

文章编号: 1673-9469 (2019) 01-0108-05

doi:10.3969/j.issn.1673-9469.2019.01.023

## 模糊性研究系列文(一) 模糊集合概念的破坏性

刘开第, 侯 帅, 庞彦军, 粟文国

(河北工程大学 不确定信息研究所, 河北 邯郸 056038)

**摘要:** 阐述, 元素部分属于模糊集合呈现的虚拟模糊性, 为什么不是模糊性研究的研究对象, 以虚拟模糊性为研究对象的模糊集合论, 为什么不可能成功的原因以及对正常模糊性研究带来的负面影响。指出, 须研究的模糊性, 是因为信息不完备、不完整, 目标值的“真值”人们无法知道只能确定真值近似产生的不确定性, 并且模糊性研究首先要建立一种支撑逻辑, 帮助解决模糊性研究中计算不具可重复性、计算结果不唯一并且不是“相对最优近似”问题; 但最实质性的问题是, 解决相关关系下知识转换“算法实现”问题, 这是模糊性研究能否成功以及模糊性研究能否像随机性研究那样成为数学研究分支的关键点。

**关键词:** 模糊性; 模糊集合论; 近似; 相关关系; 算法实现

**中图分类号:** O1-0

**文献标识码:** A

## Fuzziness Research Series (1) The Destructiveness of Fuzzy Sets

LIU kaidi, HOU Shuai, PANG yanjun, SU wenguo

(Institute of Uncertain Information, Hebei University of Engineering, Handan 056038, China)

**Abstract:** This paper expounds that the element part belongs to the virtual fuzziness presented by the fuzzy set, why not be the object of the fuzziness research, why the fuzzy set theory taking the virtual fuzziness as the research object is not successful and the negative impact on the normal fuzziness research. It is pointed out that the fuzziness to be studied has incomplete and imperfect information, and the "truth value" of the target value can not be known that only the uncertainty generated by the approximation of the truth value can be determined. In the fuzziness study, a supporting logic should be established to help solve the problem of non-repeatability of calculation, non-unique calculation results and not "relative optimal approximation" in the fuzziness study. The most qualitative point is to solve the problem of "algorithm realization" of knowledge transformation under the relevant relationship, which is the key point of whether the fuzziness research can succeed and whether the fuzziness research can become the branch of mathematics research like the randomness research.

**Key words:** fuzziness; fuzzy set theory; approximation; correlativity; algorithm implementation

长期以来, 人们认为不确定性就是随机性, 所以对不确定性的研究最初只局限于随机性, 随机性研究已有近百年历史, 形成了概率论、数理统计与随机过程三大学科; 理论已臻完善并且影响深

远、应用广泛。1965年 Zadeh 教授发表了著名文章 *Fuzzy Sets*<sup>[1]</sup>; 模糊集合概念的出现表明, 还有一种不确定性是随机性不能表示的, 这种不确定性就是模糊性。所谓模糊集合是指<sup>[1]</sup>:

收稿日期: 2018-12-15

特约专稿

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (61375003); 河北省自然科学基金资助项目 (E2017402115); 钢铁共性技术协同创新中心开放课题 (2015001)

作者简介: 刘开第 (1940-), 男, 山东掖县人, 教授, 从事模糊不确定性研究。

论域  $U_j$  到  $[0, 1]$  区间上的映射  $\mu_j$ , 确定了论域  $U_j$  上的一个模糊集合  $\tilde{A}_j$ , 并且  $U_j$  中元素  $x^{(j)}$  与模糊集合  $\tilde{A}_j$  的关系是:

<1> 若  $\mu_j(x^{(j)})=1$ , 则  $x^{(j)}$  属于模糊集合  $\tilde{A}_j$ ;

<2> 若  $\mu_j(x^{(j)})=0$ , 则  $x^{(j)}$  不属于模糊集合  $\tilde{A}_j$ ;

<3> 若  $0 < \mu_j(x^{(j)}) < 1$ , 那么  $x^{(j)}$  不是“属于”、也不是“不属于”, 而是以  $\mu_j(x^{(j)})$  的程度“部分属于”模糊集合  $\tilde{A}_j$ 。其中  $\mu_j(x^{(j)})$  为隶属度。

上述定义表明, 模糊集合中的元素可以“部分在”模糊集合中, “部分在”模糊集合外。显然, “亦此亦彼”的模糊性与“非此即彼”的随机性是本质不同的两种不确定性。所以自模糊集合概念问世后, 对不确定性的研究, 扩展到包含随机性和模糊性的不确定性研究。

但是, 与随机性研究形成的三大学科相比, 基于模糊集合的模糊性研究却黯然失色。非但没形成重要的研究学科而且是问题很多。基本原因是, 模糊集合概念的破坏性所致。

显见的事实是, 对论域  $U_j$  上任意  $x^{(j)}$ , 如果隶属度  $\mu_j(x^{(j)})$  只取“1 或 0”两个值; 那么由二值函数  $U_j$  确定的论域  $U_j$  上模糊集合  $\tilde{A}_j$ , 就是通常的确定性集合。

这一事实极易使人认为: 模糊集合是普通集合概念的推广, 而普通集合是模糊集合的特例。

但, 这一看似显然的“认为”, 给模糊性研究造成的危害是致命的。

众所周知, 集合是数学中最原始的概念, 原始到无法用其它名词、概念严格定义, 只能给出一种描述性的说明: 所谓集合, 就是具有某种共性的、不可分割对象的整体。

所以, 元素“不在集合中就在集合外”, 二者必居其一; 这就是集合的确定性。正是仰仗集合概念的确定性, 集合才成为数学立论之基础。

因为模糊集合中的元素可以“部分”在模糊集合中、“部分”在模糊集合外; 所以破坏了元素像电子一样不可分割性的模糊集合, 不是集合。

那么, 能否把模糊集合看作是集合概念的推广而普通集合看作是模糊集合的特例, 进而构建立论在模糊集合基础上的模糊集合论呢?

模糊集合论用论域  $U_j (j=1 \sim m)$  上模糊集合描述模糊信息, 用论域  $U=U_1 \times \cdots \times U_m$  上模糊集合到论域  $V$  上模糊集合转换处理模糊信息; 实现模糊集合转换的是对模糊集合另行定义的“取大取小”运算; 为用“取大取小”实现模糊集合转换提供依据的,

是模糊逻辑。

基于模糊集合论的模糊性研究, 至今已经经历了半个世纪。当回头看模糊集合论研究到底取得了哪些成果时, 确实很尴尬, 因为以应用见长的模糊集合论, 真的不知道究竟在哪个应用领域取得了让人眼睛一亮的研究成果。现状是, 所有“取大取小”模糊模型, 因为有明显信息缺失已经没人再用; 基于模糊集合与模糊逻辑的模糊性研究, 事实上已经被边缘化, 正慢慢淡出人们的视线。

使模糊集合论不成功的原因虽然很多, 但根本原因是模糊集合概念的破坏性。

一种研究, 成功或不成功都属正常, 即便是经历了数十年的模糊集合论研究不成功也属正常; 但是, 与其他个性化研究不同在于, 与随机性研究并行的模糊性研究是从研究模糊集合论开始的, 并且模糊集合论研究一直占据着模糊性研究的中心, 左右着模糊性研究。所以模糊集合论的不成功, 不是只限于模糊集合论自身, 而是影响着整个模糊性研究。

实际上, 模糊集合概念的破坏性, 不只是直接伤害了模糊集合论研究, 也给正常的模糊性研究造成诸多负面影响。所以认真研究模糊集合概念的破坏性及其对模糊性研究造成的诸多负面影响, 对于能否正常研究模糊性是非常必要的。

## 1 模糊集合概念的破坏性及其影响

### 1.1 集合中元素的“不可分割性”不容挑战

元素与集合, 只有“属于”或“不属于”两种情况, 对此提出挑战的模糊集合认为还存在第三种情况: 元素可一部分在模糊集合内, 一部分在外。

元素“不能分割”的原因是, 它是构成客观实体的最小单位; 作为最小单位的元素一旦被分割, 那么由最小单位构成的实体就不复存在。

需要人们认识和研究的实体不存在了, 人们自然无法认识, 更无法研究。这就是为什么当破坏了集合中元素的“不可分割性”后, 那么, 需要借助元素“不可分割性”才能描述的客观现象, 人们都将无法描述的原因。

那么, 破坏了集合中元素“不可分割性”的模糊集合, 真的能帮助模糊性研究构建立论在模糊集合基础上、可正确处理模糊信息的模糊集合论吗?

实际上, 作为构成客观实体最小单位的元素被“分割后”究竟变成了什么东西, 谁也不知道; 所以,

模糊集合就是包含了一堆谁也不知道“是什么东西”的整体。

既然,整体中包含的“究竟是什么东西”谁也不知道,当然与这个整体对应的客观实体是什么,更没人知道。这就是为什么模糊集合不可能是形成某种理论的基础,也就是为什么在模糊集合基础上不可能构建模糊集合论的原因。

也说明,集合,这一数学中最原始的概念,作为这一原始概念核心的“元素像电子一样的不可分割性”是不容挑战的,或说,集合这一最原始的数学概念,不存在可推广的外延空间。

模糊集合概念对模糊性研究的直接伤害是,原本不是模糊性研究对象的、“元素部分属于模糊集合”呈现的虚拟模糊性,被模糊集合论当成研究对象,与此同时,真正需要研究的模糊性,在不知不觉中被掩盖了。

## 1.2 混淆两个不同的物理概念

“元素”与“元素的属性”,是不同的物理概念;性质、状态等,都是元素的属性。

“元素”是“不能分割”的,一旦被分割就一定出问题。如“论域  $U_j$  中元素  $X_j$  部分属于  $U_j$  上模糊集合”,虽然也呈现了一种模糊性;但是,分割了“不可分割元素”产生的这种模糊性,因为没有应用背景、没有与此对应的真实的客观现象,实际上这种不含任何领域知识的虚拟模糊性没有任何应用价值。

虚拟模糊性只能看,不能用。模糊集合论不成立就是因为把虚拟模糊性当成了研究对象。

性质或状态是元素的属性,渐变连续状态是“可分割的”,若不分割,那么元素具有的渐变连续状态将不能被如实描述。

“元素部分属于模糊集合”的虚拟隶属度,与“元素的渐变连续状态部分属于无量纲化  $I_k$  状态子空间”的隶属度,虽然都是隶属度,却有本质不同。基于虚拟隶属度的知识转换(亦即模糊集合转换)是不能实现的,而基于  $I_k$  状态子空间隶属度的知识转换(亦即处理模糊信息)是可实现的,如何实现,正是模糊性研究要解决的核心问题。

所以,混淆“元素”与“元素属性”两个不同的物理概念,也是模糊集合破坏性的一种体现。

## 1.3 研究虚拟模糊性的危害

最初的模糊性,就是“元素部分属于模糊集合”

呈现的虚拟模糊性;最开始的模糊性研究,也确实是以虚拟模糊性为对象的模糊集合论的研究。

虚拟模糊性的价值是,它是 Zadeh 教授让人们第一次认识的、不是随机性的不确定性。但是,以虚拟模糊性为研究对象的模糊集合论研究,带来的却是对模糊性研究的伤害,因为虚拟模糊性研究,是让人们去争论与需要研究的模糊性并无关系的问题,第一个问题是:“取大取小”是否是数学计算并行的一种算法;第二个争论问题是,支撑用“取大取小”运算实现模糊集合转换的模糊逻辑,是真逻辑还是伪逻辑。

实际上,“取大取小”、“模糊逻辑”,与真正的模糊性研究毫无关系;即使在虚拟模糊性研究中二者也只是问题的“枝”和“叶”,并不是问题的“根”。

根是什么?根是处理模糊信息的模糊集合转换。

实际上,论域  $U=U_1 \times \cdots \times U_m$  上模糊集合到论域  $V$  上模糊集合转换,是根本不可能实现、也不需要实现的、不相关的数据转换。如果此语为真,那么,实现模糊集合转换的“取大取小”运算、连同支撑模糊集合转换的模糊逻辑,都将变得没有意义。

值得注意的是,原本与模糊性研究毫无关系的“取大取小”,是否是数学计算并行的一种算法的争论,至今仍在进行。

这一事实说明,对于模糊性研究来说,模糊集合论的研究并不成功;原因是作为模糊集合论基础的模糊集合这条根,已经烂了。但这条烂根的影响还在,如专门为模糊集合“量身定制”的“取大取小”运算,仍然被认为是模糊性研究中在特定情况下一种算法,是与数学计算并行的一种算法。这种看法本身,是对模糊性研究实实在在的干扰。因为模糊性研究的核心是:在相关关系下解决知识转换的算法实现。

除了模糊集合论的计算不可行外,模糊性研究的计算都是可行的;但是相关关系下知识转换的算法实现是困难的。但不管算法实现容易还是困难,都是严格的数学计算,与“取大取小”无关,因为“取大取小”不是数学计算。

所以,在今后的模糊性研究中,需要人们专心研究的是,如何解决“相关关系下知识转换算法实现难”的数学问题,不容再次受到“取大取小”的干扰。

## 1.4 需要研究的真实模糊性被掩盖

什么是真实的、需要研究的模糊性呢?

真实的、需要研究的模糊性是指,因为信息不完备、不完整,目标值的“真值”人们无法知道只能确定真值“近似”产生的不确定性。

所以,模糊性的特点或说模糊性的本质就是近似。

因为只有“最好的近似”才有价值,所以模糊性研究就是确定“相对最优近似”。这是模糊性研究的目的。

“本质”与“目的”,是模糊性研究必须明确的两个基本点,否则,模糊性研究将失去方向与抓手。

模糊性研究分为“知识获取”与“知识转换”两个阶段。

知识获取是指,在信息不完备、不完整条件下,确定第  $j(j=1 \sim m)$  次模糊试验中感兴趣事件出现的可能度或量化值  $\mu_j(x)$ 。应注意的是:因为信息不完备、不完整,所以**必须补充必要的主观性知识**,并结合使用主、客观知识,才可能确定  $\mu_j(x)$ ,并且确定的  $\mu_j(x)$  只是真值的近似。

知识转换是指,依据前  $m$  次模糊试验获取的、感兴趣事件出现的可能度或量化值,通过知识转换确定被  $m$  次模糊试验锁定的、感兴趣事件出现的可能度  $\alpha(x)$ 。

显见,真实的模糊性研究,与虚拟模糊性研究的模糊集合论;几乎没有任何相同之处,这也是为什么需要研究的模糊性能被虚拟模糊性掩盖的原因。

### 1.5 模糊性研究的核心问题被掩盖

因为信息不完备、不完整,所以在知识获取阶段,决策者**必须补充必要的主观性知识**,并结合使用主、客观知识,**才可能**确定第  $j$  次模糊试验中、感兴趣事件出现的可能度或量化值  $\mu_j(x)$ 。确定  $\mu_j(x)$  时主观性知识是不可或缺的,没有  $\mu_j(x)$  就没有确定  $\alpha(x)$  的知识转换,所以,如果没有主观性知识也就没有模糊性研究。

因此,在模糊性研究中主观性知识应与客观性知识一样受到尊重,轻视甚至想尽量回避主观性知识,都是不正确的。

但是,主观性中的随意性却使确定  $U_j(x)$  的计算“不具可重复性,计算结果不唯一并且不是相对最优近似”。所以主观性中的随意性必须受到抑制。

在知识转换阶段,不完备、不完整的信息条件,只能为“知识转换”提供知识间的相关关系;在相关关系下知识转换的计算虽然可行,但**不是**确定性的数学计算;而是存在算法多样性。

但算法多样性同样使确定  $\alpha(x)$  的计算不具可重复性、计算结果不唯一并且不是“相对最优近似”。

因此模糊性研究,第一个要解决的问题是,建立一种支撑逻辑,通过抑制随意性,规范算法多样性,帮助模糊性研究解决“计算不具可重复性,计算结果不唯一和不是相对最优近似”三个问题。这种支撑逻辑就是以后要讲的近似推理逻辑,是专门针对以“近似”为特点的模糊性研究设计的。

虽然逻辑重要,但模糊性研究最核心也是最困难的问题不是逻辑问题,而是“知识转换算法实现”问题。

相关关系下知识转换不只是存在算法多样性,最严峻的问题是算法实现困难。难就难在,计算是非线性的;并且只有找到为什么不是线性计算的原因,才可能找到构建非线性计算的切入点。这正是模糊性研究的特点,是之前人们未见的。

因此,模糊性研究的两个关键问题,逻辑与知识转换的算法实现都被掩盖了。这也是为什么模糊性研究时至今日几乎一事无成的根本原因。

### 1.6 模糊性研究的方向与研究方法被误导

“元素部分属于模糊集合”确实呈现了一种模糊性,也是 Zadeh 教授让人们第一次见到的、不是随机性的不确定性。

但是,把模糊集合呈现的虚拟模糊性作为模糊性研究的研究对象,却是不折不扣的方向性错误。

这种方向性错误至今已持续了半个世纪。基于虚拟模糊性的模糊集合论研究不成功,并不值得大惊小怪。而是应从中吸取宝贵经验。

在上世纪 30 年代,由于科尔莫戈罗夫建立了概率理论的公理化体系,所以随机性研究终于成了数学的一个分支,而且是一个强势的数学分支;诸如贝叶斯定理;概率分布函数;正态分布;大数定理、中心极限定理;幂律分布;熵等随机性研究成果,成了不确定性人工智能最重要的知识源<sup>[2]</sup>,是不确定性研究成功的典范。

模糊性比随机性更广泛存在的一种不确定性,基于模糊集合论的虚拟模糊性研究,尝试不用数学、不用数学计算,改用“取大取小”和模糊逻辑;希望由此能为工程应用提供有用的知识。

模糊集合论的研究不成功,不只是说明虚拟模糊性不是模糊性研究的研究对象,从方法论角度也说明,模糊性研究与随机性研究一样,不可能离开数学与数学计算。

如果说随机性研究,要解决的关键问题是,建立二值逻辑支撑的、概率理论的公理化体系的话;那么模糊性研究要解决的关键问题是,在近似推理逻辑支撑下,解决基于相关关系的知识转换算法实现。

这是成功的随机性研究的启示,失败的模糊集合论研究的启示,更是无法取得实质性进展的当今模糊性研究的启示。

## 2 结语

集合中元素具有像电子一样的“不可分割性”不容挑战,所以破坏了“元素不可分割性”的模糊集合,是一种破坏性概念,是导致模糊集合论不成功的根本原因。须研究的模糊性,不是“元素部分

属于模糊集合”呈现的虚拟模糊性,而是因信息不完备,不完整,目标值的“真值”人们无法知道只能确定真值近似产生的不确定性。模糊性研究要解决的基本问题是通过建立一种支撑逻辑,解决“计算不可重复”、“计算结果不唯一”和“不是相对最优近似”问题;实质性问题,是解决相关关系下知识转换的算法实现。

### 参考文献:

- [1] Zadeh L.A. Fuzzy Sets. Information and Control. 1965(8): 338-353.
- [2] 李德毅, 杜鹂著. 不确定性人工智能 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2005.

(责任编辑 李新)

(上接第 21 页)

### 参考文献:

- [1] 刘建成, 顾永宁. 基于整船整桥模型的船桥碰撞数值仿真 [J]. 工程力学, 2003, 20(5): 155-162.
- [2] 余志祥, 许 浒, 吕 蕾. 落石冲击对山区桥梁墩柱破坏的影响 [J]. 四川大学学报 (工程科学版), 2012, 44(6): 86-91.
- [3] BERTHET-RAMBAUD P, TIMSAH Y, DAUDEVILLE L, et al. Finite Element Modelling of Concrete Protection Structures Submitted to Rock Impacts; proceedings of the Proceedings of 16th ASCE Engineering Mechanics Conference, F, 2003[C].

- [4] 崔堃鹏, 夏超逸, 刘炎海, 等. 高速铁路桥墩汽车撞击力的数值模拟与特性分析 [J]. 桥梁建设, 2013, 43(6): 57-63.
- [5] 李裕春, 等. ANSYS11.0/LS-DYNA 基础理论与工程实践 [M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2008.
- [6] FUJIKAKE K, LI B. Impact response of reinforced concrete beam and its analytical valuation [J]. Journal of Structure, ASCE, 2009, 135(8): 938-950.
- [7] 中华人民共和国交通运输部. 公路桥梁抗震设计细则: JTG/T B02-02-2008[S]. 北京: 人民交通出版社, 2008.
- [8] 张路青, 杨志法, 许 兵. 滚石与滚石灾害 [J]. 工程地质学报, 2004(3): 225-231.

(责任编辑 李新)

(上接第 93 页)

- 优化处理方法 [J]. 地理与地理信息科学, 1999, 15(1): 75-80
- [9] 刘祖典. 影响黄土湿陷系数因素的分析 [J]. 工程勘察, 1994(5): 6-11.
- [10] 高凌霄, 赵天雁. 黄土湿陷系数与物性指标间的定量关系 [J]. 大连民族大学学报, 2004, 6(5): 63-65.
- [11] 李 萍, 李同录. 黄土物理性质与湿陷性的关系及其工程意义 [J]. 工程地质学报, 2007, 15(4): 506-512.
- [12] 谢婉丽, 王家鼎, 张新军, 等. 模糊信息优化方法在黄土湿陷性评价中的应用 [J]. 西北大学学报: 自然科学版, 2005, 35(1): 95-99.

- [13] 李瑞娥, 谷天峰, 王娟娟, 等. 基于模糊信息优化技术的黄土湿陷性评价 [J]. 西安建筑科技大学学报: 自然科学版, 2009, 41(2): 213-218.
- [14] 韩晓萌, 王家鼎, 王 煜, 等. 高速铁路地基黄土湿陷性评价中的 ANFIS 方法 [J]. 地理科学, 2008, 28(6): 833-837.
- [15] 中华人民共和国水电部. 土工试验方法标准 [M]. 北京: 中华计划出版社, 1989.
- [16] 罗奇斌, 王家鼎, 康东卫, 等. 湿陷性黄土试坑浸水试验中土压力的变化情况 [J]. 水文地质工程地质, 2012, 39(4): 88-92.

(责任编辑 李新)