

文章编号: 1673-9469 (2019) 04-0051-07

doi:10.3969/j.issn.1673-9469.2019.04.009

## 岩土体孔隙结构研究中的 CT 图像处理方法比较

袁俊平<sup>1, 2</sup>, 卢毅<sup>1, 2</sup>, 韩翔宇<sup>3</sup>, 王强林<sup>1, 2</sup>

(1. 河海大学 岩土力学与堤坝工程教育部重点实验室, 江苏 南京 210098; 2. 河海大学 江苏省岩土工程技术工程研究中心, 江苏 南京 210098; 3. 中国葛洲坝集团国际工程有限公司, 北京 100025)

**摘要:** 为了更深入地揭示岩土体的力学特性及内在规律, 对黏性土、岩石和泡沫混凝土等材料的 CT 扫描图像, 分别采用灰度法和二值化法计算孔隙分形维数, 研究了岩土体孔隙率与孔隙分形维数间的关系, 对比讨论了这两种方法在孔隙结构分形特性研究的特点和适用性。结果表明: 二值化法的处理效果取决于阈值的选择, 并且采用以试样原始孔隙率为基准进行试算校核的阈值计算方法简单并且有效; 而灰度法则较好地保留了更多的原始图像信息。对于不同的岩土体材料, 其孔隙率与二值化法所得孔隙分形维数间均呈较好的幂函数关系。采用灰度法时, 岩土体孔隙分形维数随其孔隙率的增大呈现微弱增大趋势, 近似线性关系。总体来看, 两种处理方法均可用于岩土体孔隙结构分形特性研究但各有优劣, 应根据研究对象去选择适用的方法。

**关键词:** 孔隙结构; CT 图像; 分形维数; 二值化法; 灰度法

**中图分类号:** TU475.2

**文献标识码:** A

## Comparison of CT Image Processing Methods in the Study of Pore Structure of Rock and Soil Mass

YUAN Junping<sup>1, 2</sup>, LU Yi<sup>1, 2</sup>, HAN Xiangyu<sup>3</sup>, WANG Qianglin<sup>1, 2</sup>

(1. Key Laboratory of Ministry of Education for Geomechanics and Embankment Engineering, Hohai University, Nanjing, Jiangsu 210098, China; 2. Jiangsu Research Center for Geotechnical Engineering Technology, Hohai University, Nanjing, Jiangsu 210098, China; 3. China Gezhouba Group International Engineering Co., Ltd., Beijing 100025, China)

**Abstract:** In order to reveal the mechanical properties and internal laws of rock and soil mass from a deeper perspective, many scholars have carried out researches on the pore structure of rock and soil mass. Electronic computed tomography (CT) is the most commonly used method for quantitative observation of pore structure of rock and soil mass in recent years. In this paper, CT scan images of clay soil, rock and foamed concrete were used to calculate the fractal dimension of pores by gray scale method and binarization method respectively, and the relationship between the porosity of rock and soil mass and the fractal dimension of pores was studied, and the characteristics and applicability of the two methods in the study of fractal characteristics of pore structure were compared and discussed. The results show that the treatment effect of binarization depends on the selection of threshold value, and the threshold value calculation method based on the original porosity of sample is simple and effective; However, the grayscale method preserves more original image information. For different geotechnical materials, the relationship between porosity and fractal dimension of pores obtained by binarization method is related to a good power function. When gray scale method is used, the fractal dimension of rock and soil mass presents a slight increase trend with the increase of its porosity, which is approximately linear. In general, the two treatment methods can be used to study the fractal characteristics of the pore structure

收稿日期: 2019-09-05

基金项目: 国家重点研发计划(2017YFC0404804); 国家自然科学基金资助项目(51378008)

作者简介: 袁俊平(1975-), 男, 湖北麻城人, 博士, 教授, 主要从事非饱和堤坝工程方面的研究。

of the rock and soil mass, but each has its advantages and disadvantages, and the appropriate method should be selected according to the research object.

**Key words:** pore structure; CT scanning; fractal dimension; binary processing method; gray scale method

在土力学领域,孔隙结构发生变化是土体结构发生变形的内在因素,是决定土体物理力学性质以及一些宏观表现的主要原因<sup>[1]</sup>。为了定量刻画岩土体的孔隙结构特征,学者们提出了孔隙率(度)、孔径分布、比表面积等参数<sup>[2]</sup>,其中孔隙率(度)最为常用。然而,这些参数通常只能在宏观统计概念上度量孔隙结构的特征,仅凭这些参数的大小难以确定岩土体孔隙结构的实际分布形态,如两个具有相同孔隙率的土样却可能有着迥异的内部孔隙形态。研究表明,岩土体具有自相似性、尺度不变性等分形特征,因此,一些学者提出用分形维数(fractal dimension)来定量描述岩土体的孔隙结构<sup>[3-5]</sup>。

对岩土体孔隙结构进行定量观测时,电子计算机断层扫描(CT)技术是近年来最常用的一种方法<sup>[6-8]</sup>。处理CT图像的方法中较为常用的是二值化法和灰度法。其中,二值化法是利用阈值分割,将CT图像转化为只有黑白两种颜色的位图,这种方法最简单,使用也最广泛<sup>[9-13]</sup>。而灰度法则是将CT图像保存为具有多种不同深浅颜色的灰度图,可以保留微细结构的更多细节信息,更有利于准确地定量刻画岩土体的微细结构。有学者<sup>[14-15]</sup>认为二值化法对一些较大孔隙率或者孔隙结构简单的岩土体更为适用,而对于孔隙结构较为复杂的岩土体,采用灰度法能更好地反映微细结构特征,可减少二值化处理带来的误差。然而,采用灰度法进行图像处理时,由于图像中颜色深浅级数多(可达256级),进行定量分析和统计时相对较为复杂。因此,在定量刻画岩土体的孔隙结构特征时,到底哪种图像处理方法更合适,应该如何选择相应的图像处理方法,尚有待开展研究。

本文主要针对黏性土、岩石和泡沫混凝土等材料的CT图像,分别用二值化法和灰度法进行图像处理,进而计算试样的孔隙分形维数,研究试样的孔隙率与其孔隙分形维数间的关系,进而对比分析两种处理方法在孔隙结构分形特性研究的特点和适用性。

## 1 岩土体 CT 图像的获取

### 1.1 岩土体材料及试样制备

#### 1.1.1 黏性土

实验所用土料取自某工程边坡,按《土的分类标准》(GBJ145-90)对该土料测定其基本物理性质指标与粒径分布曲线如表1、图1所示,可见该土属黏性土。

CT观测时采用 $\Phi 101\text{ mm} \times 30\text{ mm}$ 的圆柱状重塑样。制样时,将过2 mm筛的风干土料,加适量水调至22%的含水率,再用定制的制样器分3层将土料击实到预定高度。

为了使试样有不同的孔隙结构,共制备了4组不同干密度的试样。试样干密度分别为1.2、1.3、1.4、1.5  $\text{g/cm}^3$ ,对应的压实度分别为75%、81.2%、87.5%、93.7%。

表1 黏性土料的基本物理性质指标

Tab.1 Basic properties of tested clay

| 液限<br>$\omega_L/\%$ | 塑限<br>$\omega_P/\%$ | 弹性指<br>数 $I_p$ | 相对密<br>度 $G_s$ | 最优含水<br>率 $\omega_{op}/\%$ | 最大干密度<br>$\rho_{dmax}/(\text{g}\cdot\text{cm}^{-3})$ |
|---------------------|---------------------|----------------|----------------|----------------------------|------------------------------------------------------|
| 45.2                | 24.5                | 20             | 2.75           | 23.2                       | 1.60                                                 |

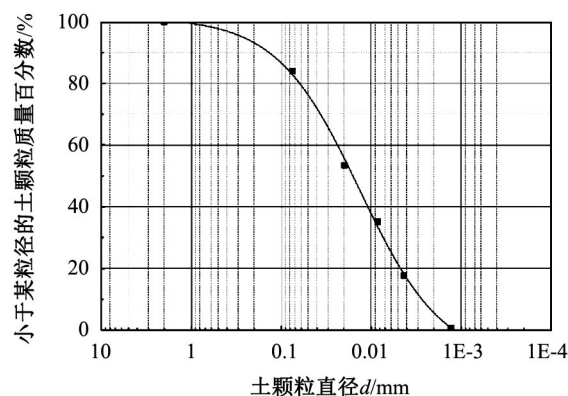


图1 黏性土的粒径分布曲线

Fig.1 Particle size distribution curve of tested clay

#### 1.1.2 岩石及混凝土

本文选用文献[14]的图像,作为岩石及混凝土等材料的CT观测结果,对玄武岩、盐岩、煤、泥岩、砂岩、膏岩、油页岩、人工砂岩和泡沫混

凝土等 9 种不同岩性材料, 将其取芯后制备成  $\Phi 25 \text{ mm} \times 50 \text{ mm}$  的圆柱状试样。由于不同试样间的岩性差异, 各试样的孔隙率及其孔隙结构也有所差异。

## 1.2 CT 扫描试验

对黏性土进行 CT 扫描试验时, 使用了 SIEMENS 64 排螺旋 CT 机。该设备可对每个扫描断面获取  $1419 \times 932$  像素大小的 8 位灰度图像, 空间分辨率达  $301 \text{ p/cm}$ 。试验时, 对制备好的试样沿试样高度方向以  $1 \text{ mm}$  为间距进行 CT 扫描, 即对每个试样扫描 30 个断面。这里对黏性土试样进行多个断面分层扫描, 是考虑到击实过程中, 不同高度处试样的密度可能略有差异, 相应的孔隙结构也略有不同。

文献 [14] 中对岩石及混凝土等材料进行 CT 扫描试验时, 使用了 ACTIS 300-320 /225CT /DR 高分辨率工业 CT 实时成像系统。用该设备对岩性试样扫描后, 可获取  $1024 \times 1024$  像素大小的 16 位灰度图像, 切片图像水平分辨率和厚度分辨率均达到  $10 \mu\text{m}$  左右。试验时, 对试样也沿高度方向进行多个断面分层扫描, 从而得到一系列同心圆切片。

## 2 CT 图像处理及孔隙结构分形维数确定方法

### 2.1 二值化法

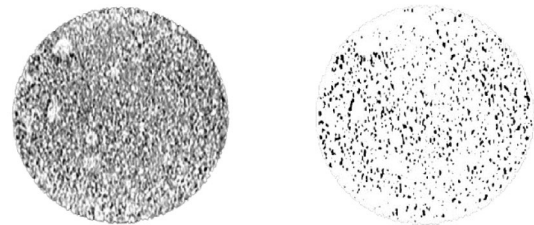
#### 2.1.1 灰度阈值的确定

如前所述, 二值化法就是要将原始 CT 图像转化为只有黑白两种颜色的位图。采用该方法处理时, 需选择一个合适的灰度阈值, 将原始 CT 图像中各像素点的灰度值与这个阈值作比较, 将大于和小于该阈值的像素点分别转换为黑色和白色。通常以黑色区域表示试样中的孔隙, 白色区域表示试样中的基质。

本次实验对黏性土试样 CT 图像进行处理时, 采用如下试算法确定二值化法的灰度阈值: 首先, 根据 CT 图像的灰度分布频率直方图初步拟定一个灰度阈值范围; 在该范围内选择一个灰度阈值, 对试样分层扫描得到的 30 张 CT 图像作二值化处理; 对每张处理后的黑白图像, 分别统计其孔隙区域的像素点数  $n_{pi}$  和整张图像的像素点数  $n_i$ ; 再对 30 张处理后的黑白图像进行累加, 得到孔隙区域的像素点总数  $n_p = \sum n_{pi}$  和图像的像素点总数  $n = \sum n_i$ , 进而

可得该试样的平均孔隙率计算值  $e_c = n_p/n$ ; 由试样干密度可知其平均孔隙率的实际值  $e_0$ ; 适当调整阈值, 使得试样平均孔隙率计算值与实际值间的差异  $\varepsilon = |e_c - e_0|$  达到最小, 所对应的灰度阈值即为所求。

以干密度为  $1.3 \text{ g/cm}^3$ 、压实度为  $81.2\%$  的试样为例, 简要说明上述过程: 首先, 将 CT 扫描得到的灰度图, 如图 2(a), 初选灰度阈值 127 进行二值化, 得到黑白图像, 如图 2(b), 其中黑色区域为孔隙; 采用相同的灰度阈值对该试样的 30 个扫描剖面进行二值化处理, 对处理后的黑白图像进行统计, 进而可得试样的平均孔隙率计算值为  $68.5\%$ ; 经试算, 最终确定取灰度阈值为 184, 此时试样的平均孔隙率计算值为  $52.1\%$ , 与该试样的实际平均孔隙率  $52.7\%$  间差异最小。



(a) CT 扫描所得的灰度图 (b) 二值化处理后的图像

注: 压实度  $81.2\%$  组  $6 \text{ mm}$  深断面。

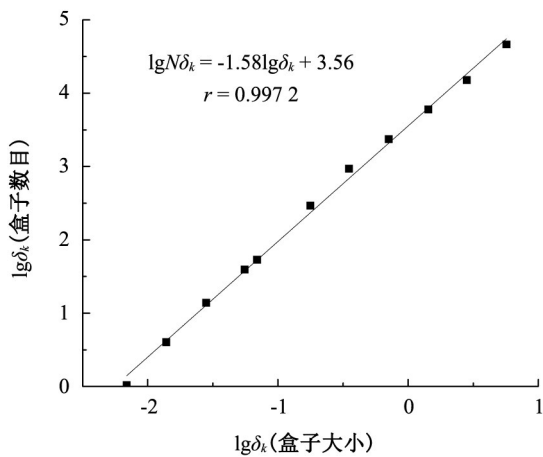
图 2 试样 CT 扫描灰度图以及对应的二值化图像

Fig.2 Sample CT scanning grey-scale image and its corresponding two value image

#### 2.1.2 孔隙分形维数的确定

二值化法处理后的 CT 图像, 采用常见的计盒维数法来确定孔隙分形维数。具体方法是: 用不同边长  $\delta_k$  的“盒子”覆盖图像中的基质区域, 统计所需的盒子数  $N_{\delta k}$ 。然后利用最小二乘法对系列数据点  $(-\lg \delta_k, \lg N_{\delta k})$  进行线性拟合, 得到拟合直线方程:  $\lg N_{\delta k} = D_B \times (-\lg \delta_k) + b$ , 该直线方程的斜率  $D_B$  即为孔隙分形维数。

同样以干密度为  $1.3 \text{ g/cm}^3$ 、压实度为  $81.2\%$  的试样  $6 \text{ mm}$  剖面处理后的 CT 图像, 图 2(b) 为例, 简要说明上述过程: 在图像中央选择  $200 \times 200$  个像素点作为计算区域, 以消除可能的边界影响。用 MATLAB 软件对其进行处理, 得到灰度矩阵, 并以 ASCII 格式存储文件。这个 ASCII 数据文件可看成一个  $200 \times 200$  的方阵, 方阵中只有 0 和 255 两种数据, 其中 0 表示该像素点为黑色 (孔隙), 255 表示该像素点为白色 (基质)。用  $\delta_k \times \delta_k$  的小方阵覆盖这个大方阵, 统计所有包含有 255 的小方阵个数, 记



注：数据来自压实度 75% 组 1 mm 深断面。

图 3 双对数坐标下求计盒维数

Fig.3 The box counting dimension in double logarithmic coordinates

为  $N_{\delta k}$ 。改变  $\delta_k$  的大小，从而得到不同的  $N_{\delta k}$ 。在直角坐标系中绘出数据点  $(-\lg \delta_k, \lg N_{\delta k})$ ，如图 3，由拟合直线的斜率可得孔隙分形维数  $D_B=1.5828$ 。

### 2.2 灰度法

采用灰度法进行 CT 图像分析时，不需要对图像灰度信息进行处理，但在确定孔隙分形维数时，需对“盒子”作重新定义。这里，仍在 CT 扫描所得灰度图像中央选择  $200 \times 200$  个像素点作为计算区域，若将每个像素点上的灰度值看成其高程，这样原图像灰度分布可看成是一个高低起伏的灰度空间曲面。此时，采用底面为  $\delta_k \times \delta_k$ 、高度为  $H_k$  的立方体盒子来覆盖该灰度空间曲面。

$$H_k = I_{\max} \cdot \frac{\delta_k}{L} \tag{1}$$

其中， $I_{\max}$  为图像中最大灰度值、 $\delta_k$  为盒子边长（即测量尺度）、 $L$  为图像边长（这里为 200）。统计覆盖灰度空间曲面所需的盒子数量  $N_{\delta k}$ ，将数据点  $(-\lg \delta_k, \lg N_{\delta k})$  用最小二乘法进行拟合，所得斜率  $D_B$  即为用灰度法处理时的孔隙分形维数。

## 3 结果分析与讨论

### 3.1 二值化法处理结果分析

采用 2.1 所述方法，对不同干密度黏土试样所得 CT 扫描图像进行二值化法处理，统计不同扫描断面上的孔隙分形维数  $D_B$  与该断面的平均孔隙率  $n$ ，在直角坐标系中点绘  $(n, D_B)$  如图 4。图中同时也列

入了文献 [14] 中的岩石材料的 CT 扫描图像二值化法处理结果。可以看出，平均孔隙率越大，其孔隙分形维数也越大，对于这 4 类岩土体材料，其孔隙分形维数与平均孔隙率之间均呈现为幂函数关系。这表明，岩土体越疏松，其孔隙的尺寸大小、空间分布、结构形态等的差异就越大，即孔隙结构就越复杂，从而表现为孔隙分形维数也越大，这与彭瑞东 [14] 等研究结果相一致。

值得注意的是，图 4 还显示，不同密度的黏性土试样的数据点  $(n, D_B)$  都趋向同一条曲线；而对不同类型的岩土体，其拟合曲线并不重合，几种岩石材料的  $D_B-n$  关系曲线均在黏土  $D_B-n$  关系曲线的上方。这意味着，对同一类岩土材料，试样密度对  $D_B-n$  间关系的影响不大；而不同类岩土材料的  $D_B-n$  关系曲线间有一定差异。分析其原因，可能是由于不同类岩土材料，其基本物质组成（矿物成分、颗粒大小与形态等）及基质间的联结方式是不同的，从而表现出的孔隙结构特征也就有所差异， $D_B-n$  间的关系曲线也有所不同。

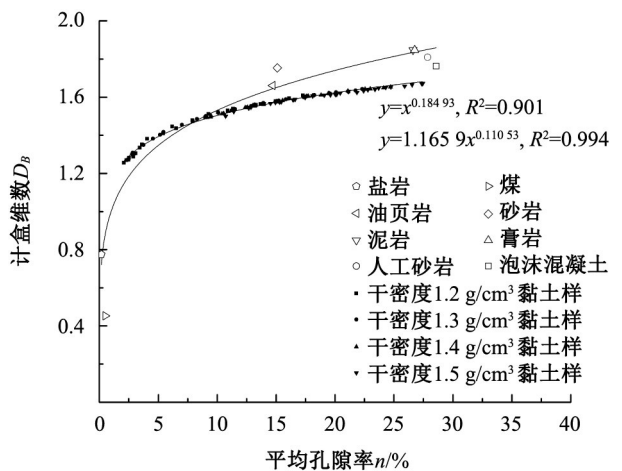


图 4 重塑土试样与不同岩石试样各层的孔隙率与对应的分形维数的规律

Fig.4 Relation of the porosity and the corresponding fractal dimensions of all the samples of cohesive soil and different kinds of rocks

### 3.2 灰度法处理结果分析

类似地，采用 2.2 所述方法，对不同干密度黏土试样的 CT 扫描图像进行灰度法处理，统计不同扫描断面上的孔隙分形维数  $D_B$  与该断面的平均孔隙率  $n$ ，在直角坐标系中点绘  $(n, D_B)$  如图 5。图中同时也列入了文献 [14] 中几种岩石材料（泥岩、人工砂岩、泡沫混凝土）的 CT 扫描图像灰度法处理结果。

可以看出, 整体上, 几种岩土材料试样的孔隙分形维数均随平均孔隙率的增大呈现略增大的趋势, 试样的平均孔隙率从 0.17% 增大到 26.62% 时, 其孔隙分形维数的波动范围在 2.518 到 2.636 之间, 增幅在 4.6% 左右。图 5 显示, 对不同密度的黏性土试样, 各组数据点的趋势线各不相同, 分别呈现近似线性关系, 4 组试样的数据点 ( $n$ ,  $D_B$ ) 未趋向同一条曲线。这可能是由于采用灰度法处理时, 保留了孔隙结构更多的信息, 从而能分辨不同密度试样间的微观结构差异的缘故。

值得注意的是, 采用灰度法处理时, 几种岩石试样的  $D_B$ - $n$  关系曲线位于黏土试样  $D_B$ - $n$  关系曲线的下方, 这与前述二值化法结果不同。考虑到岩石中基质间联结强度相对较高, 结构相对更致密, 孔隙分布较均匀; 而黏土中基质间胶结相对较弱, 颗粒空间排列相对灵活, 从而在相同密实程度下其孔隙形态更复杂, 孔隙分形维数也就越高。可见, 由灰度法得到的结果较合理地反映了不同类型岩土体微观结构特征之间的差异。

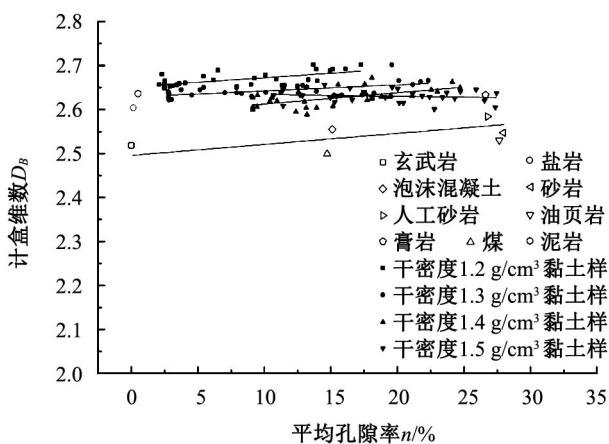


图 5 直接基于灰度图像计算出的孔隙率与对应分形维数间的规律

Fig.5 Relation of the porosity and the corresponding fractal dimensions directly based on gray scale

### 3.3 两种方法的特点分析和讨论

#### 3.3.1 二值化法

从上述两种方法的应用情况来看, 二值化法处理过程简单, 所得到的  $D_B$ - $n$  关系曲线的规律性较强, 能够较好地反映岩土体孔隙结构特征。该方法应用的关键在于灰度阈值的确定: 若阈值偏高, 会将部分基质误划定为孔隙, 导致统计得到的孔隙率大于实际值, 反之则偏小。以试样的实际平均孔隙率为

基准, 校验图像处理中的平均孔隙率计算值, 进而确定灰度阈值是一种较可行的方法。本文和文献 [9] 中均采用了这种方法, 取得较好效果: 几种不同类型的岩土材料的孔隙分形维数与平均孔隙率之间均都呈现为幂函数关系; 不同类型的材料的函数关系曲线不一样, 并且这种函数规律不受土样压实度 (密度) 影响。

但也有学者曾指出, 二值化法是一种过度简化的处理方式 [15], 采用这种方法可能忽略岩土材料中部分微细结构信息, 从而导致统计确定孔隙结构分形特征时出现偏差。从图 4 来看, 几种岩石试样的  $D_B$ - $n$  关系曲线位于黏土试样  $D_B$ - $n$  关系曲线的上方, 这可能正是采用二值化法处理所造成的。

#### 3.3.2 灰度法

灰度法是直接基于灰度图像进行统计分析的方法, 其结果依赖于图像的质量。灰度图可分为 8 位、16 位、24 位、32 位等多种类型, 位深越大, 意味着像素点的灰度分级越多, 即图像中有越多深浅不同的颜色, 原图像保留的信息也就越多, 即质量越高。

根据作者的经验, 采用 8 位灰度图是较合适的。其主要原因是: CT 扫描所得图像中像素点的灰度值一方面取决于岩土体微元的密度等物理属性, 同时也受扫描过程中射线源的电压、电流等外界因素的影响。灰度值大小反映的是岩土体不同位置处的相对密度差异。由于岩土体密度通常较大, 即使选择 16 位或更高的位深, CT 图像上各像素点的灰度值总体多集中在相对较小的范围内, 图 6 为试样断面图像在不同位深数下通过灰度法所得的分形维数, 随着图像位深数的增加, 分形维数数值随之增加, 增幅 3.5% 左右。在实际操作过程中, 为增强对比度, 往往需要将原图像映射 (转换) 到 8 位位深。并且, 图像位深越高, 所需要的存储容量也就越大, 在图像处理计算时需要更长的时间。综合考虑精度和效率等因素, 对 CT 扫描图像进行统计计算时, 宜采用 8 位灰度图。

将灰度法应用于几种不同类型的岩土材料时, 也取得较好的效果: 岩土材料的孔隙分形维数与其平均孔隙率的  $D_B$ - $n$  关系曲线近似呈直线关系, 相对较疏松的黏土材料具有比岩石材料更复杂的孔隙结构, 从而其孔隙分形维数也相对较大, 表现为黏土试样  $D_B$ - $n$  关系曲线位于几种岩石试样的  $D_B$ - $n$  关系曲线的上方。采用灰度法也存在不足: 在本文观测范围内, 孔隙分形维数随平均孔隙率增大而变化的

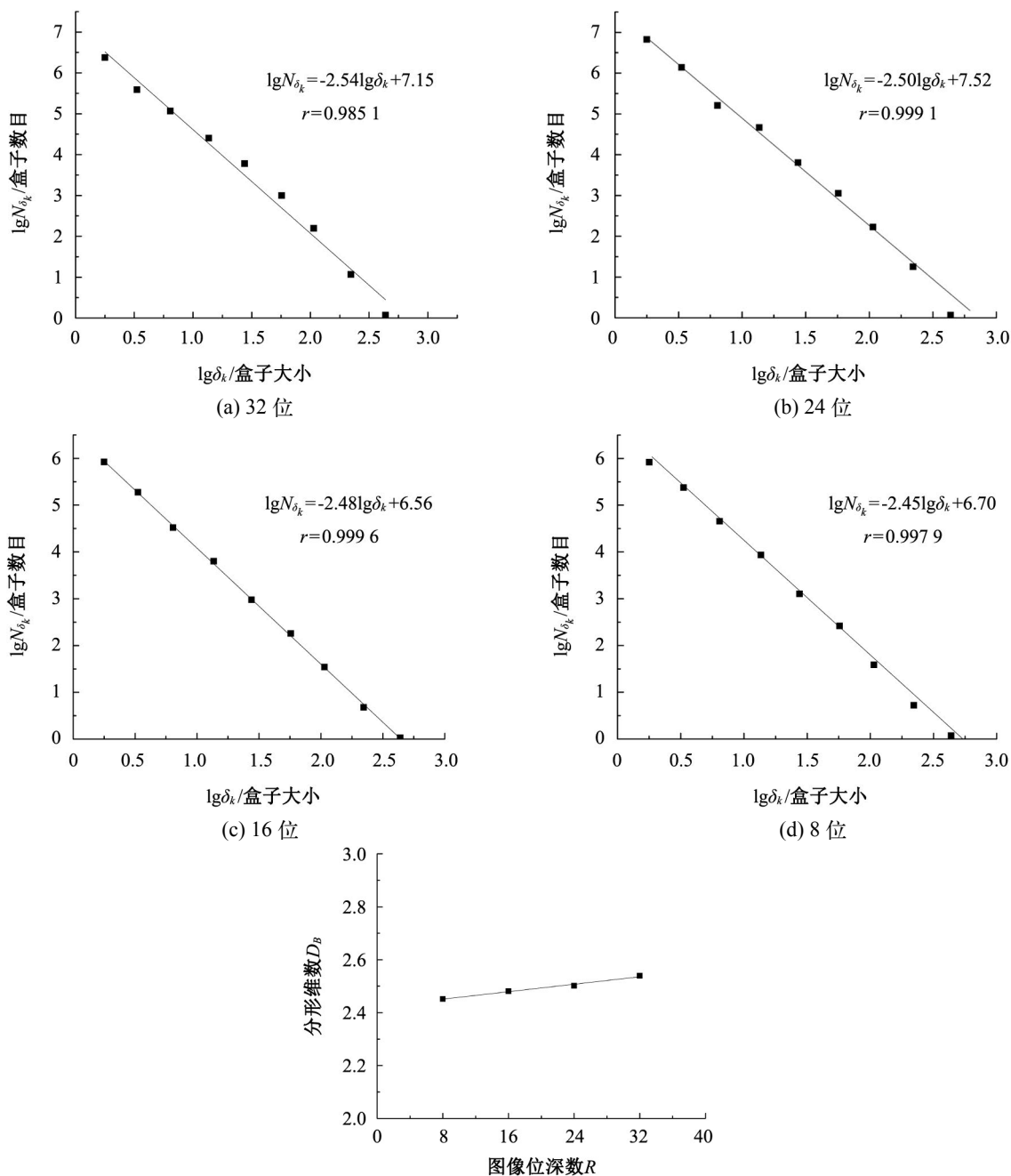


图 6 不同位深的图像灰度法所得分形维数

Fig.6 The fractal dimensions of different image bit depth by gray scale method

幅度不大, 不超过 3.04%; 也就是, 由该方法得到的孔隙分形维数难以反映岩土体密实程度不同对孔隙结构的影响。这可能与分形维数确定时覆盖所用立方体盒子的形式有关, 有待进一步研究。

#### 4 结论

1) 对于黏性土、岩石、泡沫混凝土等不同岩土材料, 采用二值化法所得的孔隙分形维数与其平均

孔隙率之间均呈较好的幂函数关系; 这个函数关系与岩土材料的类型有关, 而基本不受试样密度的影响。而采用灰度法时, 不同岩土材料的孔隙分形维数随其孔隙率的增大呈现微弱增大趋势, 呈近似线性关系。

2) 二值化法处理的关键取决于灰度阈值的确定; 以试样的实际平均孔隙率为基准, 校验图像处理中的平均孔隙率计算值, 进而确定灰度阈值是一种较可行的方法。灰度法则较好地保留了更多的原始图

像信息, 使用时选择 8 位灰度图是较为适宜的。

3) 二值化法相对简便, 但可能忽略岩土材料中部分微细结构信息, 导致结果出现偏差; 灰度法较好地保留了更多的原始图像信息, 但所得孔隙分形维数变化幅度偏小, 对分形维数的确定方法有待进一步研究。

#### 参考文献:

- [1] 雷华阳, 姜岩, 陆培毅, 等. 交通荷载作用下结构性软土的孔径分布试验 [J]. 中国公路学报, 2009(2): 6-11.
- [2] BOER R D. Reflections on the Development of the Theory of Porous Media [J]. Applied Mechanics Reviews, 2003, 56(6): 94-7.
- [3] OLESCHKO K B, FIGUEROA S, MIRANDA M E, et al. Mass Fractal Dimension and Some Selected Physical Properties of Contrasting Soils and Sediments of Mexico [J]. Soil and Tillage Research, 2000, 55: 43-61.
- [4] TAO Gaoliang, ZHANG Jiru. Two Categories of Fractal Models of Rock and Soil Expressing Volume and Size-Distribution of Pores and Grains [J]. Chinese Science Bulletin, 2009, 54(23): 4458-4467.
- [5] 郎颖娴, 梁正召, 段东, 等. 基于 CT 试验的岩石细观孔隙模型重构与并行模拟 [J]. 岩土力学, 2019, 40(3): 1204-1212.
- [6] 马志强, 左艳丽, 卢春华. 计算机断层扫描 (CT) 技术在矿物岩石细观结构观测中的应用 [J]. 化工矿物与加工, 2019, 48(3): 4-8.
- [7] 王巍, 刘京红, 史攀飞. 基于 CT 处理技术的岩石细观破裂过程的分形分析 [J]. 河北农业大学学报, 2015, 38(3): 124-127.
- [8] 冯杰, 郝振纯. 分形理论在描述土壤大孔隙结构中的应用研究 [J]. 地球科学进展, 2004(S1): 270-274.
- [9] 何娟, 刘建立, 吕菲. 基于 CT 数字图像的土壤孔隙分形特征研究 [J]. 土壤, 2008(4): 662-666.
- [10] 陈学松, 吴爱祥, 杨保华, 等. 基于 CT 图象法的矿岩散体孔隙结构分形特征研究 [J]. 金属矿山, 2007(10): 75-77.
- [11] 周尚志, 党发宁, 陈厚群, 等. 基于单轴压缩 CT 实验条件下混凝土破裂分形特性分析 [J]. 水力发电学报, 2006(5): 112-117.
- [12] 尹小涛, 王水林, 党发宁, 等. CT 实验条件下砂岩破裂分形特性研究 [J]. 岩石力学与工程学报, 2008(S1): 2721-2726.
- [13] 彭瑞东, 杨彦从, 鞠杨, 等. 基于灰度 CT 图像的岩石孔隙分形维数计算 [J]. 科学通报, 2011, 56(26): 2256-2266.
- [14] 彭瑞东, 谢和平, 鞠杨. 二维数字图像分形维数的计算方法 [J]. 中国矿业大学学报, 2004(1): 22-27.

(责任编辑 王利君)