文章编号：1673-9469（2017）02-0022-04 doi:10.3969/j.issn.1673-9469.2017.02.005

扩展的朗格缪尔模型在沉降预测中的应用研究

孔 洋[1]，阮怀宁[1]，黄雪峰[2]
（1. 河海大学 岩土工程科学研究所，江苏 南京 210098；2. 兰州理工大学 土木工程学院，甘肃 兰州 730050）

摘要：依据三个不同行业工程的现场实测数据，利用常用的几类沉降预测模型与最近几年学者提出沉降预测新方法，提出在沉降预测中适用性较强的扩展的朗格缪尔模型。经对比分析验证，该模型具有精度高、可靠性高、适用性强的特点，可以推广使用。

关键词：沉降预测；扩展的朗格缪尔模型；新模型；高填方工程；沉降量与时间关系
中图分类号：TU47 **文献标识码**：A

Study on application of the Extended Langmuir Model on construction settlement prediction

KONG Yang[1], RUAN Huaining[1], HUANG Xuefeng[2]
(1. Institute of Geotechnical Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China; 2. School of Civil Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China)

Abstract: Based on the field measured data from three projects in different industries, by the use of several types of commonly used settlement prediction model and the new prediction method proposed in recent years, this paper proposes the Extended Langmuir Model of settlement prediction with a widely applicability. Through the comparative analysis and validation, the model has the advantages of higher accuracy, reliability and applicability, so that, it can be widely used.

Key words: settlement prediction; the Extended Langmuir Model; new model; high-filled project; the relationship between settlement and time

沉降预测是工程项目设计、施工与使用阶段的重要研究内容，沉降预测方法主要包含两个方面，第一类是基于土的固结理论，利用室内试验得出的数据并结合各种土的本构模型，进行沉降量预测。但室内试验的预测方法并不可靠，仅可以作为设计、施工的参考。第二类是基于现场的初期实测数据，利用沉降预测模型对总沉降以及工后沉降进行预测。王丽琴等[1-2]由幂函数分析提出了适用于黄土路基工后沉降预测的似固结模型；赵明华等[3]基于成长曲线，提出表示沉降-时间关系的Usher模型，Usher模型具有较高的适用型；陈远洪等[4]根据泰勒公式提出幂多项式模型，适用于软土路堤的工后沉降预测，低阶数值就可以获得较高的精度；陈善雄等[5]把三点法的理论引入指数曲线模型提出了三点修正的指数模型，适用于预测沉降量数值较小、沉降数据起伏波动比较大的情况。沉降预测模型还包含三参数沉降预估模型、六参数沉降预估模型、灰色理论、神经网络法等[6-14]，但这些模型在不同工程中的适用性不尽相同，故沉降预测模型研究尚未形成统一的理论体系。本文依据三项工程的现场实测数据，利用工程上常用的几类沉降预测模型与最近几年学者提出的新办法，提出在沉降预测中适用性较强的扩展的朗格缪尔模型，通过其分析在实际工程中的应用效果，确定该模型的合理性。

1 扩展的朗格缪尔模型的建立

1.1 理论基础

根据土力学理论，典型的沉降-时间曲线表现为沉降量瞬时线性增加，初期逐渐增加，中期加速增加，后期缓慢增加到某一极限值，现场实测的沉降-时间曲线也表现出高度的非线性的递增关系。

收稿日期：2017-03-17
基金项目：中央高校基本科研业务费专项资金资助项目（2016B43414）
作者简介：孔洋(1989-)，男，山东宁阳人，博士，主要从事特殊土工程性状与柱状节理岩体水力特性方面的研究工作。

高路堤，高填深沟谷、边坡等项目的出现，凸显了高填方工程中工后沉降预测的重要性。工后沉降预测模型的建立，基本都是以公式（1）为基础，公式（1）的表示形式如下所示[1-2]。

$$S_t = S_i + f(t)(S_\infty - S_i) \quad (1)$$

其中：S_t 为所求任意时刻的沉降量；S_i 为瞬时沉降量；S_∞ 为最终沉降量；$f(t)$ 为待定的时间函数。

工后沉降预测是假设瞬时沉降量为 0，可得：

$$S_t = f(t)\, S_\infty \quad (2)$$

由公式（2）及大量实测时间 - 沉降曲线的特征可以看出，沉降预测模型建立的实质是构造一个值域为 [0，1] 且单调递增的凸函数 $f(t)$。

1.2 提出新模型

美国人朗格缪尔在 1916 年推导出朗格缪尔等温吸附式：$q=bp/(1+bp)$，引入参数 c，可得

$$f(t) = \frac{bt^{1-c}}{1+bt^{1-c}} \quad (3)$$

通过计算一阶、二阶导数可以看出当 $b>0$ 时，是值域为 [0，1] 且单调递增的凸函数。则沉降量与时间关系的表达式为

$$S_t = \frac{abt^{1-c}}{1+bt^{1-c}} \quad (4)$$

其中：a 为最终沉降量 S_∞，$b>0$，$c<0$。公式（4）即为扩展的朗格缪尔模型。

1.3 新模型特点

通过对模型的简单分析可以看出该模型通过原点，曲线单调递增（$S_t' > 0$），有界（$t \to 0$，$S_t \to a$），改变参数时具有良好的适用性。

1.4 新模型求解

最小二乘法是一种常用的数学优化办法，在非线性曲线的拟合中应用广泛，本文求解待定的 a、b、c 即是采用此类办法。

由最小二乘法拟合的定义：在函数 $S(t)$ 的最优平方逼近中，如果函数仅在定义域内的某个离散的集合 $\{t_i, i=0, 1, 2, \cdots, n\}$ 上给定，即是数据 (t_i, S_i) 在集合 $\{t_i, i=0, 1, 2, \cdots, n\}$ 上的曲线拟合。最小二乘法拟合的原则是使总残差平方和的值为最小，假定拟合函数为 $S^*(t)$，则拟合残差 e_i 为 $e_i=S(t_i)-S^*(t_i)$，其中 $i=0, 1, 2, \cdots, n$，同时 $e=(e_0, e_1, \cdots, e_n)^T$，假设 $\phi_0(t)$，$\phi_1(t)$，$\cdots$，$\phi_n(t)$ 是函数定义域上线性无关的函数，在 $\phi=span\{\phi_0(t), \phi_1(t), \cdots, \phi_n(t)\}$ 上构造拟合函数 $S^*(t)$，使总残差的平方和最小，残差平方和的表示形式：

$$\|e\|_2^2 = \sum_{i=0}^{n} e_i^2 = \sum_{i=0}^{n} [S(t_i) - S^*(t_i)]^2 = \min_{S(t)\in\phi} \sum_{i=0}^{n} [S(t_i) - S^*(t_i)]^2 \quad (5)$$

一般最小二乘法拟合中都会考虑定义域上的加权函数 $\omega(t_i)$，构成残差的加权平方和，加权函数是表示不同点数据的比重差异，然后将残差的加权平方和转化为求多元函数极小值点 $(a_0^*, a_1^*, \cdots, a_n^*)$ 的问题，多元函数的表达形式：

$$I(a_0, a_1, \cdots, a_n) = \sum_{i=0}^{n} \omega(t_i)[S(t_i) - \sum_{j=0}^{n} a_j \phi_j(t_i)]^2 \quad (6)$$

多元函数求极值的必要条件是一阶导数为零，

$$\frac{\partial I}{\partial a_k} = 2\sum_{i=0}^{m} \omega(t_i)[\sum_{j=0}^{n} a_j \phi_j(t_i) - f(t_i)]\phi_k(t_i) = 0 \quad k = 0, 1, 2, 3 \cdots n \quad (7)$$

假定拟合曲线中数据 (t_i, S_i) 的残差平方和为 I，分别求得 I 对 a、b、c 的偏导数并令其分别等于 0，则可以得到关于 a、b、c 的三元非线性方程组，求解此方程组即可。

Matlab 软件具有强大的处理功能，通过建模，并使用求和命令、求偏导数命令、化简函数命令、用迭代的方法求解三元非线性方程组的命令等，即可求解 a、b、c。Origin 软件使用基于 LMA 算法的非线性的最小二乘法拟合，只要在公式命令中输入拟合模型，在大量实测数据的基础上可以自动给出最佳的拟合数值。

2 工程实例

2.1 公路软土路基

某公路路基主要是软土路基，设计、施工中为了减少路基的沉降量采用了等载预压的方式，从 2002 年 8 月 19 号至 2002 年 12 月 14 号为止的 80 天内，对 NH 标 k95+520 断面进行了沉降观测，路堤分八层填土，累计高度为 5.70 m[3]，依据本次监测数据，本文对比分析了赵明华等[3]提出的 Usher 模型以及 Logistic、Gompertz 模型，并采用扩展的朗格缪尔模型得到沉降 - 时间关系曲线如图 1 所示。

由图 1 可以看出：扩展的朗格缪尔方程，最大相对误差值仅为 5.20%，且相对误差的绝对值＞

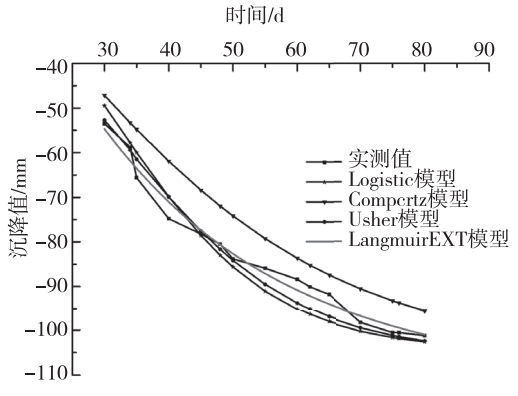

图 1 实测曲线与各模型预测曲线示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the measured data curve and the predicted data curve of each model

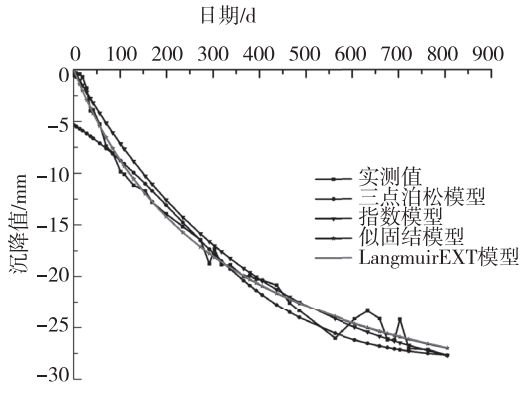

图 2 实测曲线与各模型预测曲线示意图

Fig. 2 Schematic diagram of the measured data curve and the predicted data curve of each model

5.00% 的仅有两个点，其他均在 2.72% 以下，预测精度明显高于其他模型，并且残差平方和也明显小于其他模型，因此不论在预测的相对误差或在残差平方和方面，其拟合效果都好于 Logistic 模型、Gompertz 模型与 Usher 模型。

从实测曲线的走势来看，扩展的朗格缪尔方程也可以很好的反映实际曲线的发展情况，对于某一特定时间的沉降量或者最终沉降量预测都具有较高的精度。

基于以上几点优势，本文认为扩展的朗格缪尔方程在公路软土路基的沉降预测方面具有良好的适用性。

2.2 铁路黄土路基

某铁路处于湿陷性黄土地区，设计、施工中为了减少路基的沉降量采用了灰土挤密桩法进行加固，从 2004 年 8 月 18 号至 2006 年 11 月 1 号为止的 805 天内，对 DK101+070 断面进行了沉降观测 [1,2]，依据本次监测数据，本文对比分析了王丽琴等 [1,2] 提出的似固结模型与常用经典模型，并采用扩展的朗格缪尔模型得到沉降 - 时间关系曲线如图 2 所示。

从图 2 可以看出：泊松模型预测结果与实际值相差较大，且残差平方和为所用模型中最大的；指数法模型预测结果的残差平方和比泊松模型小很多，说明指数法相对较优，但是从图 1 中发现指数预测曲线在观测期约为 500 d 之前的预测结果与实测沉降有较大偏差，不是最优的拟合模型。

似固结模型预测的沉降结果残差平方和小，预测曲线与实测曲线的拟合程度非常接近，预测精度高于前述模型，说明可以应用在铁路路基沉降预测。

扩展的朗格缪尔方程的预测曲线与似固结模型的预测曲线几乎是重合的，同时残差平方和与相对误差值相对较低，说明扩展的朗格缪尔模型有不低于似固结模型的预测精度。

基于以上几点优势，本文认为扩展的朗格缪尔方程在铁路黄土路基的沉降预测方面具有良好的适用性。

2.3 宽谷机场高填方

某黄土机场高填方场地地貌复杂，人工填土主要是粉质粘土、砂和卵砾，冲洪积粉质粘土与含粉质粘土层主要分布在谷底，同时周围有风成型黄土分布，从 2002 年 10 月中旬到 2003 年分 3 月进行了为期 5 个月的沉降观测 [6]。依据本次监测数据，本文对比分析了常用经典模型与扩展的朗格缪尔模型，得到沉降 - 时间关系曲线如图 3 所示。

由图 3 可以看出：各模型的拟合数据与实测数据差值都不大，基本上可以反映实测曲线的实际发展情况。对比各模型最大相对误差值与残差平方和发现，扩展的朗格缪尔模型是其中精度最高的，在

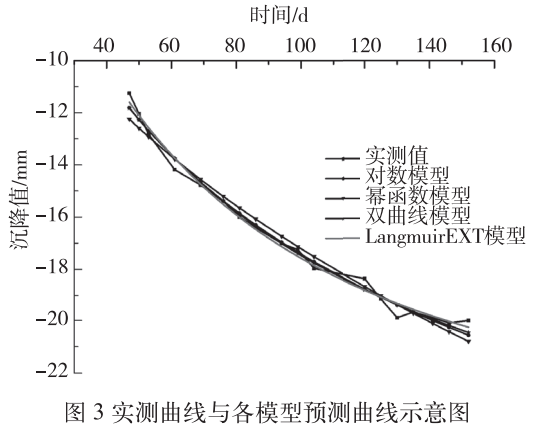

图 3 实测曲线与各模型预测曲线示意图

Fig. 3 Schematic diagram of the measured data curve and the predicted data curve of each model

观测前期与末期，此类模型的拟合效果都是最佳的。

沉降模型的选择要根据填料的变形特性选择，对于砂砾石要根据压缩流变曲线选择合适的模型。

基于以上分析，本文认为扩展的朗格缪尔方程在沟谷型高填方地基的沉降预测方面具有良好的适用性。

3 结语

1）在本文对比分析的 10 种预测模型中，扩展的朗格缪尔模型是精度最高，稳定性最好，适用性最强的预测模型。

2）扩展的朗格缪尔模型可以应用在公路软土路基、铁路黄土路基、宽谷型机场高填方等建设项目的总沉降量、沉降与时间的关系等方面作出预测，具有很强适用性，可以推广使用。

参考文献：

[1]王丽琴，靳宝成，杨有海 . 黄土路堤工后沉降预测新模型与新方法 [J]. 岩石力学与工程学报，2007，26(11)：2370–2376.

[2]王丽琴，靳宝成，杨有海，等 . 黄土路基工后沉降预测模型对比分析 [J]. 铁道学报，2008，30(1)：43–47.

[3]赵明华，龙 照，邹新军 . 路基沉降预测的 Usher 模型应用研究 [J]. 岩土力学，2008，29(11)：2973–2982.

[4]陈远洪，陈 占，周 萍 . 软土路堤工后沉降的幂多项式预测与分析 [J]. 土木工程学报，2009，42(5)：112–116.

[5]陈善雄，王星运，许锡昌，等 . 路基沉降预测的三点修正指数曲线法 [J]. 岩土力学，2011，32(11)：3355–3360.

[6]刘 宏，李攀峰，张倬元 . 九寨黄土机场高填方地基工后沉降预测 [J]. 岩土工程学报，2005，27(1)：90–93.

[7]吕秀杰 . 软土地基工后沉降预测模型的研究 [J]. 岩土力学，2009，30(7)：2091–2095.

[8]朱才辉，李 明，刘明振，等 . 吕梁机场黄土高填方地基工后沉降时空规律分析 [J]. 岩土工程学报，2013，35(2)：293–301.

[9]王 伟，孙斌祥，卢廷浩 . 公路路堤软土地基工后沉降的三参数预估模型 [J]. 中国公路学报，2008，21(2)：12–15.

[10]汪 洋，余湘娟，姜 健等 . 软基沉降预测模型的比较分析与应用 [J]. 水利与建筑工程学报，2012，10(4)：127-130.

[11]伊西凯，姜丞，王俊杰等 . 基于 LIB-SVM 的公路软基沉降的预测研究 [J]. 水利与建筑工程学报，2013(6)：176-179.

[12]张庆伟，肖建清 .GM（1，1）与 Verhulst 模型在地基沉降预测中的适用性比较 [J]. 沈阳工业大学学报，2014(6)：716-720.

[13]陈舒阳，徐林荣，曹禄来，等 . 基于动态神经网络法考虑区域沉降的高速铁路沉降预测 [J]. 铁道学报，2015，37(5)：83-87.

[14]郭树荣，丛旭辉 . 基于灰色组合模型的基坑周边建筑物沉降预测 [J]. 建筑科学，2016，32(3)：89-93.

（责任编辑 王利君）