

一种不确定语言多属性群决策属性定权方法

山敏¹, 杨扬¹, 王超²

(1. 河北大学 管理学院, 河北 保定 071002; 2. 河北工程大学 经管学院, 河北 邯郸 056038)

[摘要]针对不确定语言多属性群决策问题中决策者们分别对属性赋权且赋权结果不一致的情况, 提出了一种确定属性权重的方法。该方法结合决策者的权重和决策信息的权重来确定属性权重。一个算例验证了该方法的有效性。

[关键词]多属性群决策; 不确定语言变量; 属性权重

doi:10.3969/j.issn.1673-9477.2013.01.010

[中图分类号] C934 **[文献标识码]** A **[文章编号]** 1673-9477(2013)01-0030-04

在对某些事物进行评估时, 决策者们很可能会给出定性的评价信息如不确定语言变量([一般, 好], [好, 较好]等), 因此对属性值为不确定语言变量的多属性群决策问题的研究具有重要的实际应用价值。在处理该类问题过程中, 属性权重是集结评价信息的关键。然而由于一些主客观因素, 属性权重往往是不完全甚至完全未知的。目前对属性权重信息不完全或者完全未知的不确定语言多属性群决策问题的研究已取得了一些成果。徐新清等^[1]通过建立方案综合属性值与决策者主观偏好值之间的投影模型来解决不确定多属性决策问题。卫贵武等^[2]对属性取值为不确定语言变量、属性权重信息不完全且对方案有偏好的多属性决策问题, 给出了解决该问题的线性规划模型。徐泽水^[3]给出了一种交互式的决策方法来求解属性权重信息不完全的语言型多属性决策问题。李朝玲等^[5]对权重信息未知的不确定语言多属性群决策问题, 提出了一种基于熵权系数法和二元语义的新的决策方法。

但是, 目前学者大多是研究属性权重部分未知或完全未知的不确定语言多属性群决策问题, 而在实际决策中, 更为常见的情况是决策者们分别对属性权重和属性值进行评估。这样, 由于决策者们专业知识的差异和个人偏好的不同, 他们不仅会对属性值有不同的评估值, 还会对属性权重赋予不同的值。因此本文对专家赋权结果不一致的不确定语言多属性群决策问题进行了研究。

一、预备知识

(一) 不确定语言变量的的相关定义

一般事先设定语言评估标度 $S = \{s_\alpha | \alpha = -L, \dots, L\}$ 。例如语言评估标度可取为 $S = \{s_{-5}, \dots, s_5\} = \{\text{极差, 很差, 差, 较差, 稍差, 一般, 稍好, 较好, 好, 很好, 极好}\}$ 。

定义 1^[6] 设 $\tilde{\mu} = [s_a, s_b]$, $s_a, s_b \in \tilde{S}$, s_a 和 s_b 分别是 $\tilde{\mu}$ 的下限和上限, 则称 $\tilde{\mu}$ 为不确定语言变量。

对于任意两个不确定语言变量 $\tilde{\mu} = [s_a, s_b]$, $\tilde{\nu} = [s_c, s_d] \in \tilde{S}$, $\beta, \beta_1, \beta_2 \in [0, 1]$, 定义它们的运算法则如下^[7]:

$$(1) \tilde{\mu} \oplus \tilde{\nu} = [s_a, s_b] \oplus [s_c, s_d] = [s_a \oplus s_c, s_b \oplus s_d] = [s_{a+c}, s_{b+d}];$$

$$(2) \beta \tilde{\mu} = \beta [s_a, s_b] = [\beta s_a, \beta s_b] = [s_{\beta a}, s_{\beta b}];$$

$$(3) \tilde{\mu} \oplus \tilde{\nu} = \tilde{\nu} \oplus \tilde{\mu};$$

$$(4) \beta(\tilde{\mu} \oplus \tilde{\nu}) = \beta \tilde{\mu} \oplus \beta \tilde{\nu};$$

$$(5) (\beta_1 + \beta_2) \tilde{\mu} = \beta_1 \tilde{\mu} \oplus \beta_2 \tilde{\mu}.$$

定义 2^[8] 设 $\tilde{\mu} = [s_a, s_b]$, $\tilde{\nu} = [s_c, s_d] \in \tilde{S}$ 是两个不确定语言变量, 则 $\tilde{\mu}$, $\tilde{\nu}$ 之间的距离定义为

$$d(\tilde{\mu}, \tilde{\nu}) = (|a-c| + |b-d|) / 2 \quad (1)$$

定义 3^[7] 设 $UEWAA: \tilde{S}^n \rightarrow \tilde{S}$, 若

$$UEWAA_w(\tilde{\mu}_1, \tilde{\mu}_2, \dots, \tilde{\mu}_n) = w_1 \tilde{\mu}_1 \oplus w_2 \tilde{\mu}_2 \oplus \dots \oplus w_n \tilde{\mu}_n \quad (2)$$

其中 $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ 为不确定语言变量 $\tilde{\mu}_i (i \in N)$ 的加权向量, 且 $w_j \in [0, 1] (j \in N)$, $\sum_{j=1}^n w_j = 1$, 则称函数 $UEWAA$ 是不确定的 $EWAA$ ($\tilde{U}EWAA$) 算子。

(二) 问题描述

设不确定语言多属性群决策的方案集 $X = (x_1, x_2, \dots, x_m)$, 属性集 $U = (u_1, u_2, \dots, u_n)$, 属性评价信息均为不确定语言变量, 语言评估标度 $S = \{s_{-L}, \dots, s_L\}$, $x_{ij} = [x_{ij}^L, x_{ij}^U] \in S$ 是专家对方案 X_i 第 j 个属性的语言评价信息。 $w^{(k)} = (w_1^{(k)}, w_2^{(k)}, \dots, w_n^{(k)})_{k=1, \dots, t}$ 为第 k 个专家对 n 种属性赋予的权重向量, 满足 $w_j^{(k)} \geq 0$, 且

$$\sum_{j=1}^n w_j^{(k)} = 1, k=1, 2, \dots, t, \text{ 专家 } D_k \text{ 的权重为 } g_k, \sum_{k=1}^t g_k = 1. \text{ 设}$$

[投稿日期] 2013-03-01

[基金项目] 国家自然科学基金(编号: 61073121); 河北省自然科学基金(编号: A2012201033, 编号: F2012402037); 河北省教育厅自然科学基金项目(编号: Q2012046, 编号: Q2012068)

[作者简介] 山敏(1988-), 女, 陕西户县人, 硕士研究生, 研究方向: 不确定信息处理。

$A^{(k)} = (\overline{a_{ij}})_{m \times n}^{(k)}$ 为专家 D_k 的决策矩阵，其中， $\overline{a_{ij}} = [s_{\alpha_{ij}}, s_{\beta_{ij}}] \in \tilde{S}$ ， $\tilde{S} = [s_{\alpha}, s_{\beta}]$ 为决策者对方案 $x_j \in X$ 按属性 $u_i \in U$ 进行测度所得方案的不确定语言型评价信息。

二、属性权重的确定

(一) 由决策者直接赋权得到的属性权重

由决策者直接赋权得到的属性权重是决策者根据自己的经验喜好以及对各指标的重视程度而赋予的值，带有很强的主观色彩。这部分权重主要靠专家经验知识直接确定，在本文中决策专家们分别赋予属性不同权重，所以可以直接利用简单加权法获得这部分权重。即：

$$w_j = \sum_{k=1}^t g_k w_j^{(k)} \quad (j=1, 2, \dots, n) \quad (3)$$

(二) 由评估值得到的属性权重

由评估值得到的属性权重是单纯利用评价信息获得的权重，它有很强的数学理论为依据，但是很少考虑到决策者的自身偏好。传统的根据评估值确定权重的方法主要是熵权法。但是熵权法主要针对的是实数，而不能应用于不确定语言型。在此本文就借鉴 TOPSIS 思想，应用 TOPSIS-熵权法来确定属性权重。主要步骤为：

步骤 1 确定不确定语言变量的正理想方案 x^+ 和负理想方案 x^- ，即

$$\begin{aligned} x^+ &= \{a_1^+, a_2^+, \dots, a_n^+\} \\ x^- &= \{a_1^-, a_2^-, \dots, a_n^-\} \end{aligned}$$

其中

$$a_j^+ = [a_{\alpha_j}^+, a_{\beta_j}^+] = [\max_k \max_i a_{\alpha_{ij}}^{(k)}, \max_k \max_i a_{\beta_{ij}}^{(k)}] \quad (4)$$

$$a_j^- = [a_{\alpha_j}^-, a_{\beta_j}^-] = [\min_k \min_i a_{\alpha_{ij}}^{(k)}, \min_k \min_i a_{\beta_{ij}}^{(k)}] \quad (5)$$

步骤 2 运用 UEWAA 算子集结 t 位决策者给出的决策方案 X_i 关于属性 u_j 的评价值 x_{ij} ，从而得到决策者对方案 X_i 关于属性 u_j 的综合评价值：

$$\begin{aligned} z_{ij} &(i=1, 2, \dots, m; j=1, 2, \dots, n) \\ z_{ij} &= UEWAA(x_{ij}^{(1)}, x_{ij}^{(2)}, \dots, x_{ij}^{(t)}) \\ &= g_1 x_{ij}^{(1)} \oplus g_2 x_{ij}^{(2)} \oplus \dots \oplus g_t x_{ij}^{(t)} \quad (6) \end{aligned}$$

步骤 3 结合公式 (1) 计算决策者对方案 X_i 关于属性 u_j 的综合评价值 z_{ij} 与方案 X_i 关于属性 u_j 的理想解 a_j^+ 和负理想解 a_j^- 之间的偏差。

$d_{ij}^+(x_j^+, x_{ij}), d_{ij}^-(x_j^-, x_{ij}) (i=1, 2, \dots, m; j=1, 2, \dots, n)$ 并计算各方案属性的相对贴近度：

$c_{ij} (i=1, 2, \dots, m; j=1, 2, \dots, n)$ ，得到矩阵 $C = (c_{ij})_{m \times n}$ 。其中：

$$c_{ij} = \frac{d_{ij}^-}{d_{ij}^+ + d_{ij}^-} \quad (7)$$

步骤 4 计算矩阵 $C = (c_{ij})_{m \times n}$ ，得到列归一化矩阵 $\hat{C} = (\hat{c}_{ij})_{m \times n}$ ，其中

$$\hat{c}_{ij} = \frac{c_{ij}}{\sum_{i=1}^m c_{ij}}, i=1, 2, \dots, m; j=1, 2, \dots, n \quad (8)$$

步骤 5 计算属性 u_j 输出的信息熵

$$E_j = -\frac{1}{\ln m} \sum_{i=1}^m \hat{c}_{ij} \ln \hat{c}_{ij}, j=1, 2, \dots, n \quad (9)$$

并计算属性的权重 $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ ，其中

$$w_j = \frac{1 - E_j}{\sum_{k=1}^n (1 - E_k)} \quad (10)$$

(三) 综合确定属性权重

单纯使用 2.1 节求得的权重作为属性权重，就会带有很强的主观因素，所得的结果和决策者的个人偏好有很大关系。而仅仅使用 2.2 节求得的权重又会忽视决策者的个人感受。考虑到这两种定权方法存在的缺点，本文借鉴文献[9]提出的基于粗集理论的属性权重确定方法来确定权重，使得权重既尊重客观事实又可以适当的考虑专家们的经验偏好。

本文将最终权重用两部分组成：一是专家赋权得到的权重，主要通过专家们的个人偏好给出；二是评估值得到的权重，由专家给出的评价值根据如下方法来计算确定。即

$$w_j = \alpha w_j' + (1 - \alpha) w_j'' (0 \leq \alpha \leq 1) \quad (11)$$

其中， w_j' 为综合权重； α 为经验因子，反映决策者对专家赋权得到的权重和评估值得到的权重的偏好程度； α 越大，表明决策者越重视专家赋权得到的权重，反之表明决策者越注重评估值得到的权重。当 $\alpha = 1$ 时，表明决策者只关注专家赋权得到的权重，当 $\alpha = 0$ 时，决策者只关注评估值得到的权重。

确定了属性权重后，我们就可以对 (7) 式所得的各方案属性的相对贴近度进行简单加权得到各方案与理想解的相对贴近度。即：

$$C_i = \sum_{j=1}^n w_j c_{ij} (i=1, 2, \dots, m; n=1, 2, \dots, n) \quad (12)$$

进而按 C_i 由大到小排列方案的优劣次序。

三、算例分析

某风险投资公司要进行项目投资，该公司有 5

个备选企业 $X_1 \sim X_5$, 4 个评价属性, G_1 风险分析, G_2 环境影响分析, G_3 成长分析, G_4 社会政治影响分析。该企业的 4 个决策者 (D_1, D_2, D_3, D_4) 利用语言评价标度 $S = \{s_{-3}, L, s_3\} = \{\text{极差, 很差, 差, 一般, 好, 很好, 极好}\}$ 分别对 4 个属性的权重和 5 个备选合作伙伴进行评估。假设 4 个决策者重要程度相同, 即

重分别为:

$$W^{(1)} = (0.3, 0.4, 0.15, 0.15)$$

$$W^{(2)} = (0.4, 0.3, 0.15, 0.15)$$

$$W^{(3)} = (0.25, 0.25, 0.25, 0.25)$$

$$W^{(4)} = (0.2, 0.4, 0.2, 0.2)$$

给出的评价矩阵分别为。

$g_1 = g_2 = g_3 = g_4 = 0.25$, 4 个决策者给出的属性权

表 1 决策者 D_1 给出的决策矩阵 A_1

	G_1	G_2	G_3	G_4
X_1	$[s_{-2}, s_{-1}]$	$[s_{-1}, s_0]$	$[s_{-3}, s_{-2}]$	$[s_{-3}, s_{-2}]$
X_2	$[s_{-3}, s_{-2}]$	$[s_0, s_1]$	$[s_{-1}, s_0]$	$[s_{-2}, s_{-1}]$
X_3	$[s_{-2}, s_0]$	$[s_{-3}, s_{-1}]$	$[s_0, s_1]$	$[s_{-1}, s_3]$
X_4	$[s_0, s_1]$	$[s_{-3}, s_{-2}]$	$[s_{-2}, s_{-1}]$	$[s_{-2}, s_{-1}]$
X_5	$[s_{-1}, s_0]$	$[s_0, s_2]$	$[s_{-3}, s_0]$	$[s_{-1}, s_0]$

表 2 决策者 D_2 给出的决策矩阵 A_2

	G_1	G_2	G_3	G_4
X_1	$[s_{-3}, s_{-2}]$	$[s_{-3}, s_0]$	$[s_{-3}, s_{-2}]$	$[s_{-1}, s_3]$
X_2	$[s_{-3}, s_{-1}]$	$[s_{-2}, s_0]$	$[s_{-2}, s_{-1}]$	$[s_{-2}, s_{-1}]$
X_3	$[s_{-2}, s_0]$	$[s_{-3}, s_{-2}]$	$[s_{-3}, s_{-2}]$	$[s_{-2}, s_2]$
X_4	$[s_{-2}, s_{-1}]$	$[s_{-1}, s_0]$	$[s_{-1}, s_1]$	$[s_{-3}, s_{-1}]$
X_5	$[s_{-3}, s_{-2}]$	$[s_0, s_1]$	$[s_{-3}, s_{-1}]$	$[s_{-3}, s_{-1}]$

表 3 决策者 D_3 给出的决策矩阵 A_3

	G_1	G_2	G_3	G_4
X_1	$[s_{-2}, s_0]$	$[s_{-3}, s_0]$	$[s_{-3}, s_{-2}]$	$[s_{-3}, s_{-2}]$
X_2	$[s_{-3}, s_{-2}]$	$[s_{-2}, s_0]$	$[s_{-3}, s_{-2}]$	$[s_{-2}, s_0]$
X_3	$[s_{-2}, s_2]$	$[s_{-1}, s_1]$	$[s_{-3}, s_0]$	$[s_{-3}, s_{-1}]$
X_4	$[s_{-2}, s_0]$	$[s_{-3}, s_{-1}]$	$[s_0, s_3]$	$[s_{-2}, s_0]$
X_5	$[s_{-1}, s_1]$	$[s_{-2}, s_0]$	$[s_{-2}, s_1]$	$[s_1, s_2]$

表 4 决策者 D_4 给出的决策矩阵 A_4

	G_1	G_2	G_3	G_4
X_1	$[s_{-2}, s_{-1}]$	$[s_{-2}, s_1]$	$[s_{-3}, s_{-1}]$	$[s_{-1}, s_0]$
X_2	$[s_{-3}, s_{-1}]$	$[s_{-2}, s_1]$	$[s_{-2}, s_{-1}]$	$[s_{-2}, s_0]$
X_3	$[s_{-2}, s_0]$	$[s_{-2}, s_0]$	$[s_{-1}, s_1]$	$[s_{-1}, s_2]$
X_4	$[s_{-1}, s_1]$	$[s_{-2}, s_1]$	$[s_{-1}, s_3]$	$[s_{-2}, s_0]$
X_5	$[s_{-2}, s_1]$	$[s_{-1}, s_1]$	$[s_{-2}, s_2]$	$[s_{-2}, s_2]$

下面就用本文提出的决策方法进行求解。

1) 由(3)式计算专家赋权得到的属性权重为 $W' = (0.2875, 0.3375, 0.1875, 0.1875)$ 。

2) 根据上面提到的步骤 1, 2, 3 计算各方案属性的相对贴近度矩阵为:

$$C = \begin{bmatrix} 0.25 & 0.4286 & 0.0313 & 0.3056 \\ 0.5 & 0.5714 & 0.25 & 0.2778 \\ 0.4167 & 0.3214 & 0.4063 & 0.4722 \\ 0.5714 & 0.3214 & 0.6875 & 0.25 \\ 0.4643 & 0.8077 & 0.375 & 0.4 \end{bmatrix}$$

3) 结合步骤 4, 5 计算由评估值得到的属性权重为 $w' = (0.53, 0.0976, 0.3302, 0.0422)$ 。
 4) 取 α 为不同值时, 计算出属性权重, 并与 2)

中各方案属性的相对贴近度进行简单加权得到各方案与理想解的相对贴近度 C_i 。如表 5

表 5

	$\alpha = 0$	$\alpha = 0.3$	$\alpha = 0.5$	$\alpha = 0.7$	$\alpha = 1$
C_1	0.1976	0.2223	0.2386	0.2551	0.2797
C_2	0.4150	0.4212	0.4253	0.4294	0.4356
C_3	0.4063	0.4023	0.3996	0.3970	0.3930
C_4	0.5718	0.53	0.5102	0.4855	0.4485
C_5	0.4656	0.4914	0.5085	0.5257	0.5514
最佳方案	X_4	X_4	X_4	X_5	X_5

因此, 在选择不同的经验因子时, 最佳方案有可能不同。如上例, 如果决策者过于偏重专家的经验, 他就会选择方案 X_4 , 反之注重评估值他就会选择方案 X_5 。

四、结论

在处理不确定语言多属性群决策问题时, 属性权重对决策结果有着非常重要的影响。本文针对不确定语言多属性群决策中, 决策者们分别对属性赋权且赋权结果不一致的问题, 提出了一种新的确定属性权重的方法。实验结果表明了由决策者们直接赋权得到的属性权重和由评估值得到的属性权重结合确定出的综合权重, 既能够保证决策者的偏好又能保证决策的客观性, 从而保证了结果的可靠性。本文所提的方法简单易懂, 便于计算, 可以广泛用于不确定语言多属性群决策领域。

参考文献:

[1]徐新清, 徐敏祥, 程钧谟. 构建不确定语言型多属性决策的投影模型[J]. 数学的实践与认识, 2009, 39(10): 1-6.
 [2]卫贵武, 黄登仕, 魏宇. 不确定语言环境下基于 ULHGA 算子的群决策方法[J]. 模糊系统与数学, 2007, 21(2):

72-78.
 [3]XU Z S. An interactive procedure for linguistic multiple attribute decision making with incomplete weight information [J]. Fuzzy Optimization and Decision Making, 2007, 6(1): 17-27.
 [4]WU Z B, CHEN Y H. The maximizing deviation method for group multiple attribute decision making under linguistic environment [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2007, 158(14): 1608-1617.
 [5]李朝玲, 高齐圣. 一种权重信息未知的语言多属性群决策方法[J]. 理论创新, 2009, 292(16): 23-25.
 [6]张肃, 王颖龙, 高莹. 基于不确定语言信息的群决策方法及其应用[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2006, 7(12): 47-50.
 [7]徐泽水. 不确定多属性决策方法及应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.
 [8]刘培德. 基于不确定语言变量的多属性决策 TOPSIS 方法[J]. 武汉理工大学学报, 2009, 31(16): 158-161.
 [9]王洪凯, 姚炳学, 胡海清. 基于粗集理论的权重确定方法[J]. 计算机工程与应用, 2003, 36(2): 20-21.

[责任编辑 陶爱新]

A method of determinating attribute weights for uncertain linguistic multi-attribute group decision making

SHAN Min¹, YANG Yang¹, WANG Chao²

(1. College of Management, Hebei University, Baoding 071002, China; 2. College of Economics and Management, Hebei University of Engineering, Handan 056038, China)

Abstract: A method of determinating attribute weights is proposed to deal with uncertain linguistic multi-attribute group decision making problems in which decision makers give different attribute weights. The method determine attribute weights by combining the weights decision makers give and the weights obtained by decision information. An example shows the effective of the method.

Key words: multi-attribute group decision; uncertain linguistic variables; attribute weight