

基于问题驱动的“微积分基本公式”教学设计

董玉振, 庞培林, 栗文国, 路瑞华

(河北工程大学 数理科学与工程学院, 河北 邯郸 056000)

[摘要]从实例出发, 借助问题驱动, 以微积分基本公式讲授为例进行教学设计, 意在引导学生发现问题、分析问题、解决问题, 从而加深对定理的理解和应用。

[关键词]高等数学; 问题驱动; 微积分基本公式

doi:10.3969/j.issn.1673-9477.2019.02.047

[中图分类号] F64

[文献标识码] A

[文章编号] 1673-9477(2019)02-124-02

高等数学是大学教育的一门专业基础课, 主要研究微积分学的理论与方法。通过本课程的学习, 使学生理解和掌握这些基本理论的同时, 培养学生逻辑思维能力和抽象思维能力, 引导学生联系实际发现问题、分析问题、解决问题的能力, 以及为学生后继课程的学习提供强有力的支撑。

随着我国高等教育自1999年开始的迅速扩大招生规模, 我国高等教育实现了从精英教育到大众教育的过渡, 走完了其它国家需三五十年甚至更长时间才能走完的历程, 教育规模的迅速扩张, 给高等教育带来了一系列的变化、问题与挑战。一是随着我国教育从精英化走向大众化, 使得大学入口标准降低, 基础层次不齐。二是大学与高中的衔接困难, 一方面高中课程增加了微积分内容, 新课程课标的处理方式也发生了变化, 而所有这一切对大学数学课程丝毫没有影响(2010, 房元霞), 另一方面学生没有适应从高中到大学学习思维的改变, 往往将自己在初等数学中发展的想法和思维习惯平移到高等数学上来, 造成大一新生在高等数学学习上的知识衔接、概念理解、语言掌握以及论证推理等困难

(2006, 项明寅), 突显了与大学数学的复杂性要求、形式化定义及证明推理要求的提高不相适应。三是数学地位已经渐渐被计算机和基于计算机的技术所取代, 尤其在西方国家显得更为突出。面对出现的问题, 我国对工科高等数学课程的改革经历了一个反复曲折的过程。一线的教育工作者和科研人员也针对高等数学的教育提出了许多教学方法、教学手段上的改革措施。如高雪芬研究构建了微积分概念教学原则, 吴波的反例教学法。数学教育家张奠宙、张萌南提出用本源问题驱动的数学教学理念, 指出应将演绎性的教材倒过来叙述, 引导学生先把握整体性的本源问题, 从每个单元的结论开始, 用合情合理的问题驱动学习中的数学思想。本文就是基于问题驱动的思想, 通过实例引出问题, 在实际问题的解决中去发现、归纳出研究对象、处理方法的共性, 在共性的概括、总结和抽象中给出概念, 在概

念的严谨描述中去体现数学的抽象思维和语言叙述的完美。凸显数学理论的产生对学生能力培养的影响。下面以微积分基本公式为例进行教学设计。

一、设计步骤

(一) 建构问题情境

数学来源于生活, 通过生活中熟悉的实例, 寻找能够激发思维和认知过程的最自然的方式。最初总是以问题的形式产生, 这个问题情境存在于个体的思考过程中, 而思考的过程最终指向问题的解决。因此, 教师在教学设计时的主要目标是创设问题情境。

(二) 引出问题内容

这种自然产生的问题, 提高学生的学习兴趣, 引导学生紧跟教师思维, 进行思考理解。每一个问题的产生或解决又会引起许多新的问题出现, 学生知道的越多, 就越发意识到需要学习的更多, 这就是大家常说的“学而后知不足也”。这样的教学方式使得学生能够在教师的引导帮助下, 拓展其视野, 捕获新知识, 增强其独立思考问题的能力。

(三) 解决问题过程

当初始问题得以解决, 随之产生的问题得以讨论, 达到足够的学习动机之后, 学习的过程就进入下一环节, 理论的构建——需要严密的定义, 公理和定理的陈述。这个阶段, 使学生对定义、定理要有一个准确的认知, 比如定理产生的条件能否放松等。

(四) 相关理论应用

数学理论在实践中, 以及在数学自身, 都有着广泛的应用。通过以上教学过程, 介绍随之发展出的应用和运算。通过具体的实例加深学生对定义、定理的理解, 从而对学生的学习产生深远的影响。

二、微积分基本公式的教学设计

1. 知识回顾。由定积分的定义知道定积分是一个和式极限, 即

[投稿日期] 2018-04-18

[基金项目] 河北工程大学教育教学改革项目(编号: JG2016003; JG2017016; JG2017022); 河北省高等教育教学改革研究与实践项目(编号: 2018GJG244)

[作者简介] 董玉振(1976-), 女, 河北青县人, 副教授, 硕士, 研究方向: 计算数学。

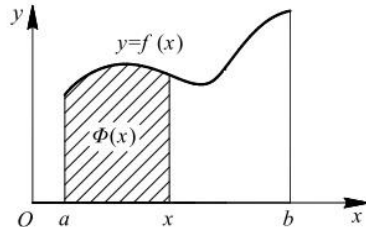
$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(\xi_i) \Delta x_i$$

上节课利用定积分的定义计算了定积分 $\int_0^1 x^2 dx$

通过用定义求解定积分的过程引导学生发现用定积分定义计算定积分时存在的困难,从而提出必须寻找新的方法解决定积分计算的问题。

2. 由具体实例,引出问题。在两个实例的处理过程中去发现特殊规律,寻找特殊规律存在的环境及条件,从而建立起定积分计算的数学方法。

第一个实例:求曲边梯形的面积(如图)。采用数学上一贯处理问题的方法,通过在 $[a, b]$ 上选择动点 x 让它动起来,变起来,在动变之中寻找解决问题的方法,因此得到



$$\Phi(x) = \int_a^x f(t)dt \quad (1)$$

并且建立等式

$$\Phi(b) = \int_a^b f(t)dt = \Phi(b) - \Phi(a) \quad (2)$$

从而提出第一个问题:定积分与某个函数在区间端点处的差值有关?为了找到这个函数,应该寻找它与被积函数的关系,但就此例看不出来,引出下面一个实例。

第二个实例:变速直线运动的路程。从定积分定义和物理学两个方面,我们可以得到如下式子

$$\int_{t_1}^{t_2} v(t)dt = S(t_2) - S(t_1) \quad (3)$$

并且,由导数的知识知道

$$S'(t) = v(t) \quad (4)$$

引导学生对(2)式与(3)式进行观察比较,两式的数学结构是相同的,从而借助于(4)式提出第二个问题:第一个问题中说的某个函数是否应该就是被积函数的原函数?

3. 一个函数要想成为某个函数的原函数需要具备的条件是什么?提出第三个问题,带着问题引导学生进行验证函数的连续可导并且导数正好是被积函数,在验证过程中给出定理需要的条件。

4. 综上所述我们就可以得到结论,即原函数存在定理,通过这个定理可以得到连续函数原函数的一般表达式。注意到 $\Phi(x)$ 在端点 a 处有 $\Phi(a) = 0$ 的特殊性,接着提出第四个问题:

$$\int_a^b f(t)dt = \Phi(b) - \Phi(a)$$

此结论能否推广到任意原函数 $F(x)$? 即:

$$\int_a^b f(t)dt = F(b) - F(a) \quad (5)$$

5. 借助于同一函数的任意两个原函数之间的关系,给第四个问题以肯定回答,进而得出牛顿-莱布尼兹公式。

6. 应用牛顿-莱布尼兹公式,给出 $\int_0^1 x^2 dx$ 的计算方法。同时,让学生和上节课的计算方法进行比较,从而产生直观的感觉,用牛顿-莱布尼兹公式计算定积分比用定积分的定义计算定积分要简便的多,牛顿-莱布尼兹公式为我们计算定积分提供了简洁可行的方法,因此牛顿-莱布尼兹公式又称为微积分基本公式,由此也可以看出牛顿-莱布尼兹公式在微积分学中的重要地位。

三、总结

本文通过环环相扣的几个问题,串联起“微积分基本公式”这一节的知识,通过问题驱动暴露数学本质,把活泼的数学思想体现在教学的设计理念中。通过火热的思考,在理解的基础上进行必要的记忆和技能训练,让学生真正的把数学学到手。

参考文献:

- [1] 高雪芬. 一元微积分概念教学的设计研究[D]. 博士论文, 华东师范大学, 2013.
- [2] 吴波. 浅谈高等数学课中微分中值定理教学方法——反例教学法. 思茅师范高等专科学校学报[J], 2002, 18(3): 5-7.
- [3] 张奠宙, 张萌南. 新概念: 用问题驱动的数学教学. 高等数学研究[J], 2004, 7(3): 8-10.

[责任编辑 王云江]

The teaching design of "basic formula of calculus" based on problem driven

DONG Yu-zhen, PANG Pei-lin, LI Wen-guo, LU Rui-hua

(College of Mathematical Science and Engineering, Hebei University of Engineering, Handan 056038, China)

Abstract: In this paper, from an example, with the help of the problem driven, the teaching design is carried out with the example of calculus formula. The purpose is to guide the students to find out the problems and solve the problems, so as to deepen the understanding and application of the theorems.

Key words: advanced mathematics; problem driven; the basic formula for calculus.