文章编号:1673-9469(2022)02-0045-07

DOI: 10. 3969/j. issn. 1673-9469. 2022. 02. 007

橡胶混凝土受压破坏机理的余能基面力元分析

付 航,马东翼,王 耀*

(北京工业大学城市建设学部,北京 100124)

摘要:建立橡胶混凝土二维混合随机骨料模型,基于余能原理基面力元法对橡胶混凝土的细观 力学性能进行分析,获得了应力-应变曲线图、破坏过程图和最大主应力、应变云图,模拟了橡胶混 凝土破坏过程,分析了橡胶混凝土受压破坏机理,并探究了橡胶颗粒的不同粒径及掺量对橡胶混 凝土抗压强度的影响。结果表明,抗压强度随着橡胶掺量的提高,明显降低。相同掺量下,采用 大粒径的橡胶颗粒可以使抗压强度略有提高。破坏最开始发生于橡胶颗粒较为密集区域,故而 在配置橡胶混凝土时应尽量将橡胶颗粒分散均匀。该模型为分析并预测橡胶混凝土的细观力学 性能提供了新方法。

关键词:橡胶混凝土;余能原理;基面力元法;抗压强度;破坏机理;橡胶掺量;橡胶粒径 中图分类号:TU528.0 文献标识码:A

Analysis of Compression Failure Mechanism of Rubber Concrete by Base Force Element Method Based on Complementary Energy Principle

FU Yu, MA Dongyi, WANG Yao*

(Department of Urban Construction, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

Abstract: The two-dimensional mixed random aggregate model of rubber concrete is established, and the meso mechanical properties of rubber concrete are analyzed by base force element method based on the complementary energy principle. The stress-strain curve, failure process diagram and maximum principal stress and strain cloud diagram are obtained. The failure process of rubber concrete is simulated, the compression failure mechanism of rubber concrete is analyzed, and the influence of different particle sizes and contents of rubber particles on the compressive strength of rubber concrete is explored. The results show that the compressive strength decreases obviously with the increase of the rubber content. At the same dosage, the compressive strength can be slightly improved by using rubber particles with a large particle size. The damage first occurs in the area with dense rubber particles, so the rubber particles should be dispersed evenly as far as possible when configuring rubber concrete. The model can reasonably simulate the failure process of rubber concrete under uniaxial compression, and provides a new method for analyzing and predicting the micromechanical properties of rubber concrete.

Key words: rubber concrete; complementary energy principle; Base Force Element Method; compressive strength; failure mechanism; rubber content; rubber particle size

当今社会汽车更新速度很快,造成了大量轮 胎的废弃,对环境造成了严重的污染。将废旧轮 胎切碎、粉磨制成的橡胶混凝土是一种满足可持 续发展的绿色建筑材料,如果将其充分应用,不仅 解决了大量废旧轮胎堆积问题,还可以保护环境。 橡胶粒或橡胶粉作为浇筑材料制备成的橡胶混凝 土具有抗冲击性能好、韧性强、抗腐蚀能力强的优 点,因而受到国内外学者的广泛关注,并渐渐被应

收稿日期:2022-01-24

基金项目:国家自然科学基金资助项目(10972015)

作者简介:付毓(1997-),男,河北衡水人,硕士研究生,从事结构新体系与高性能材料方面的研究。

^{*}通讯作者:王耀(1986-),男,山东菏泽人,博士,讲师,从事再生混凝土方面的研究。

用于工程中。

宏观试验是研究橡胶混凝土的基本手段, 1993年,Eldin 等^[1]首先讨论了橡胶颗粒对混凝土 抗压和抗折强度的影响,研究表明,橡胶混凝土的 强度随橡胶含量的增加而降低,但韧性和吸能能 力显著增加。2004年,熊杰等^{[2}通过试验也得到 了相同结论。Toutanji^[3]通过试验研究了橡胶含量 和粒径对混凝土受压性能的影响,表明橡胶粒径 的影响占主导地位。刘峰等^[4]通过大量试验提出 了橡胶混凝土的强度公式,并根据实测应力-应变 曲线,提出了有参数的单轴受压本构方程。相对 宏观试验,橡胶混凝土的数值分析研究起步较晚。 2006年,刘春生等^[5]在细观层面上将橡胶混凝土 看成由粗骨料、橡胶骨料和水泥浆组成的三相复 合材料进行计算分析。2016年,王娟等^[6]在前人 基础上考虑了骨料与砂浆的界面和初始缺陷,建 立了考虑初始缺陷的橡胶混凝土计算模型。杨朝 霞^[7]在此基础上研究了橡胶掺量、粒径和界面缺 陷含量对橡胶混凝土力学性能的影响。薛刚等^[8] 利用 ABAQUS 模拟橡胶混凝土内部裂纹的发展 过程。

以往对橡胶混凝土的模拟都是基于常规的势 能原理有限元法,而基于余能原理有限元方法的 研究尚未见报道。基于余能原理基面力元法^[9]研 究橡胶混凝土力学性能,既扩展了该方法的应用 范围,也为橡胶混凝土的模拟提供一种新的可能。 本文将橡胶混凝土视为由粗骨料、橡胶颗粒、砂 浆、粗骨料与砂浆界面、橡胶与砂浆界面组成的五 相介质复合材料。使用 Fortran 程序生成橡胶混凝 土二维混合随机骨料模型。基于余能原理基面力 元法进行受力分析,获得了压缩应力-应变曲线图, 并将数值模拟结果与试验数据进行对比。研究了 橡胶颗粒大小和含量对橡胶混凝土抗压强度的影 响,绘制了缝纹发展过程图,分析其破坏机理。

1 余能原理基面力元法

传统的余能原理有限单元法构造单元的应力 插值函数需要满足的平衡条件较多,积分求解单 元的柔度矩阵计算量大,效率低,导致余能有限元 法的应用受限。2003年,高玉臣^[10]提出了基面力 的概念,与传统的应力张量比较,它的表达简洁, 采用直接表达法表示柔度矩阵,避免了复杂的运 算。彭一江^[9]基于这个理论思路建立了基于余能 原理的基面力元法,提高了计算效率。 余能原理基面力单元法的核心是单元柔度矩阵的生成^[9],本文采用四边形边中节点基面力单元,如图1所示。



图 1 四边形边中节点单元 Fig. 1 Quadrilateral element with node at midpoint

T',*T'*,*T''*,*T''*为作用在各边中节点上的面力的合力。柔度矩阵显式表达式推导过程如式(1)—(5)所示。平面单元的平均应力为

$$\overline{\sigma} = \frac{1}{A} T^{I} \otimes P_{I} \tag{1}$$

式中: P₁ 一原点指向边中节点的径矢。

单元余能为

$$W_{\rm C}^{\rm e} = \frac{(1+v) V}{2E} \left[\overline{\sigma}_{:} \overline{\sigma} - \frac{v}{1+v} (\sigma_{:} U)^2 \right] \quad (2)$$

式中: *E*—弹性模量, GPa; *v*—泊松比; *U*—单位 张量。

二维单元余能为

$$W_{\rm C}^{\rm e} = \frac{(1+v)}{2EA} \left[(T^{I} \cdot T^{J}) p_{IJ} - \frac{v}{1+v} (T^{I} \cdot P_{I})^{2} \right]$$
$$(I, J = 1, 2, 3, 4)$$
(3)

式中:A—单元面积;I、J—单元的第I边与第J边; p_{II} — P_{I} 和 P_{I} 的点积。

T' 对应的广义位移 δ_1 为

$$\delta_I = \frac{\partial W_C^e}{\partial T^I} = C_{IJ} \cdot T^J \tag{4}$$

式中: C1 一单元柔度矩阵显式表达式。

$$C_{IJ} = \frac{1+v}{EA} \left(p_{IJ}U - \frac{v}{1+v} P_I \otimes P_J \right)$$

(I,J = 1,2,3,4) (5)

2 细观数值模型

(

2.1 橡胶混凝土混合随机骨料模型

本文在细观层次上将橡胶混凝土视为由天然 骨料、橡胶、砂浆、骨料-砂浆界面、橡胶-砂浆界面 组成的五相复合材料。其中粗骨料是混凝土的重 要组成部分,骨料形状作为骨料重要特征之一,对 混凝土力学性能的影响不可忽视。目前已有的橡 胶混凝土随机骨料模型,通常将骨料简化成圆 形^[5-8]。虽然这种简化在一定程度上是合理的,但 与骨料实际形状仍有很大差异,无法表征骨料棱 角位置的应力集中现象。

本文建立了尺寸为 100 mm×100 mm 橡胶混凝 土二维模型,将粗骨料分为 20~15 mm、15~10 mm、 10~5 mm 三个粒径范围,由 Walraven 公式^[11]确定 橡胶混凝土模型中各粒径范围圆形骨料的面积, 并根据代表粒径计算圆形骨料数量。现分别用平 均粒径 4 mm 和 2 mm 的橡胶粒按 10%、20%、30% 掺量等体积替代细骨料,细骨料含量由实验^[12-13] 计算得到,如式(6),从而算出橡胶颗粒数量。各 粒径范围粗骨料数及橡胶颗粒数见表 1、表 2。随 后根据蒙特卡罗法投放骨料,生成随机圆骨料模 型,如图 3(a)所示。

$$P_s = m_s / \rho_s = 780/2\ 650 \approx 0.3$$
 (6)

式中: P_s — 细骨料占混凝土体积分数; m_s — 单位体积中细骨料质量, kg/m^3 ; ρ_s — 细骨料表观密度, kg/m^3_o .

表1 粗骨料颗粒数

Fab. 1	l	Number	of	coarse	aggregate	particles
--------	---	--------	----	--------	-----------	-----------

粗骨料粒径/mm	粗骨料颗粒数量
15~20	2
10~15	9
5~10	36

表 2 不同粒径及掺量下橡胶颗粒数

Tab. 2 Number of rubber particles under different

particle size and content					
橡胶掺量	4 mm 橡胶颗粒数量	2 mm 橡胶颗粒数量			
10%	23	95			
20%	47	190			
30%	71	286			

随后,在圆形骨料试件模型的基础上,利用多 边形骨料生成方法^[14],仅在粗骨料的圆内生成内 接多边形,形成基框架,控制各边的最小长度 *L*_{min}, 使骨料圆心在生成的多边形内部。

*L*_{min} = 2*R* · sin(π/2(*n* - 1)) (7) 式中:*L*_{min} 为最小边长; *R* 为骨料半径; *n* 为多边形 基框架顶点数。

之后从基框架较长边开始延展,在以边长为 直径的圆内插入随机点 P,P 点坐标为

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}(x_A + x_B) + \frac{1}{2}L_{AB} \cdot E \cdot \cos(2\pi F) \\ y = \frac{1}{2}(y_A + y_B) + \frac{1}{2}L_{AB} \cdot E \cdot \sin(2\pi F) \end{cases}$$
(8)

式中:E、F为(0,1)内的随机数。

依次将每个圆的基框架向外延展,保证延展 后的骨料不与其他骨料和橡胶颗粒重合,直至达 到圆的面积。凸骨料生成过程如图2所示,橡胶混 凝土凸骨料与圆形橡胶混合投放随机骨料模型如 图3(b)所示。



图 2 凸骨料生成过程 Fig. 2 Convex aggregate formation process





 (a) 圆骨料模型
 (b) 混合随机骨料模型

 图 3 橡胶混凝土随机骨料模型

 Fig. 3 Random aggregate model of rubber concrete

本文选取二维四边形单元网格剖分方法,为 尽量准确模拟界面单元,网格剖分尺寸取0.5 mm。 将网格投影到随机骨料模型中,根据单元节点在 网格内的数量对单元进行判断并赋予单元属性。

2.2 本构模型

骨料与橡胶颗粒在小变形下为线弹性,采用 线弹性本构关系。

砂浆及界面在接近峰值应力时,会出现非线性特征,为更好模拟其力学性能,采用多折线受压损伤本构模型^[15]如图4所示。



图 4 多折线受压损伤本构模型

Fig. 4 Multi polygonal line compression constitutive model

在受压损伤本构模型中,材料的受压损伤变 量记为 *D*_e,*D*_e见式(9):

$$D_{c} = \begin{cases} 1 - \frac{\alpha}{\lambda}, & \varepsilon_{\max} \leq \lambda \varepsilon_{c0} \\ 1 - \frac{1 - \alpha}{1 - \lambda} \frac{\varepsilon_{\max} - \lambda \varepsilon_{c0}}{\varepsilon_{\max}} - \alpha \frac{\varepsilon_{co}}{\varepsilon_{\max}}, & \lambda \varepsilon_{c0} < \varepsilon_{\max} \leq \varepsilon_{c0} \\ 1 - \frac{1 - \beta}{1 - \gamma} \frac{\varepsilon_{\max} - \varepsilon_{c0}}{\varepsilon_{\max}} - \frac{\varepsilon_{c0}}{\varepsilon_{\max}}, & \varepsilon_{c0} < \varepsilon_{\max} \leq \gamma \varepsilon_{c0} \\ 1 - \frac{\beta \varepsilon_{c0}}{\varepsilon_{\max}}, & \gamma \varepsilon_{c0} < \varepsilon_{\max} \leq \eta \varepsilon_{c0} \\ 1, & \varepsilon_{\max} > \eta \varepsilon_{c0} \end{cases}$$

(9)

式中: ε_{c0} 为峰值应变, λ 为弹性应变系数, γ 为残 余应变系数, η 为极限应变系数, α 为弹性抗压强 度系数, β 为残余抗压强度系数。

2.3 材料参数

骨料和橡胶颗粒的材料参数由文献^[16,17]确定,砂浆的材料参数由参考文献^[18]中的经验公式确定:先将试验^[12]中橡胶混凝土水灰比代入式(10),求得抗压强度,再将抗压强度代入式(11)、(12),求得砂浆弹模和抗拉强度。根据文献[19-20],骨料与砂浆界面参数为砂浆材料参数的65%,橡胶与砂浆界面参数为砂浆材料参数的35%。各相介质材料参数取值见表3。

$$f_{\rm c} = \left(\frac{1}{w/c} - 0.5\right) / 0.047 \tag{10}$$

$$E_{\rm m} = 1\ 000(7.\ 7\ln(f_{\rm c}) - 5.\ 5)$$
 (11)

 $f_{\rm t} = 1.4 \ln(f_{\rm c}) - 1.5$ (12)

式中: E_{m} — 砂浆弹性模量, GPa; f_{t} — 砂浆抗拉强度, MPa; f_{c} — 砂浆抗压强度, MPa; w/c — 水灰比。

表	3	各相介	质材	料参数
~	•	H H / I	122 1.2	1122

Tab. 3 Material parameters of each phase 1	medium
--	--------

	抗压强度	抗拉强度	弹性模量	近ねい
开顶	/MPa	/MPa	/GPa	伯松比
骨料	100	10	55	0.16
橡胶	—	—	0.07	0.49
砂浆	24	3	20	0.22
骨料-砂浆界面	15.60	1.95	13	0.20
橡胶-砂浆界面	8.40	1.05	7	0.20

3 数值模拟及破坏机理分析

3.1 加载模型

本文对 100 mm×100 mm 试件进行二维单轴 压缩数值模拟。为了减少骨料分布对力学性能的 影响,在骨料与橡胶颗粒含量不变的情况下,进行 三次随机投放,生成三个混合随机骨料模型,如图 5 所示。图中灰色为砂浆,青色为骨料,黑色为橡





Fig. 5 Schematic diagram of model

采用如图 6 所示的加载模型进行加载。限制 底部所有点的竖向位移。为了避免刚体移动,限 制底部中间节点的水平位移。加载方式为等位移 增量加载,加载步长为 0.01 mm /加载步。



图 6 受压加载模型 Fig. 6 Compression loading model

3.2 试验对比

采用余能原理基面力元法进行受力分析,获得了应力-应变曲线。以应力与峰值应力 σ_0 的比值为纵坐标,以应变与峰值应变 ε_0 的比值为横坐标,绘制橡胶混凝土归一化应力-应变曲线图,并与试验结果^[12]进行比较,如图 7 所示。







三个不同试件的峰值应力分别为 16.07、 17.01 和 16.66 MPa,平均峰值应力为 16.58 MPa, 与胡艳丽等试验数据^[12]吻合较好,其中试验实测 值为 16.45 MPa,与本文结果相差在 4%以内;平均 值与试验数据仅相差 0.7%。

通过对比可以发现,数值模拟结果和试验的 抗压强度相差不大,应力-应变曲线在上升段拟合 良好,但下降段数值模拟结果比试验结果略缓,这 可能是因为实际中混凝土有较多孔隙和缺陷,这 些缺陷会使混凝土更易发生脆性破坏,所以强度 降低较快。对比结果初步验证了使用余能原理基 面力元法计算该模型的合理性与正确性。

3.3 破坏机理分析

采用 Fortran 程序绘制一个橡胶混凝土模型破坏过程图,如图 8 所示。图中砂浆为浅灰色,骨料为红色,橡胶为蓝色,界面单元为白色,损伤单元为深灰色,破坏单元为黑色。

由图可知,破坏单元最开始出现在橡胶与砂浆界面处。随着进一步加载,粗骨料与砂浆的界面出现破坏,同时相邻较近的橡胶之间的砂浆开始破坏,形成明显的裂缝,裂缝在橡胶颗粒较为密集的区域开始发展。继续加载,当试件到峰值强度附近时,粗骨料与砂浆的界面开始大量破坏,橡胶周围的裂缝会和附近的粗骨料与砂浆界面的裂缝连通,形成更长的裂缝。随后裂纹变长变宽,最后裂纹贯通呈沙漏状,裂纹与水平夹角为45°~60°。

使用 Matlab 绘制橡胶混凝土模型不同加载步



(a) 35%峰值应力



(b) 80%峰值应力

下最大主应变云图与最大主应力云图,如图9、图 10所示。由图可知,加载初期,由于砂浆和粗骨料 的弹模远大于橡胶的弹模,橡胶颗粒周围的应力、 应变较大。随着加载的进行,出现应力、应变集中 现象,橡胶与砂浆界面单元开始破坏。当加载到 峰值应力时,应力、应变集中现象加剧,发生应力、 应变重分布,破坏单元周围单元应力、应变明显提 高,随后开始破坏,导致裂纹扩展连通并变宽,橡 胶周围裂缝与骨料界面处裂缝连通。随着加载继 续进行,裂缝间相互连通,发生贯穿现象,各处应 力均减小,但应变继续增大。

通过应力分布图,可以看出橡胶附近区域最 先出现应力集中现象,因此在制备橡胶混凝土时 应当将橡胶颗粒充分分散,以达到更高的抗压 强度。

通过应变分布云图,可以直观准确地看出裂 纹从出现到发展的全过程,该应力分布特征和破 坏图中裂纹特征完全一致,验证了损伤破坏图的 正确性。

4 橡胶掺量、粒径对抗压强度的影响

为了研究橡胶掺量、粒径对抗压强度的影响, 采用上文建立的橡胶混凝土混合随机骨料模型对



(c) 100%峰值应力



(d) 40%峰值应力(下降段)



图 8 模型破坏过程图 Fig. 8 Model failure process



Fig. 9 Maximum principal strain contour plots



图 10 最大主应力云图

Fig. 10 Maximum principal stress contour plots

橡胶粒径为4、2 mm 及掺量分别为0%、10%、20%、 30%的橡胶混凝土试件进行单轴压缩数值模拟。 模型尺寸为100 mm×100 mm,以掺量为0%的试件 作为对照组。为了降低骨料随机性的影响,对每 个类型的橡胶混凝土随机投放三次。各试件抗压 强度模拟结果见表4。不同粒径、掺量对橡胶混凝 土抗压强度的影响如图11 所示。

表 4	不同橡胶粒径、	掺量的橡胶混凝土计算结果

Tab. 4 Calculation results of rubber concrete with

different particle size and content					
试件编号	数值模拟 结果/MPa	计算结果 平均值/MPa	平均值与对照 组强度比/%		
CRC-0-1	28.13				
CRC-0-2	27.99	27 82	100		
CRC-0-3	27.38	27.83			
CRC-4-10-1	20.83				
CRC-4-10-2	20.40	20 60	74.02		
CRC-4-10-3	20.56	20. 00	74.02		
CRC-4-20-1	16.07				
CRC-4-20-2	17.01	16 59	50 59		
CRC-4-20-3	16.66	16. 58	59.58		
CRC-4-30-1	12.87				
CRC-4-30-2	12.59	12 99	46 28		
CRC-4-30-3	13.19	12.00	40. 28		
CRC-2-10-1	19.72				
CRC-2-10-2	19.97	10.99	71 42		
CRC-2-10-3	19.96	19.88	/1.43		
CRC-2-20-1	15.58				
CRC-2-20-2	15.61	15 94	56 02		
CRC-2-20-3	16.33	13. 84	50.92		
CRC-2-30-1	11.92				
CRC-2-30-2	11.56	11 96	42 62		
CRC-2-30-3	12.11	11.80	42.02		

结合表 4 和图 11 可知, 普通混凝土抗压强度为 27.83 MPa, 当掺入橡胶粒径为 4 mm 时, 橡胶掺量为 10%、20%、30% 的橡胶混凝土抗压强度为 20.60、16.58、12.88 MPa, 分别为普通混凝土的



图 11 不同粒径、掺量对橡胶混凝土抗压强度的影响 Fig. 11 Effect of different rubber particle size on compressive strength of concrete

74.02%、59.58%、46.28%;当掺入橡胶粒径为2 mm时,橡胶混凝土抗压强度为19.88、15.84、11.86 MPa,分别为普通混凝土的71.43%、56.92%、42.62%。

由此可见,随着橡胶掺量的增加,橡胶混凝土 抗压强度明显降低,最大降低幅度为58%;当掺入 10%橡胶时,强度下降速率较大,随着掺量的增加 下降速率逐渐降低。橡胶掺量相同时,橡胶粒径 为2mm时的抗压强度略小于粒径为4mm的抗压 强度,并且随着橡胶掺量的增加,这种现象愈发明 显。这是因为随着橡胶颗粒粒径的减小,橡胶颗 粒的比表面积增大,比表面积的增大导致了橡胶 与砂浆之间的界面增多,使橡胶混凝土更易破坏, 所以橡胶混凝土的抗压强度降低。

5 结论

1)本文建立橡胶混凝土二维随机混合骨料模型,采用余能原理基面力元法对其单轴压缩过程进行模拟,得到试件的抗压强度与试验数据相差在4%以内,模拟结果平均值与试验仅相差0.7%。 说明该模型可以较好模拟橡胶混凝土的力学性能。 2)在单轴静态压缩状态下,橡胶与砂浆界面 处发生应力集中,破坏单元最先出现,并在橡胶密 集区域连通。随着加载的进行,凸骨料较长的边 与砂浆界面开始破坏,并和橡胶密集区域裂缝连 通,裂纹破坏加宽加大,裂纹主要方向为45°~60°。

3) 掺入的橡胶颗粒粒径相同时,橡胶混凝土 的抗压强度随掺量增加而显著降低,且随着橡胶 掺量的增加下降速率降低。当橡胶掺量相同时, 橡胶粒径4 mm时的抗压强度略大于粒径2 mm的 橡胶混凝土,并随着掺量的增加而愈发明显。因 此可以得知,橡胶掺量对橡胶混凝土的抗压强度 的影响程度显著大于橡胶粒径。

参考文献:

- [1] ELDIN N N, SENOUCI A B. Rubber-Tire Particles as Concrete Aggregate[J]. Journal of Materials in Civil Engineering, 1993, 5(4):478-496.
- [2]熊杰,郑磊,袁勇.废橡胶混凝土抗压强度试验研究 [J].混凝土,2004(12):40-42.
- [3] TOUTANJI H A. The Use of Rubber Tire Particles in Concrete to Replace Mineral Aggregates [J]. Cement & Concrete Composites, 1996, 18(2):135-139.
- [4]刘锋,潘东平,李丽娟,等.低强橡胶混凝土单轴受压本构关系的试验研究[J].建筑材料学报,2007(4):407-411.
- [5]刘春生,朱涵,李志国.橡胶集料混凝土抗压细观数值 模拟[J].低温建筑技术,2006(2):1-3.
- [6] 王 娟, 管巧艳, 冯凌云, 等. 橡胶混凝土轴压强度细观数 值仿真[J]. 中国科技论文, 2016, 11(13): 1516-1519.
- [7]杨朝霞.橡胶混凝土强度细观机理研究[D].郑州:郑 州大学,2017.
- [8]薛 刚,孙立所,许 胜,等.橡胶混凝土抗压性能及细观 破坏机理研究[J]. 沈阳建筑大学学报:自然科学版,

2020,36(6):1082-1090.

- [9] PENG Y J, LIU Y H. Base Force Element Method of Complementary Energy Principle for Large Rotation Problems [J]. Acta Mechanica Sinica, 2009(4):507-515.
- [10]GAO Y C. A New Description of the Stress State at a Point with Applications [J]. Archive of Applied Mechanics, 2003, 73(3-4):171-183.
- [11] WALRAVEN J C, REINHARDT H W. Theory and Experiments on the Mechanical Behaviour of Cracks in Plain and Reinforced Concrete Subjected to Shear Loading[J]. Heron, 1981, 26.
- [12] 胡艳丽,高培伟,李富荣,等.不同取代率的橡胶混凝 土力学性能试验研究[J].建筑材料学报,2020,023 (1):85-92.
- [13] 袁 群,冯凌云,袁 宾,等. 橡胶颗粒粒径和掺量对混凝 土性能的影响[J]. 人民黄河,2013,35(2):111-113.
- [14] 李运成,马怀发,陈厚群,等. 混凝土随机凸多面体骨 料模型生成及细观有限元剖分[J]. 水利学报,2006, 37(5):588-592.
- [15] 彭一江. 再生混凝土细观分析方法[M]. 北京:科学出版社,2018.
- [16] 过镇海. 混凝土的强度和变形:实验基础和本构关系 [M]. 北京:清华大学出版社,1997.
- [17]朱艳峰,刘锋,黄小清,等.橡胶材料的本构模型[J]. 橡胶工业,2006(2):119-125.
- [18] NAGAI K, SATO Y, UEDA T. Mesoscopic Simulation of Failure of Mortar and Concrete by 2D RBSM[J]. Journal of Advanced Concrete Technology, 2004, 2(3):359-374.
- [19] 陈惠苏,孙伟, STROEVEN P. 水泥基复合材料界面对 材料宏观性能的影响[J]. 建筑材料学报, 2005(1): 51-62.
- [20]徐宏殷.改性橡胶混凝土的配制与物理力学性能研究 [D].郑州:郑州大学,2015.

(责任编辑 周雪梅)