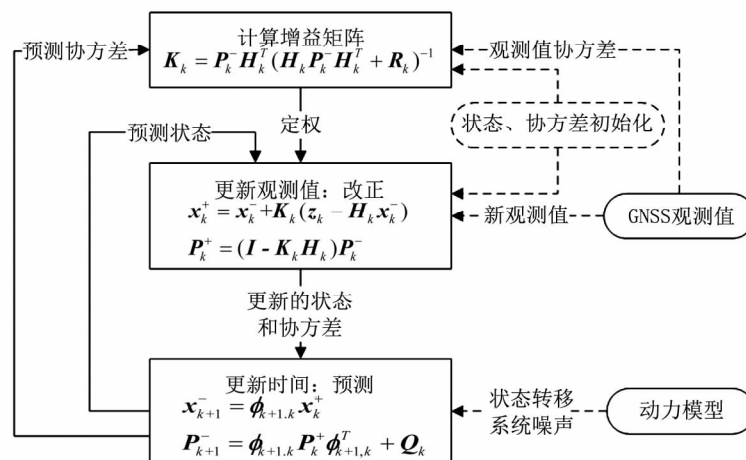


图1 Kalman滤波递归算法

Fig.1 Recursive algorithm of Kalman filtering

$$\Delta x_k = \frac{\|\tilde{x}_k - x_k^-\|}{\sqrt{\text{tr}(P_k^-)}} \quad (6)$$

式中, $\tilde{x}_k$ 为状态参数估值, 一般取最小二乘解; 若观测有异常, 则可采用单历元抗差解。

在完成上述自适应和抗差因子的构造过程后, 即可在其基础上构造抗差自适应 Kalman 滤波模型。递推解为:

$$x_k^+ = x_k^- - \bar{K}_k v_k^- \quad (7)$$

$$\bar{K}_k = \frac{1}{\alpha_k} P_k^- H_k^T \left(\frac{1}{\alpha_k} H_k P_k^- H_k^T + \frac{1}{\lambda_k} R_k \right)^{-1} \quad (8)$$

状态向量的验后协方差阵为:

$$P_k^+ = (I - \bar{K}_k H_k) \frac{1}{\alpha_k} P_k^- \quad (9)$$

3 实验分析

本文数据采集于 2009 年 12 月 6 日的中国矿业大学文昌校区。基准站和小车上分别设置一台 Leica GPS1200 接收机, 可用的观测数据有 C/A 码、P2 码伪距, L1、L2 载波相位以及多普勒观测值, 数据输出频率为 1 Hz。车载实验过程中, 可用的卫星包括 6 颗 GPS 卫星和 3 颗 GLONASS 卫星, 在可用 GPS 卫星数量少于 4 颗的情况下, 可以加入 GLONASS 卫星以增强系统的可靠性。将高精度的载波相位双差解作为真值, 而用双差伪距进行滤波解算, 解算出的结果与真值进行比较。取 500 历元的运动轨迹作为测试数据(图 2), 建立常速度动力学模型:

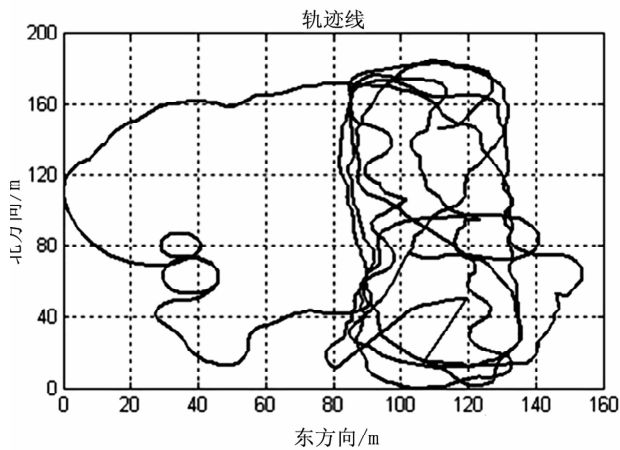


图2 小车运行轨迹

Fig.2 Trajectory of Vehicle

$$\begin{bmatrix} r_k \\ v_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & \Delta t I \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{k-1} \\ v_{k-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ w_k \end{bmatrix} \quad (10)$$

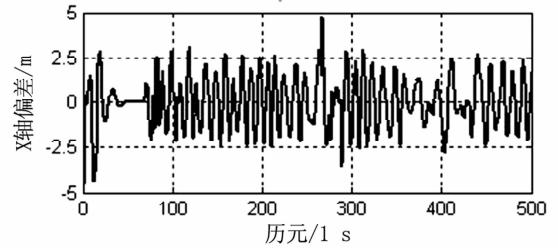
观测方程为:

$$z_k = \begin{bmatrix} I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_k \\ v_k \end{bmatrix} + \varepsilon_k \quad (11)$$

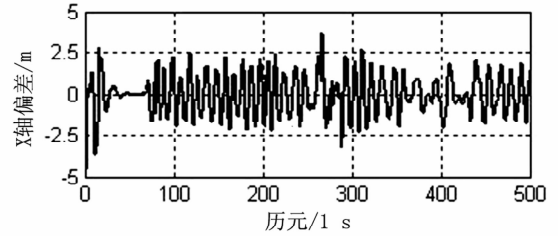
式中, r_k 为 X、Y、Z 三个方向的坐标; v_k 为三个方向的速度; I 为 3×3 阶单位矩阵; Δt 为采样时间间隔, 本文取为 1 s。

系统状态协方差阵采用如下模型^[19]:

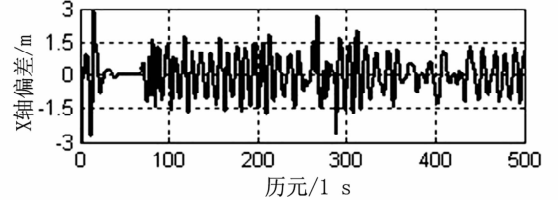
$$Q_k = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} Q' \Delta t^3 & \frac{1}{2} Q' \Delta t^2 \\ \frac{1}{2} Q' \Delta t^2 & Q' \Delta t \end{bmatrix} \quad (12)$$



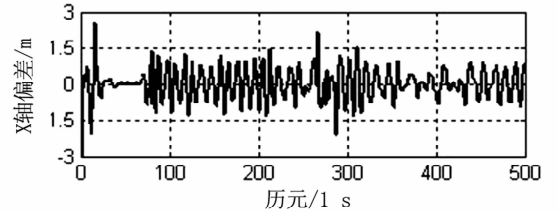
(a) $Q' = 0.01 \text{ m}^2/\text{s}^2$



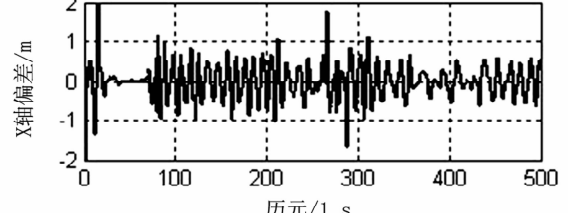
(b) $Q' = 0.02 \text{ m}^2/\text{s}^2$



(c) $Q' = 0.05 \text{ m}^2/\text{s}^2$



(d) $Q' = 0.1 \text{ m}^2/\text{s}^2$



(e) $Q' = 0.2 \text{ m}^2/\text{s}^2$

图3 Kalman滤波结果

Fig.3 Solution of Kalman filtering

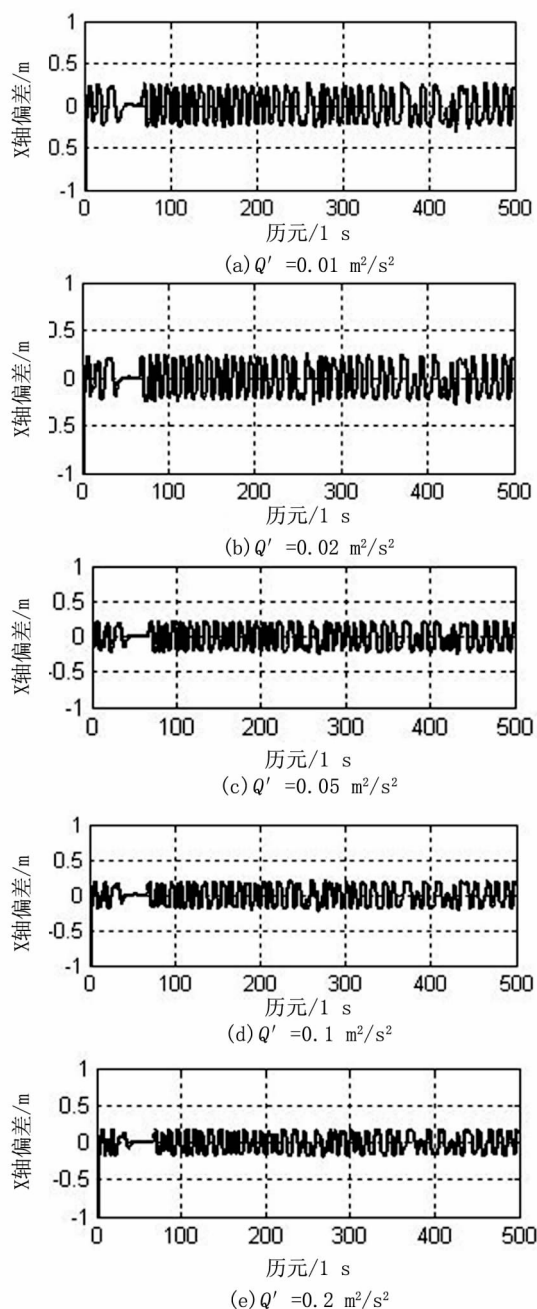


图4 抗差自适应Kalman滤波结果
Fig.4 Solution of adaptively robust Kalman filtering

式中, Q' 为速度的谱密度。

将位置的初始方差固定为 0.2 m^2 , 分别选取不同的速度谱密度 0.01 、 0.02 、 0.05 、 0.1 和 $0.2 \text{ m}^2/\text{s}^2$, 比较 Kalman 滤波和抗差自适应滤波的滤波效果, 如图 3、4 所示; 给 GPS 的 17 号卫星的 100、200 和 300 历元的 C/A 码观测值分别人为加入 20、40 和 60 m 的粗差, 检验 Kalman 滤波和抗差自适应滤波的滤波效果, 如图 5、6 所示。由于 Y 轴和 Z 轴的滤波结果与 X 轴的类似, 因此讨论不

同滤波结果在 X 轴方向上的变化即可说明问题。

从图 3 可以看出, 随着速度谱密度的不断增大, KF 的效果越来越好, 这说明只要给出较正确的系统状态噪声, KF 可以给出较高的滤波估值精度, 由于初值赋值的盲目性, 这种滤波估值精度很难保证。在未能正确给出系统状态噪声 (如 $Q' = 0.01 \text{ m}^2/\text{s}^2$) 的情况下, 曲线变化比较剧烈, 滤波残差大部分都超过了 2 m, 有的甚至达到了 5 m, 这已经不能满足高精度实时 GNSS 导航的需要。

从图 4 可以看出, 随着速度谱密度的不断增大, ARKF 的效果比较稳定, 残差曲线变化也越来越和缓, 但总体变化不大, 这说明 ARKF 已经不那么依赖系统状态噪声初值的精度, 真正做到了自适应, 同时也有效抵制了系统模型误差对滤波结果的不良影响。同时, 滤波残差都在 0.5 m 以内, 可以满足高精度 GNSS 导航的需要。

由图 5 可知, 当观测值含有粗差时, KF 结果在 100、200、300 历元严重失真, 已无法进行正常的导航。粗差越大, 滤波结果越远离真实值。且由于模型误差的存在, KF 的效果并不好, 残差曲线波动范围较大, 说明滤波器并不处于稳定状态。

相较于图 5 而言, 在加粗差前后, 图 6 的残差曲线波动范围较小, 残差都在 0.5 m 以内, 有效地抑制了粗差观测值对状态估值的影响, 说明该滤波器具有较好的稳定性和良好的适应性, 能满足高精度实时 GNSS 导航的需要。同时, ARKF 有效抑制了系统模型误差对滤波结果的影响, 提高了滤波的精度。

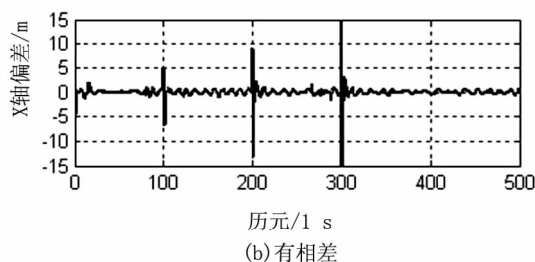
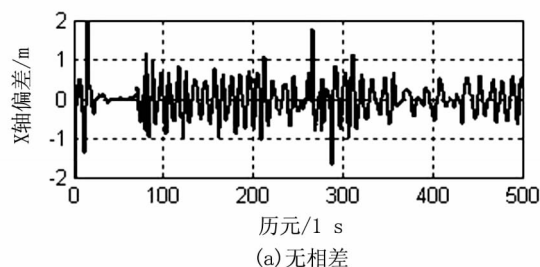


图5 Kalman滤波结果
Fig.5 Solution of Kalman filtering

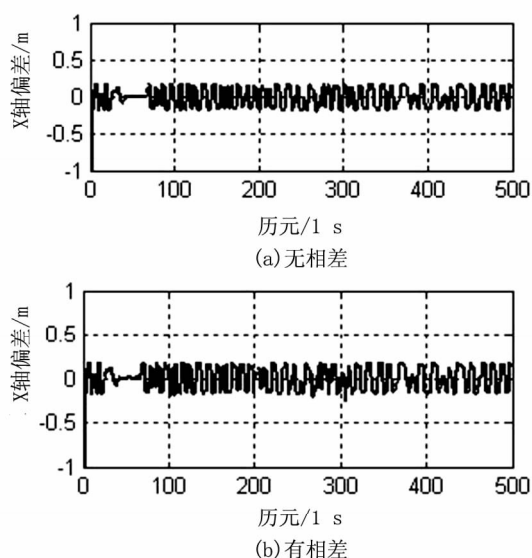


图6 抗差自适应Kalman滤波结果

Fig.6 Solution of adaptively robust Kalman filtering

4 结论

与经典的 Kalman 滤波结果进行实例对比分析,验证了本文推导的抗差自适应 Kalman 滤波及其算法的有效性与优越性。抗差自适应 Kalman 滤波可以有效地抑制系统模型误差,以及观测粗差对状态估值的影响,降低不良观测影响,提高滤波精度。

参考文献:

- [1] 李增科,王 坚,高井祥,等. 利用 SVM 的 GPS/INS 组合导航滤波发散抑制方法研究[J]. 武汉大学学报:信息科学版,2013,38(10):1216-1220.
- [2] 李 冲,黄观文,谭 理,等. 抗差自适应卡尔曼滤波在 GPS 精密单点定位中的应用[J]. 测绘科学,2011,36(4):22-23.
- [3] MOHAMED A H, SCHWARZ K P. Adaptive Kalman filtering for INS/GPS[J]. Journal of geodesy, 1999, 73(4): 193-203.
- [4] GE Linlin, CHEN Hongyue, HAN Shaowei, et al. Adaptive filtering of continuous GPS results[J]. Journal of Geodesy, 2000, 74(7-8): 572-580.
- [5] YANG Yuanxi, GAO Weiguang. An optimal adaptive Kalman filter[J]. Journal of Geodesy, 2006, 80(4): 177-183.
- [6] 余学祥,吕伟才. GPS 监测网动态数据处理抗差 Kalman 滤波模型[J]. 中国矿业大学学报,2000,29(6): 553-557.
- [7] 许长辉,高井祥,胡 洪,等. 精密单点定位的抗差卡尔曼滤波研究[J]. 中国矿业大学学报,2012,41(5): 857-862.
- [8] 苗岳旺,周 巍,田 亮,等. 基于新息 χ^2 检测的扩展抗差卡尔曼滤波及其应用[J]. 武汉大学学报:信息科学版, 2016, 41(2): 1-5.
- [9] 聂建亮,张双成,徐永胜,等. 基于抗差 Kalman 滤波的精密单点定位[J]. 地球科学与环境学报,2010,32(2): 218-220.
- [10] HUBER P J. Robust statistics[M]. New York: John Wiley, 1981.
- [11] HAMPEL F R, RONCHETTI E M, ROUSSEEUW P J, et al. Robust statistics[M]. New York: John Wiley, 1986.
- [12] 杨元喜. 抗差估计理论及其应用[M]. 北京:八一出版社,1993.
- [13] YANG Yuanxi, HE Haibo, XU Guochang. Adaptively robust filtering for kinematic geodetic positioning[J]. Journal of Geodesy, 2001, 75(2-3): 109-116.
- [14] 吴富梅,杨元喜. 一种两步自适应抗差 Kalman 滤波在 GPS/INS 组合导航中的应用[J]. 测绘学报,2010,39(5): 522-527.
- [15] 谢先明. 一种基于扩展卡尔曼滤波的多基线相位噪声抑制及展开方法[J]. 测绘科学,2015,40(2): 43-47.
- [16] 王 仁,赵长胜,夏志浩,等. 无迹卡尔曼滤波衰减记忆算法研究[J]. 测绘通报,2015(12): 20-22.
- [17] 蔡 钟,倪小东. 重力异常处理中小子域滤波法的改进[J]. 河北工程大学学报:自然科学版,2015,32(4): 47-51.
- [18] 杨元喜,任 夏,许 艳. 自适应抗差滤波理论及应用的主要进展[J]. 导航定位学报,2013,1(1): 9-15.
- [19] SCHWARZ K P, CANNON M E, WONG R V C. A comparison of GPS kinematic models for the determination of position and velocity along a trajectory[J]. Manuscripta Geodetica, 1989, 14(6): 345-353.

(责任编辑 王利君)