

文章编号: 1673-9469 (2019) 01-0022-04

doi:10.3969/j.issn.1673-9469.2019.01.005

基于 M-P 水平条分法的加筋土坡稳定性计算方法

胡昭¹, 孙树林^{1,2}, 陶伟¹, 宗岩¹, 张岩¹

(1. 河海大学地球科学与工程学院, 江苏南京 211100; 2. 河海大学水文水资源与水利工程科学国家重点实验室, 江苏南京 210098)

摘要: 土坡水平加筋是一种使用广泛的加筋方式, 但常用的垂直条分法无法有效地分析水平筋材的效果。研究采用 Morgenstern-Price 水平条分法分析新型加筋土坡的稳定性, 根据条块力与力矩平衡, 分别推导出安全系数 F_s 和比例系数 λ 的表达式, 迭代得到计算结果。通过与水平条分简布法和水平瑞典法的算例对比分析, 证明方法具有可行性, 为边坡工程加筋技术提供理论参考。

关键词: M-P 法; 加筋土坡; 安全系数; 稳定性

中图分类号: TG333.17

文献标识码: A

The Stability Calculation Method of Reinforced Soil Slope Based on M-P Horizontal Section Method

HU Zhao¹, SUN Shulin¹, TAO Wei¹, ZONG Yan¹, ZHANG Yan¹

(1. School of Earth Science and Engineering, Hohai University, Jiangsu Nanjing, 211100, China; State Key Laboratory of Hydrology Water Resources and Hydraulic Engineering, Hohai University, Jiangsu Nanjing, 210098, China)

Abstract: Horizontal reinforcement of the slopes is one of the most widely used reinforcement methods. In this paper, the stability of the new-type reinforced soil slope is analyzed by morgenstern-price horizontal bar division method, and the expressions of safety coefficient F_s and proportionality coefficient divisor are derived respectively according to the balance of bar force and moment, and the calculation results are obtained by iteration. Through the comparison and analysis of the numerical examples of horizontal slitting and horizontal Sweden method, the feasibility of this method is proved, which provides theoretical reference for reinforcement technology of slope engineering.

Key words: M-P method; reinforced slope; safety factor; stability

土体水平加筋是边坡防护治理中的一门传统防护方式, 在边坡、挡土墙上都有广泛应用^[1]。已有学者研究表明筋材通过与土体的咬合作用为土体提供水平力, 从而提高边坡的稳定性与承载能力^[2-4], 但在分析方法上存在不足之处。本文采用 Morgenstern-Price 水平条分对新型加筋土坡进行分析计算, 建立水平条分和垂直条分中间力的关系, 根据水平土条力与力矩平衡导出安全系数 F_s 和比例系数 λ 的公式。通过力平衡曲线方法^[5-6]简化计算, 通过算例分析与其他分析方法进行对比, 验证本文分析计算方法具有可行性。

1 水平条分条间力假设

为避免使用垂直条分假设条件给计算安全系数结果带来偏差, 本文通过分析水平土条和垂直土条条间力的关系, 找出水平条分法的假设, 进而建立平衡方程。图 1 为边坡的剖面图, $abcf$ 为第 i 个水平土条, $bctfe$ 为第 i 个竖直土条, 其中 E_{i-1} 和 E_i 为第 i 个水平土条的法向条间力, X_{i-1} 和 X_i 为第 i 个水平土条的切向条间力, P_{i-1} 和 P_i 为第 i 个垂直土条的法向切向力, H_{i-1} 和 H_i 为第 i 个垂直土条的切向条间力, T_i 和 N_i 分别为第 i 个水平土条滑动面上的

收稿日期: 2018-12-02

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (50175095); 陕西省自然科学基金资助项目 (2017JM5110)

作者简介: 胡昭 (1995-), 男, 河南舞钢人, 硕士研究生, 主要从事地质工程方面的研究。

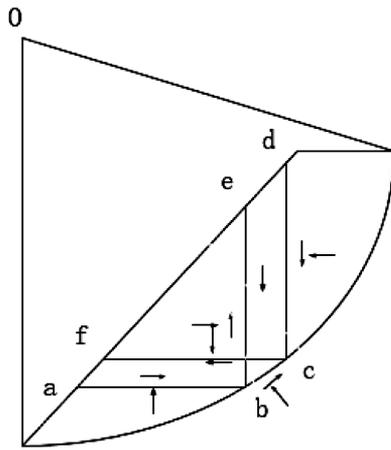


图 1 边坡剖面图
Fig.1 Profile of slope

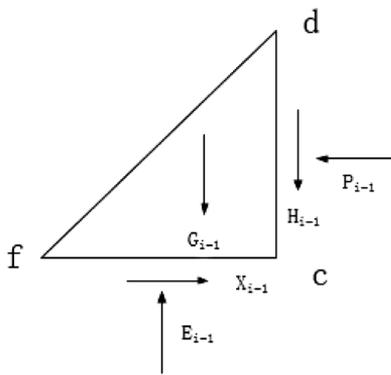


图 2 受力关系图
Fig.2 Stress diagram

切向力和法向力。

将如图 2 所示的三角形土体 cdf 隔离开来进行分析，其中 G_{i-1} 为三角形土体的重力，由土块受力平衡，可到土块的水平受力方程和竖直受力方程，即

$$X_{i-1} = P_{i-1} \quad (1)$$

$$E_{i-1} = G_{i-1} + H_{i-1} \quad (2)$$

推求 M-P 法的水平条间力假设条件，得到垂直 M-P 法假设条件

$$H_{i-1} = \lambda_1 f p_{i-1} \quad (3)$$

式中 f_i 为 M-P 法中某一已知函数， f_i 取得函数不同，对安全系数结果有一定程度的影响，但相较于传统的极限平衡法具有严谨的力学理论基础，本文为简化公式算法，主要探讨 $f=1$ 的情况 (Spencer 法)。

根据方程 (2) 和 (3)，设 $\lambda_1 \lambda = 1$ (λ 不为 0) 得到

$$E_{i-1} = G_{i-1} + H_{i-1} = G_{i-1} + \lambda_1 P_{i-1} \quad (4)$$

由方程 (4) 变形可得

$$P_{i-1} = \lambda (E_{i-1} - G_{i-1}) \quad (5)$$

结合方程 (1)、(4) 和 (5)，得到

$$X_{i-1} = \lambda (E_{i-1} - G_{i-1}) \quad (6)$$

2 加筋方式

在水平筋材上增加新的肋体筋材，这样的新型筋材除了具有传统筋材的功能，还可以通过肋体的侧向抵抗限制土体的变形，加强钢筋的锚固作用。文献 [4] 已经研究过垂直肋体即竖筋对土体的影响情况，探讨了竖筋间距和高度对筋材效果的影响，但研究没有探讨肋体的角度对筋材的效果影响，本文将在此基础上分析肋体角度对筋材效果的影响。

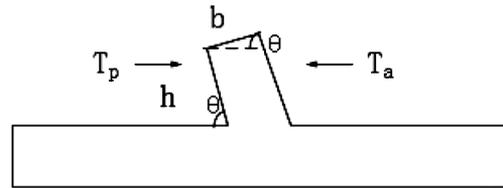


图 3 肋体结构受力图
Fig.3 Ribbed structure strain diagram

图 3 为带肋钢筋单元体的局部受力图，设 F_1 为带肋钢筋上的主筋上的复合抗拉力，在肋体的两侧分别存在土体的主动土压力 T_a 和被动土压力 T_p ，由于肋体结构相较于筋材主体和土坡一般较小，故可忽略肋体上剪应力对坡体影响，只考虑肋体两侧土压力的作用效果。

在假定肋体两侧受到土压力同时达到稳定的极限状态时，肋体两侧的主动、被动土压力之差可作为肋体对土坡的作用力 F_2 ，即有 $F_2 = T_p - T_a$ ，根据张石磊 [6] 的研究假定肋体的形状在筋材超载轻微时可按矩形计算，则 F_2 的计算公式为

$$T_p = (\gamma H K_p + 2c \sqrt{K_p}) b h \sin \theta \quad (7)$$

$$T_a = (\gamma H K_a - 2c \sqrt{K_a}) b (h \sin \theta + d \cos \theta) \quad (8)$$

$$F_2 = T_p - T_a = [\gamma H (K_p - K_a) + 2c (\sqrt{K_p} + \sqrt{K_a})] b h \sin \theta - (\gamma H K_a - 2c \sqrt{K_a}) b d \cos \theta \quad (9)$$

式中： γ 为土坡的土体重度； H 为肋体上层覆土的厚度； K_p 和 K_a 分别为土体的被动和主动土压力系数， $K_p = \tan^2(45^\circ + \phi/2)$ ， $K_a = \tan^2(45^\circ - \phi/2)$ ； ϕ 为土体内摩擦角； c 为土体粘聚力； b 为肋体的宽度； d 为肋体的长度； h 为肋体的被动土压力侧高度； θ 为肋体和水平筋材在被动土压力侧的夹角。

分析式 (9)，在土体参数和筋材材料参数确定的情况下，肋体对土坡的作用力 F_2 即为关于 θ 的函数，式 (9) 可改写为

$$F_2 = T_p - T_a = A \sin \theta - B \cos \theta \quad (10)$$

式中 A、B 是关于土体参数和筋材材料参数的常数

且 $A > B > 0$, 通过 (10) 可知当 $\theta = 90^\circ$ 时, F_2 即为竖肋提供的作用力, θ 的取值在 $0 \sim 90^\circ$ 之间时, $\sin\theta$ 和 $\cos\theta$ 同时大于 0, 且 $\sin\theta$ 递增且 $\cos\theta$ 递减, 故 F_2 是关于 θ 的在 $0 \sim 90^\circ$ 之间的增函数, 竖肋情况可提供最大的作用力, 但 θ 越大, 肋体相对于水平主筋的力矩越大, 筋材破坏的可能性增大, 适当的减小 θ 并合理增加肋体密度或高度, 可以在加强筋材稳定的条件下, 不改变 F_2 的大小, 但肋体设置太过密集产生的叠加效应易使肋体遭到破坏; 当 θ 取值在 $90^\circ \sim 180^\circ$ 之间时, 理论 F_2 进一步增大, 但肋体倾向与复合抗拉力 F_1 的方向一致, 筋材易遭到破坏, 故不予考虑。实际筋材设计情况应综合考虑现场试验以及安全经济原则确定。

由于筋材中并不是每个肋体都能达到极限状态, 所以计算时对肋体提供的作用力 F_2 应该进行折减, 取折减系数为 ξ , 故筋材对土坡提供的合力为

$$F = F_1 + \xi F_2 = \xi(T_p - T_a) \quad (11)$$

3 安全系数公式的推导

为避免筋材分布不均带来的计算困难, 假定在每个水平土条的中部设置钢筋, 且筋材穿过整个土条。设坡体滑面为圆弧状, 滑动中心为 O 点, 且滑面通过坡脚。图 4 为第 i 个水平土条的受力示意图, 图中 α_i 第 i 个土条滑面中心与 O 点的连线和过 O 点铅垂线的夹角; T_i 为第 i 个土条在滑面上受到的切向力; N_i 为第 i 个土条在滑面上受到的法向力; f_i 为第 i 个土条中筋材提供的合力, $f_i = F_1 + F_2$; W_i 为第 i 个土条的重量, $W_i = \gamma S_i$, 式中 γ 为土坡填土容重, S_i 为第 i 个土条的面积。

对第 i 个土条建立对滑动底面法向、切向的受

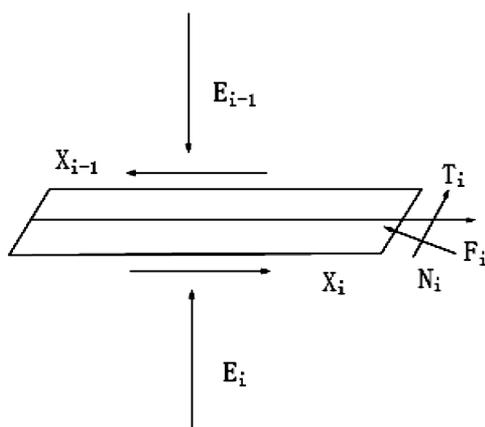


图 4 水平土条受力分析图

Fig.4 Horizontal soil stress analysis diagram

力平衡以及对滑动底面中心点的力矩平衡方程式^[8], 得到方程 (12)-(14)

$$N_i = (W_i + E_{i-1} - E_i)\cos\alpha_i - \lambda(E_{i-1} - E_i)\sin\alpha_i + \lambda(G_{i-1} - G_i)\sin\alpha_i + F_i\sin\alpha_i \quad (12)$$

$$T_i = (W_i + E_{i-1} - E_i)\sin\alpha_i + \lambda(E_{i-1} - E_i)\cos\alpha_i - \lambda(G_{i-1} - G_i)\cos\alpha_i - F_i\sin\alpha_i \quad (13)$$

$$E_i\left(Z_i + \frac{h_i}{2}\cot\alpha_i\right) = E_{i-1}\left(Z_{i-1} - \frac{h_i}{2}\cot\alpha_i\right) + (X_i + X_{i-1})\frac{h_i}{2} + W_i\frac{l_i}{2} \quad (14)$$

式中 Z_i 和 Z_{i-1} 为第 i 个水平土条条间法向力距离滑面底部的水平距离; h_i 为水平土条的厚度; l_i 为第 i 个土条中间长度。

由土坡滑面上极限平衡, 可得到

$$\frac{(N_i \tan\phi + c l_i)}{F_s} = T_i \quad (15)$$

由方程 (12)-(15), 根据土坡边界条件 $E_0 = 0$, $E_n = 0$, 经过递推 [9] 可得到关于安全系数 F_s 的隐式表达式为

$$F_s = \frac{\sum_{i=1}^n (R_{i-1} \prod_{j=i-1}^{n-1} \psi_j) + R_n}{\sum_{i=1}^n (T_{i-1} \prod_{j=i-1}^{n-1} \psi_j) + T_n} \quad (16)$$

上式中所设各参数分量为 Φ_i 、 Φ_{i-1} 、 ψ_{i-1} 、 T_i 、 R_i 的计算式如下

$$\phi_i = (\lambda \sin\alpha_i - \cos\alpha_i)\tan\phi + (\lambda \cos\alpha_i + \sin\alpha_i)F_s \quad (17)$$

$$\phi_{i-1} = (\lambda \sin\alpha_{i-1} - \cos\alpha_{i-1})\tan\phi + (\lambda \cos\alpha_{i-1} + \sin\alpha_{i-1})F_s \quad (18)$$

$$\phi_i = \phi_{i-1}\psi_{i-1} \quad (19)$$

$$R_{i-1} = [(W_{i-1} + G_{i-1} - G_i)\cos\alpha_{i-1} + F_{i-1}\sin\alpha_{i-1}]\tan\phi + c l_{i-1} \quad (20)$$

$$T_{i-1} = (W_{i-1} + G_{i-1} - G_i)\sin\alpha_{i-1} - F_{i-1}\cos\alpha_{i-1} \quad (21)$$

根据式 (14), 设 $M_i = E_i Z_i$, $M_{i-1} = E_{i-1} Z_{i-1}$, 由条件力矩 $M_i = 0$, $M_{i-1} = 0$, 经力矩平衡解得比例系数 λ , 可得到

$$\lambda = \frac{\sum_{i=1}^n [h_i \cot\alpha_i (E_i + E_{i-1}) - W_i l_i]}{\sum_{i=1}^n (E_i + E_{i-1} - G_i - G_{i-1}) h_i} \quad (22)$$

4 算例分析

为确定本文算例分析的合理性, 将文献 [4] 的水平条分瑞典法和水平条分简布法的计算结果与本文方法的计算结果进行对比。算例模型边坡高度设为 8 m, 坡高比为 1 : 2, 填土内摩擦角 $\phi = 15^\circ$,

粘聚力 $c=8\text{ kPa}$ ，重度 $\gamma=20\text{ kN/m}^3$ 。假定水平筋材主筋提供的复合抗拉力为 60 kN/m ，共铺设 5 层，筋材长度为 9 m ，均铺设完整。第一层与第五层距离坡底距离为 0.8 m ，筋材之间相距 1.6 m 。肋体角度为 80° ，肋体间距为 D 为 18 cm ，肋体高度 h 为 10 mm ，宽度 b 和长度 d 均为 5 mm ，取经验折减系数 $\zeta=0.3$ 。

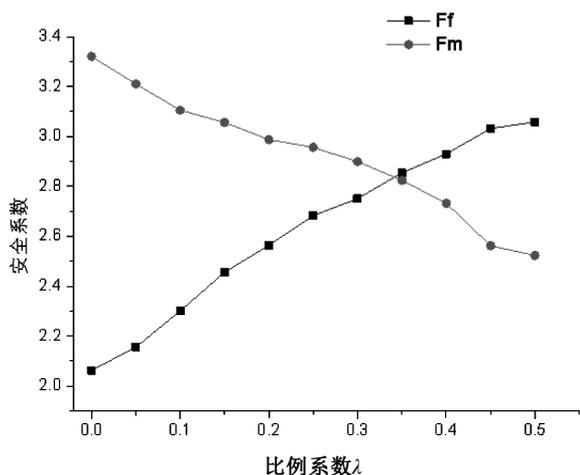


图 5 力平衡曲线

Fig.5 Force balance curve

如图 5，通过 Geoslope 采用 M-P 法，通过试算，确定未加筋土坡的最危险滑面和滑动圆心，并确定未加筋时由 M-P 法求得的安全系数 F_s ，与水平条分瑞典法和水平条分简布法求得的安全系数对比分析。

计算水平加筋土坡安全系数具体步骤如下：

由方程 (12)、(13) 和 (15) 变形计算，分离 E_i 和 E_{i-1} ，得到式 (23)，由方程 (6) 和 (14) 变形计算，分离 Z_i ，得到式 (24)

$$E_i = E_{i-1} + \{ [W_i \cos \alpha_i + \lambda (G_{i-1} - C_i) \sin \alpha_i + F_i \sin \alpha_i] \tan \phi - [W_i \sin \alpha_i - \lambda (G_{i-1} - C_i) \cos \alpha_i - F_i \cos \alpha_i] F_s + c_i l_i \} \cdot (\cos \alpha_i \tan \phi - \sin \alpha_i F_s - \lambda \sin \alpha_i \tan \phi - \lambda \cos \alpha_i F_s)^{-1} \quad (23)$$

$$Z_i =$$

$$\frac{E_{i-1} \left(Z_{i-1} - \frac{h_i}{2} \cot \alpha_i \right) + \lambda (E_i + E_{i-1} - G_i - G_{i-1}) \frac{h_i}{2} + W_i \frac{l_i}{2}}{E_i} - \frac{h_i}{2} \cot \alpha_i \quad (24)$$

首先，确定安全系数 F_s 和比例系数 λ 的初值，根据式 (23) 受力平衡的初值条件， $E_0=0$ ，依次求得 $E_1, E_2 \dots$ 至 E_n ，若此时 $E_n=0$ ，则所求得安全系数 F_s 即为由力平衡求得的对应于比例系数 λ 的安全系数 F_f ，否则改变安全系数 F_s 初值，重复此过程，直到

求得满足 $E_n=0$ 的安全系数。

在第二步中安全系数 F_s 和比例系数 λ 的初值条件下，根据式 (24) 力矩平衡的初值条件，令 $Z_0=0$ ，依次求得 $Z_1, Z_2 \dots$ 至 Z_n ，若此时 $Z_n=0$ ，则所求得安全系数 F_s 即为由力矩平衡求得的对应于比例系数 λ 的安全系数 F_m ，否则改变安全系数 F_s 初值，重复此过程，直到求得满足 $Z_n=0$ 的安全系数。

改变比例系数 λ 的值，按第二步、第三步递推求解，得到新的比例系数 λ 下对应的 F_f 和 F_m 。再求出一系列 λ 下的对应的 F_f 和 F_m 后，以 λ 为横轴，安全系数 F_s 为纵轴，连接对应的力平衡和力矩平衡安全系数对应的点，得到力平衡与力矩平衡曲线的交点，即交点对应的 F_s 为 M-P 法所求安全系数。

根据实际情况分析，大部分岩体中水平应力大于垂直应力，故本文比例系数 λ 取值范围为 $0 \sim 1$ ， λ 从 0 开始取值，设置增长间隔为 0.05，通过迭代计算绘制出力平衡与力矩平衡曲线，为更加直观展示结果，取交点附近的比例系数 λ 设置横坐标范围为 $0 \sim 0.5$ ，所得曲线如图 5。

由表曲线图可知，力矩平衡与力平衡交点坐标为 $(\lambda, F_s)=(0.343, 2.838)$ ，故由力矩平衡和受力平衡求得安全系数 $F_s=2.838$ 。未加筋土坡与加筋土坡关于水平条分瑞典法、水平条分简布法及 M-P 法所得安全系数进行比较，计算结果如表 1。

表 1 三种方法计算安全系数表
Tab.1 Table of three methods for safety factor

计算方法	水平条分瑞典法	水平条分简布法	M-P 法 (Spencer 法)
未加筋	0.985	1.025	1.150
水平加筋	2.310	2.770	2.838

从表 1 中可以明白，在未加筋时，上述三种方法得到的安全系数大小相差在 4% -15% 之内，具有理论合理性与工程应用价值。对于水平加筋土坡，三种方法差距较大，原因是：三种方法假定条件与考虑情况不同，水平条分瑞典法是在单个条块的水平条间合力为 0 的假设上由力矩平衡所得；水平条分简布法是在单个条块竖向合力为 0 的假设条件下由条块水平方向受力平衡所得。本文采用的 M-P 法是在假定条块水平与竖向条间力具有一定关系的假设条件下由力矩和力平衡综合所得，考虑实际情况，本文的假定条件相对于另外两种计 (下转第 35 页)

2) 当含水率增长较快时, 富含砖粒再生混凝土的立方体抗压强度降低较快, 当含水率增长缓慢时, 富含砖粒再生混凝土的抗压强度基本保持不变。富含砖粒再生混凝土饱和状态下的立方体抗压强度比干燥状态下的立方体抗压强度下降了 17% ~ 37%。

参考文献:

- [1] 李庆斌, 王海龙. 水环境对混凝土力学性能的影响研究述评 [J]. 中国科技论文, 2006, 1(2): 83-94.
- [2] 王新友, 蒋正武, 高相东, 等. 混凝土中水分迁移机理与模型研究评述 [J]. 建筑材料学报, 2002, 5(1): 66-71.
- [3] BOURGEOIS F, SHAO J F, OZANAM O. An elastoplastic model for unsaturated rocks and concrete [J]. Mechanics Research Communications, 2002, 29(5): 383-390.
- [4] YAMAN I O, HEARN N a, AKTAN H M. Active and non-active porosity in concrete Part I: Experimental evidence [J]. Material and structure, 2002, 35: 102-

109.

- [5] 张国辉, 李宗利, 聂杭义, 等. 不同含水率混凝土断裂韧度试验研究 [J]. 水力发电学报, 2016, 35(2): 109-116.
- [6] MATSUSHITA H, ONOUE K. Influence of surface energy on compressive strength of concrete under static and dynamic loading [J]. Journal of Advanced Concrete Technology, 2006, 4(3): 409-421.
- [7] GB/T 50081-2002, 普通混凝土力学性能试验方法标准 [S].
- [8] SL 352-2006, 水工混凝土试验规程 [S].
- [9] 陈树建, 翟爱良, 赵爱华, 等. 含水率对再生骨料混凝土力学性能影响规律试验研究 [J]. 水利与建筑工程学报, 2013, 11(4): 21-23.
- [10] 安新正, 牛薇, 张亚飞, 等. 含砖粒再生混凝土基本性能研究 [J]. 河北工程大学学报: 自然科学版, 2017, 34(1): 30-33.
- [11] 刘保东, 李鹏飞, 李琳, 等. 混凝土含水率对强度影响的试验 [J]. 北京交通大学学报, 2011, 35(1): 9-12.

(责任编辑 李新)

(上接第 25 页) 算方法直接另部分条间力或合力为 0 的假定, 更贴近土坡条块的真实情况, 由力矩平衡和力平衡所得安全系数较只考虑其中一种更加严谨科学, 计算所得结果具有合理性与一定工程应用价值。

5 结论

1) 本文参考力平衡曲线计算水平加筋土坡安全系数, 简化了 M-P 法迭代计算过程, 所得结果具有合理性与可靠性。

2) 本文加筋所有筋材为带肋筋材, 考虑了调整肋体角度对筋材作用力的影响: 调整肋体与主筋角度虽然会在一定程度上减小筋材提供的作用力, 但能减少肋体相对水平主筋的力矩, 调高筋材的稳定性, 同时一定角度的存在可增大筋材遇到突发外力时的抗拉拔力, 提高筋材与土坡的结合力。

参考文献:

- [1] 王恩喜, 孙树林, 陈怿阳, 等. 影响加筋土挡墙地震稳定性的参数分析 [J]. 河北工程大学学报, 2016, 33(3): 24-28.

- [2] SHAHGHOLI M, FAKHER A, JONES C J F P. Horizontal Slice Method of Analysis [J]. Geotechnique, 2001, 51(10): 881-885.
- [3] 王志斌, 李亮, 杨小礼. 水平条分法在贴坡高填方路堤稳定性分析中的应用 [J]. 中国公路学报, 2007, 20(3): 29-34.
- [4] 马学宁, 吴培元, 王旭, 等. 加筋土边坡稳定性分析水平条分简化计算方法 [J]. 铁道学报, 2017, 39(9): 155-160.
- [5] FREDLUND D C. State of the art: analytical methods for slope stability analysis [A]. In: Proceedings of the 4th International Symposium on Landslides [C]. Toronto: Ont, 1984. 229-250.
- [6] 张鲁渝. 一个用于边坡稳定分析的通用条分法 [J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(3): 496-501.
- [7] 张石磊. H-V 加筋路堤稳定性分析及机理研究 [D]. 上海: 上海大学, 2010.
- [8] 邓东平, 李亮. 水平条分法下边坡稳定性分析与计算方法研究 [J]. 岩土力学, 2012, 33(10): 3179-3188.
- [9] 湛来. 一种广义 Morgenstern-Price 法及其应用 [D]. 武汉: 湖北工业大学, 2017.

(责任编辑 李新)